AKA
0424

HARVARD UNIVERSITY.

LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

11704

Exchange.

November 20, 1906.

11,704

DENKSCHRIFTEN

DER

KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

DREIZEHNTER BAND.

MIT XXVIII TAFELN.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

INHALT.

ABHANDLUNGEN.

I. ABTHEILUNG.

Abhandlungen von Mitgliedern der Akademie.

	Seite
Partsch: Über den schwarzen Stein in der Kaaba zu Mekka.	1
Diesing: Sechzehn Arten von Nematoideen. (Mit IV Tafeln.)	6
Unger: Das System der Milchsaftgänge in Alisma Plantago. (Mit II Tafeln.)	27
Reuss: Neue Fischreste aus dem böhmischen Pläner. (Mit III Tafeln.)	33
Ettingshausen C., Ritter v.: Über die Nervation der Blätter bei den Celastrineen. (Mit X Tafeln.)	43

II. ABTHEILUNG.

Abhandlungen von Nicht-Mitgliedern.

Voigt: Über die Richtung der Haare am menschlichen Körper. (Mit II Tafeln.)	1
Rathke: Untersuchungen über die Aortenwurzeln und die von ihnen ausgehenden Arterien der Saurier. (Mit VI Tafeln.)	51
Heger: Auflösungsmethode für algebraische Buchstabengleichungen mit einer einzigen unabhängigen Buchstabengrösse. (Mit I Tafel.)	143

NOV 20 1906

DENKSCHRIFTEN

DER

KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

DREIZEHNTER BAND.

WIEN.

AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

1857.

INHALT.

ABHANDLUNGEN.

I. ABTHEILUNG.

Abhandlungen von Mitgliedern der Akademie.

	Seite
Partsch: Über den schwarzen Stein in der Kaaba zu Mekka.	1
Diesing: Sechzehn Arten von Nematoideen. (Mit IV Tafeln.)	6
Unger: Das System der Milchsaftgänge in Alisma Plantago. (Mit II Tafeln.)	27
Reuss: Neue Fischreste aus dem böhmischen Pläner. (Mit III Tafeln.)	33
Ettingshausen C., Ritter v.: Über die Nervation der Blätter bei den Celastrineen. (Mit X Tafeln.)	43

II. ABTHEILUNG.

Abhandlungen von Nicht-Mitgliedern.

Voigt: Abhandlung über die Richtung der Haare am menschlichen Körper. (Mit II Tafeln.)	1
Rathke: Untersuchungen über die Aortenwurzeln und die von ihnen ausgehenden Arterien der Saurier. (Mit VI Tafeln.)	51
Heger: Auflösungsmethode für algebraische Buchstabengleichungen mit einer einzigen unabhängigen Buchstabengrösse. (Mit I Tafel.)	143

Erste Abtheilung.

Abhandlungen von Mitgliedern der Akademie.

Mit 19 Tafeln.

ÜBER DEN

SCHWARZEN STEIN IN DER KAABA ZU MEKKA.

MITGETHEILT AUS DEN HINTERLASSENEN SCHRIFTEN DES WIRKLICHEN MITGLIEDES

PAUL PARTSCH,

VORSTAND DES K. K. HOF-MINERALIEN-CABINETES.

VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 6. NOVEMBER 1856.

Dass dieser berühmte Stein, der an der Nord-Ost-Ecke der Kaaba eingemauert ist und von den mohammedanischen Wallfahrern nach Mekka als das grösste Heiligthum der grossen Moschee mit der Stirne berührt und dann geküsst wird, ein Meteor-Stein sei, muthmasste schon Chladni (siehe dessen Werk: Über Feuer-Meteore und über die mit denselben herabgefallenen Massen, S. 184); dass er wirklich ein solcher ist, entnehme ich einer gütigen, im Jahre 1845 erhaltenen Mittheilung des ehemaligen k. k. österreichischen General-Consuls in Ägypten, Herrn Ritter v. Laurin, die ich bei dem hohen Interesse des Gegenstandes der kais. Akademie zur Bekanntmachung zu übergeben die Ehre habe.

Es dürfte nicht überflüssig sein, das Historische dieses Steines vorauszuschicken. Ich schöpfe die betreffenden Angaben aus Carsten Niebuhr's Beschreibung von Arabien, Kopenhagen 1772, S. 362, aus der Bibliothèque orientale von d'Herbelot, T. II, Artikel „Hagiar Alassovad" (à la Haye, 1777), aus den Travels of Ali Bey in Marocco, Tripoli, Cyprus, Egypt, Arabia, Syria and Turkey, Vol. II (London, 1816), woselbst auf Tab. LV der schwarze Stein, obwohl, wie es scheint, sehr schlecht abgebildet ist, aus der deutschen Übersetzung von Burckhardt's Reisen in Arabien (Weimar, 1830), und endlich aus Ritter's Erdkunde. 13. Band (Erdkunde von Arabien, S. 88 u. folg.).

Schon lange vor Mohammed's Auftreten als Religionsstifter ward dieser Stein von den heidnischen Bewohnern von Arabien als ein grosses Heiligthum verehrt; auch Mohammed sah denselben als ein solches an. Der Islam bestätigte die Wallfahrten zu diesem von den heidnischen Arabern eingeführten Heiligthume. — Die Legende lässt den schwarzen Stein aus dem Paradiese stammen, wo er ursprünglich ein zur Bewachung Adam's bestellter Engel war. Der Engel wurde als Strafe für den Sündenfall Adam's in den schwarzen Stein verwandelt und dieser von dem Engel Gabriel zum Aufbaue des Hauses, das Abraham Gott weihte, überbracht. Der Stein wird, so lautet die Sage weiter, am

Auferstehungstage wieder in den Engel aus dem Paradiese umgewandelt werden, der dann als Zeuge für die frommen Pilgrime, die Mekka besuchten, auftreten wird.

Vor Mohammed wurde der schwarze Stein einige Zeit in dem nahe an der Kaaba befindlichen und von der grossen Moschee eingeschlossenen heiligen Brunnen Zanzem[1]) verborgen gehalten. Der Grossvater Mohammed's, Abd-el-Motalleb, zog ihn wieder hervor und Mohammed mauerte ihn selbst an der Ostecke der Kaaba ein. So nennt man bekanntlich das kleine steinerne Haus, das die Mitte der grossen Moschee von Mekka einnimmt und das nach der Sage der Moslims schon Adam errichtet, der Stammvater der Israeliten, Abraham, aber nach der Sündfluth neu erbaut haben soll.

Im 63. Jahre der Hegira, als Ibn Zebeyr Mekka belagerte und Feuer die Kaaba beschädigte, war der Stein von der heftigen Hitze in drei Stücke zersprungen, welche nachher wieder mit einander verbunden und, mit einem Reif von Silber umgeben, in ihre frühere Lage gebracht wurden. Dieser Reif wurde von dem bekannten Chalifen Harun-al-Rashid erneuert und verstärkt. Derselbe Chalife oder einer seiner Nachfolger hat ein Fragment des Steines nach Bagdad bringen und dort in die Schwelle seines Palastes einfügen lassen, was alle Eintretenden verpflichtete, die Schwelle zu küssen, und dem Chalifen, wie Herbelot erzählt, grosses Ansehen verschaffte.

Im Jahre 926 plünderte die häretische Secte der Karmaten die Stadt Mekka und die heilige Moschee. Ihr Anführer, Abu Dhaher, schleppte das grösste Juwel Mekka's, den schwarzen Stein der Kaaba, hinweg, um für ihn an einem anderen Theile Arabiens einen neuen Wallfahrtsort zu gründen. Nach Abu Dhaher's Tode wurde der Stein, für dessen Wiedererlangung früher 5000 Gold-Denare vergebens angeboten worden waren, im Jahre 950 nach Mekka zurückgesendet. Zu dieser Zeit bestand er nach Burckhardt's Angabe aus zwei Stücken, indem er durch den Schlag eines Karmaten während der Plünderung Mekka's gespalten worden war. (Nach einer oben erwähnten Angabe war er schon viel früher durch Feuer in drei Stücke zersprungen).

Im Jahre 1022 (im 413. der Hegira) sendete der tolle König von Ägypten, Hakem b'amr Illah, mit der ägyptischen Pilgerkarawane ein Truppencorps nach Mekka, mit dem geheimen Auftrage, den dortigen Cultus zu zerstören. Der Anführer zertrümmerte im Befehle seines Gebieters mit einer Eisenkeule, die er unter dem Mantel verborgen hatte, den schwarzen Stein neuerdings, die vor der Moschee haltenden ägyptischen Reiter konnten den Thäter jedoch nicht vor der wüthenden Menge schützen, welche ihn ermordete, den Reitern die Beute abnahm und sie in die Flucht schlug. Bei der Untersuchung des heiligen Steines fand sich, dass von den Schlägen mit der eisernen Keule des Ägypters drei kleine Stücke, jedes von der Grösse eines Menschennagels, abgesprungen waren; diese wurden zu Pulver gestossen und mit dem Mörtel vermengt, mit dem man den Stein wieder zusammenfügte.

Eine vierte Zertrümmerung drohte dem heiligen Steine durch die fanatische Secte der Wahabi (Wahabiten), welche, die Wallfahrten nach Mekka als einen Unfug betrachtend, (im Jahre 1803?) die heiligen Orte in Mekka zerstörten. Mehmed Ali, der nachmalige Vicekönig von Ägypten, vertrieb sie aus den heiligen Stätten, der alte Cultus lebte wieder auf und dem heiligen Steine werden nun in neuer Fassung wieder die alten Huldigungen dargebracht.

---

[1]) Es ist diess die der Sage nach durch ein Wunder entstandene Quelle, welche Ismael, den verstossenen Sohn Abraham's von der Hagar, den Stammvater der Araber, vom Verdürsten rettete.

Mehmed Ali erhielt von dem durch die Wahabiten, wie es scheint, nur theilweise zertrümmerten heiligen Steine ein Fragment, das der k. k. General-Consul v. Laurin in Kairo bei ihm sah. Dieser hatte die Güte, mir auf meine Bitte den folgenden Auszug aus seinem Journale, dd^to^. Kairo 13. April 1839, gefälligst mitzutheilen.

Mehmed Ali führte aus einer Zuschrift, die er mit dem Bruchstücke erhalten hatte, Folgendes an: „Die Wahabiten behaupten, der schwarze Stein der Kaaba erhalte von den Moslemins göttliche Verehrung, weil er während eines Donnerknalles gefallen oder aus den Tiefen der Erde heraufgekommen war, und haben ihn in Stücke schlagen wollen. Deine Knechte aber haben dieses zum Theil verhindert und alle Bruchstücke sorgfältig aufbewahret und senden Dir Eines und drei für die Träger des Wortes Gottes durch den Propheten."

Mehmed Ali äusserte ferner, der Stein sei von der Grösse eines seiner Divan-Polster (etwa $2^1/_2$ Fuss lang, $1^1/_2$ Fuss hoch) und von der Breite, dass zwei Betende zugleich ihre Stirn darauf legen können[1]).

Als Mehmed Ali sein Bruchstück dem Herrn Lyons, damals englischen Residenten in Ägypten, gezeigt hatte, sah es dieser gleich für einen Meteorstein an, bemerkte dem Pascha, dass derlei Steine auch anderwärts sich fänden und dass man dafür halte, sie kämen aus anderen Weltkörpern auf unsere Erde. Ein Effendi bemerkte, der Stein sei so schwer, dass ihn alle Moslims nicht würden von der Stelle bringen können und dass die Wahabi's desshalb den Entschluss gefasst hätten, ihn zu zerbröckeln. Herr Lyons sagte darauf, dass das Ganze im Verhältnisse zu dem vorgezeigten Bruchstücke wohl von ziemlichem Gewichte sein dürfte, dass der Stein aber wohl durch vier Menschen weggebracht werden könnte. Der Pascha setzte mit Ernst hinzu: „Ja wohl, jedoch müssten die vier Träger Rechtgläubige und keine Wahabi's sein."

Von aussen ist der Stein pechschwarz, von innen feinkörnig, silbergrau, mit eingesprengten bouteillengrünen (?) Würfelchen, die Herr Lyons jedoch nicht bestimmen konnte, weil man ihm nicht erlauben wollte, das Bruchstück näher zu untersuchen oder gar zu berühren.

Die drei anderen, wie oben erwähnt, für die Träger des Wortes Gottes durch den Propheten bestimmten Fragmente des heiligen schwarzen Steines erhielten der Gross-Sultan in Constantinopel, der Schah von Persien und der Beherrscher von Kabul. — So weit Herr v. Laurin, gegenwärtig Ministerialrath und k. k. Agent in der Wallachei.

Der spanische Renegat Ali Bey[2]), welcher im Jahre 1807 in Mekka war, gibt in seinem oben angeführten Werke Bd. II, S. 76, nebst einer Abbildung des Steines (auf Taf. LV), den folgenden Bericht über seine Beschaffenheit: „Der schwarze Stein, Hhajera el Assouàd, oder himmlische Stein in der Kaaba zu Mekka ist 42 Zoll über der Oberfläche des Bodens erhaben und ist rings von einer grossen, etwa 1 Fuss breiten Silberplatte umgeben. Jener Theil des Steines, welcher nicht vom Silber bedeckt ist, ist beinahe ein Halbkreis, 6 Zoll hoch; an seiner Basis misst er etwa 8 Zoll, 6 Linien."

„Wir (Moslemin) glauben, dass dieser wunderthätige Stein ein durchsichtiger Hyazinth war, vom Engel Gabriel aus dem Himmel an Abraham überbracht als ein Pfand seiner Göttlichkeit, und dass er, von einem unreinen Weibe berührt, schwarz und undurchsichtig wurde."

---

[1]) Diess stimmt nicht mit der Angabe von Burckhardt (deutsche Übers. S. 200), der den Durchmesser des Steines auf etwa 7 Zoll schätzt. In der Abbildung, die Ali Bey auf der 55. Tafel im zweiten Bande seines angeführten Werkes gibt, ist der längere Durchmesser desselben $8^1/_2$, der kürzere $5^3/_4$ Wiener Zoll.

[2]) Er hiess ursprünglich Badig y Leblich und war im Jahre 1767 zu Barcellona geboren; er starb 1818 auf einer zweiten Reise nach Mekka in Syrien (oder Arabien?).

„Dieser Stein ist ein Bruchstück von vulcanischem Basalt; am Umfange sind kleine, spitzige, farbige Krystalle eingestreut und hin und wieder rother Feldspath auf einem dunklen Grunde wie Kohle, mit Ausnahme eines einzigen Vorsprunges, der röthlich ist.“

„Die fortwährenden Küsse und Berührungen der Gläubigen haben die Oberfläche abgenützt, so dass sie jetzt ein musculöses Aussehen hat. Sie hat ungefähr 15 muskelartige Erhabenheiten und eine tiefe Höhlung.“

„Durch den Vergleich der Ränder des Steines, welche vom Silber bedeckt und geschützt sind, mit dem unbedeckten Theile fand ich, dass der letztere beinahe 12 Linien von seiner Dicke verloren hatte, woher man schliessen kann, dass, wenn zur Zeit des Propheten der Stein glatt und eben war, er in jedem folgenden Jahrhundert eine Linie an Dicke verloren haben muss.“

Seetzen, der im Jahre 1810 in Mekka war, sagt in einem Briefe aus Mocha über seinen Aufenthalt daselbst, in der monatlichen Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde, herausgegeben von Zach, 27. Band (1813), S. 78: „Siebenmal machte ich die heilige Runde um die Kaaba und küsste den schwarzen Stein mit vieler Ehrfurcht, u. s. w.“ Sein Tagebuch wurde noch nicht bekannt gemacht. Nach Chladni soll Seetzen den schwarzen Stein für einen Meteorstein gehalten haben, es ist aber diese Meinung nirgends veröffentlicht worden.

Nach Burckhardt, der den Stein im Jahre 1814 nach der Beschädigung durch die Wahabiten, also in dem Zustande sah, in welchem er sich noch heute befinden mag, ist derselbe ein unregelmässiges Oval mit wellenförmiger Oberfläche und aus etwa einem Dutzend kleinerer Steine von verschiedener Grösse und Form zusammengesetzt, welche mit wenig Mörtel gut mit einander verbunden sind; es sieht aus, als wenn das Ganze durch einen heftigen Schlag in viele Stücke zerbrochen und dann wieder zusammengesetzt worden wäre. Burckhardt sagt ferner: „Es ist schwer, die Qualität des Steines genau zu bestimmen, der durch Millionen von Berührungen und Küssen, welche er erhalten, bis zu seiner gegenwärtigen Oberfläche abgenützt ist. Sie schien ihm wie Lava, in der einige fremdartige Theile von einer weisslichen und gelblichen Substanz enthalten sind. Seine Farbe soll röthlich-braun sein und sich dem Schwarzen nähern (wahrscheinlich zeigt ein Theil des Steines durch Abnützung das Innere, das aber an den so vielmals berührten Stellen sicher nicht die ursprüngliche Farbe behalten hat, während die den Berührungen weniger zugänglichen Partien die schwarze Rinde aufweisen). Burckhardt sagt, dass der Stein auf allen Seiten von einem Rande umgeben sei, den er für ein feines Cement von Pech und Kies hielt, von einer ähnlichen, aber doch nicht derselben bräunlichen Farbe, wie die Hauptmasse des Steines; dieser Rand diene dazu, die abgebrochenen Stücke zusammenzuhalten. In der Abbildung, die in der öfters von mir citirten englischen Ausgabe der Reisen des Renegaten Ali Bey enthalten ist, tritt dieser Rand in einer Durchschnitts- oder Profil-Zeichnung deutlich hervor und ist in der Ansicht des Steines von vorne auch durch die ungleiche, fast porphyrartige Beschaffenheit der Masse deutlich unterschieden. Dieser Rand könnte daher wohl aus einer künstlichen Substanz bestehen. Die silberne Einfassung hält den Rand und den Stein selbst zusammen; sie ist unten breiter als oben und an beiden Seiten, und unten, wie Burckhardt oder vielmehr die englische Übersetzung sich ausdrückt (denn das englische Original konnte ich mir hier selbst aus der k. k. Hof-Bibliothek nicht verschaffen), aufgetrieben, als wenn ein Theil des Steines unter ihm verborgen wäre[1]).

[1]) Nachrichten über den schwarzen Stein findet man in Burckhardt's Reise S. 200, 241, dann 247—249, welche Ritter benützte.

Der schwarze Stein in der Kaaba zu Mekka ist dermalen gewiss der verehrteste aller Steine des Erdbodens. Im Alterthume dürften ihm an Verehrung nur der Meteorstein, der zu Pessinus in Phrygien fiel, für das Ebenbild oder Symbol der Cybele, der Mutter der Götter, galt und später, zur Zeit des zweiten punischen Krieges, ungefähr 204 Jahre vor Christus, als ein Heiligthum nach Rom gebracht und von den Vestalinnen verehrt wurde, — dann der berühmte Meteorstein, den man als ein Symbol des Sonnengottes in einem Tempel zu Emisa oder Emessa in Syrien verehrte und der von seinem Oberpriester Heliogabal nach dessen Erhebung zum Kaiser mit dem grössten Pompe nach Rom gebracht wurde, wo dieser ihm einen neuen Tempel weihte, zu vergleichen sein. Der schwarze Stein von Mekka ist auch der älteste aller noch vorhandenen Meteorsteine. Er allein entging, aller Gefahren ungeachtet, der Zerstörung durch Menschenhände. Nur jener Meteorstein von der Grösse einer Wagenlast, der zur Zeit des peloponnesischen Krieges um das Jahr 465 vor unserer Zeitrechnung am Ziegenflusse *(Aegos potamos)* im thracischen Chersonnes fiel[1]) und durch Jahrhunderte im Freien liegen blieb, da er noch zu den Zeiten Plinius des Älteren und Plutarch's gezeigt wurde, dürfte vielleicht, selbst nach Humboldt's Vermuthung[2]), doch noch, wenn ihn Elementareinflüsse verschonten, aufgefunden werden, wenn auch schon in neuerer Zeit durch den bekannten afrikanischen Reisenden Browne vergebens danach gesucht worden ist.

---

[1]) Ungefähr in der Gegend des heutigen Gallipoli und fast im Geburtsjahre des Sokrates.

[2]) Kosmos, I, S. 124.

SECHZEHN ARTEN VON NEMATOIDEEN.

VON

DR. KARL MORITZ DIESING,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

Mit 4 Tafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 10. JULI 1856.

Die Rundwürmer *(Nematoidea)* bilden jene grosse Ordnung von Helminthen, welche sich durch einen gestreckten, fast drehrunden elastischen Körper auszeichnen. Alle besitzen eine am Vorderende liegende Mundöffnung und einen einfachen Verdauungscanal, welcher bei der Mehrzahl derselben die ganze Leibeshöhle durchzieht und gegen das Schwanzende mit einem After endiget *(Proctucha)* oder bei einigen wenigen sehr kurz und afterlos ist *(Aprocta)*.

Die afterlosen Rundwürmer *(Aprocta)* bilden jene merkwürdige Gruppe von Thieren, die als Wanderer *(Metoccacea)* bezeichnet wurden, welche in der Bauchhöhle von wirbellosen Thieren, zunächst Insecten in ihren verschiedenen Verwandlungsstufen, in einem geschlechtslosen Zustande leben, und nachdem sie eine gewisse Grösse erreicht, vor dem Aufhören der Lebensdauer ihres Beherbergers diesen Aufenthalt verlassen, sich in feuchte Erde oder in den Schlamm der Gewässer zurückziehen, sich dort geschlechtlich entwickeln und wechselseitig begatten. Die aus den meist in langen Schleimfäden liegenden Eiern hervorgetretene Brut[1]) sucht eine passende Gelegenheit, mittelst ihres Rüssels und des darum liegenden doppelten Hakenkranzes durch Einbohren wieder in die Bauchhöhle eines Insectes als ungebetener Gast einzuwandern, um dort eine gewisse Lebenszeit zuzubringen und dann wieder denselben Entwickelungsgang durchzumachen.

Wenn auch diese Helminthen den Naturforschern schon seit Jahrhunderten bekannt waren, so gebührt doch Herrn Karl Theodor von Siebold das Verdienst, zuerst ihre Lebensweise und anderweitige Naturgeschichte aufgeklärt zu haben.

Die mit einem After versehenen Rundwürmer *(Proctucha)* sind entweder geschlechtslos *(Agamonematoidea)* und die Art ihrer Fortpflanzung noch gänzlich unbekannt, oder sie sind geschlechtlich entwickelt *(Gamonematoidea)*.

Über den inneren Bau der Thiere dieser Ordnung mag hier im Allgemeinen noch Nachstehendes erwähnt werden:

---

[1]) Über die Form der Brut von *Gordius varius* vergleiche Leidy: in Proceed. Acad. Philad. V (1851). 262 u. 266 und über jene von *G. aquaticus* und *G. subbifurcus* Meissner in Zeitschr. f. wissensch. Zool. VII (1855). 57 u. s. f.

Das Muskelsystem besteht aus einem unter der Cutis gelegenen, die Leibeshöhle begrenzenden Muskelschlauch, welcher bei den afterlosen Rundwürmern eine innen atlasglänzende Röhre bildet, und bei ihnen wie bei den afterführenden blos aus Längsmuskeln besteht. Der durch sie gebildete Schlauch ist nur bei *Gordius* ununterbrochen und wird bei *Mermis* von zwei seitlichen und einem auf der Bauchlinie laufenden, bei den mit einem After versehenen Rundwürmern jedoch durch zwei schmale auf der Rücken- und Bauchlinie befindliche und durch zwei seitliche breite bandförmige Längsstreifen unterbrochen.

Zu dem Verdauungsapparate gehört bei den afterführenden Rundwürmen eine am Munde beginnende, musculöse, nach hinten meist kolbenförmig erweiterte Schlundröhre und ein einfacher, dickwandiger, drüsiger, meist gleichförmiger und fast gerader Darmcanal mit einem kurzen musculösen Mastdarme, welcher mit einem vor dem Schwanzende gelegenen After endigt.

Sehr abweichend sind die Verdauungswerkzeuge der afterlosen Rundwürmer. Nach Meissner's meisterhafter Untersuchung dieser Gruppe ist bei *Gordius* nur eine kurze Speiseröhre vorhanden, welche unmittelbar in ein grosses, den ganzen Körper durchsetzendes solides Zellenparenchym übergeht, das die ganze Leibeshöhle ausfüllt[1]). Bei *Mermis albicans* besteht der Verdauungsapparat aus einer kurzen Speiseröhre, einer Anzahl eigenthümlicher diese umgebender Organe (Magenhöhlen) und dem sogenannten Fettkörper. Die Speiseröhre bildet mit Ausnahme ihres vordersten Endes, wo sie einen Ring darstellt, eine Halbrinne. Sie ist von einer granulirten schwammigen Masse umgeben, die nach aussen von einer sehr zarten, unmittelbar und eng umliegenden Membran begrenzt wird. Der so gebildete Schlauch ist in seinem Verlaufe perlschnurartig eingeschnürt. Jede der zwischen den Einschnürungen liegenden Anschwellungen enthält eine Magenhöhle, welche durch eine Einstülpung der Anschwellung gebildet ist. Der ganze so beschriebene Schlauch mit der Speiseröhre und den Magenhöhlen wird von einem zweiten äusseren Schlauche, der unmittelbar hinter der Mundöffnung beginnt und der Form des inneren Schlauches ganz folgt, umgeben. Die Membran des äusseren Schlauches erhebt sich über den Öffnungen der Magenhöhlen zu einem Canal, der sich zum Schlauche selbst wie ein Seitenast desselben verhält und in den Fettkörper mündet. Dieser wird von einem dickwandigen Schlauche gebildet, der sich vom Kopf- bis zum Schwanzende ununterbrochen erstreckt und mit grossen Zellen und Fetttropfen angefüllt ist; er ist oben und unten geschlossen. Verdauungsschlauch und Fettkörper winden sich um einander in einer langgestreckten Spirale[2]). Ähnlich ist nach Meissner der Bau der Verdauungswerkzeuge von *Mermis nigrescens*[3]).

Zu den Hilfsorganen der Verdauung gehören die bei mehreren afterführenden Rundwürmern beobachteten zwei oder vier von der Kopfspitze neben der Schlundröhre in die Leibeshöhle hineinragenden und in die Mundhöhle einmündenden, als Speichelorgane gedeuteten Säckchen[4]), so wie wahrscheinlich auch die bei manchen von der Schlundröhre aus nach rückwärts, oder vom Darmcanale an seiner Verbindungsstelle mit jener nach vorwärts und oben laufenden blinddarmähnlichen Verlängerungen.

---

[1]) In Zeitsch. f. wissensch. Zool. VII (1855). 78.

[2]) Ebendaselbst V (1853). 236.

[3]) Ebendaselbst VII. 28.

[4]) Über eine andere Deutung dieser Organe vergleiche die Gattungen *Cheiracanthus* und *Ancyracanthus* in den Annalen des Wiener Museums II. 224. Taf. XVI. 13. 14. und 228. Taf. XVIII. 3. 4.

Ein Gefässsystem wurde im Allgemeinen nicht nachgewiesen, jedoch ist bei den Agamonemen und nur in einem bis jetzt bekannten Falle unter den Gamonematoideen[1]) ein bandförmiges Organ vorhanden, welches Gefässverzweigungen zeigt, die in ihrer Vertheilung mit jenen der Lemniscen mancher Acanthocephalen übereinstimmen.

Absonderungsorgane kommen sowohl bei den afterführenden als auch bei den afterlosen Rundwürmern vor. Sie bestehen bei den ersteren aus zwei zu beiden Seiten des Darmcanales nach hinten, manchmal ausserdem noch zwei nach vorne gerichteten Schläuchen, welche in eine auf der Bauchseite mehr gegen das Kopfende gelegene, von einem Schliessmuskel umgebene Querspalte *(porus excretorius)* ausmünden und eine homogene farblose Flüssigkeit absondern[2]). Unter der zweiten Gruppe liegt bei *Gordius* ein Absonderungsorgan in Form eines Schlauches der ganzen Länge nach oberhalb eines Bauchstranges in einer Höhle des Zellkörpers und mündet nach vorne unterhalb dem Kopfende, nach hinten gegen das Schwanzende zu nach aussen. Bei *Mermis albicans* und *nigrescens* dienen als Secretions-Organe drei geschlossene Zellenschläuche, welche den beiden seitlichen und der auf der Bauchlinie befindlichen Unterbrechung des Muskelschlauches folgen[3]).

Als besondere Athmungsorgane werden von mehreren Helminthologen die bei manchen Gamonematoideen von der inneren Fläche der Cutis zwischen den Muskelfasern hindurch in die Leibeshöhle hineinragenden gestielten Bläschen betrachtet. Zu einem gleichen Zwecke scheinen auch äussere tellerförmige, in der Mitte durchbohrte Organe und die von diesen nach innen führenden Canäle bestimmt zu sein[4]).

Von den Thieren dieser Ordnung sind nur sehr wenige geschlechtslos, alle übrigen getrennten Geschlechtes. Der männliche Geschlechtsapparat der afterführenden Rundwürmer stellt eine lange Röhre dar, an welcher die einzelnen Organe: Hoden *(testiculus)*, zuführendes Samengefäss *(vas deferens)*, Samenbläschen *(vesicula seminalis)* und ausführendes Samengefäss *(ductus ejaculatorius)* mehr oder minder abgegrenzt sind. Das männliche Fortpflanzungsglied *(penis)* ist meist fadenförmig, frei oder innerhalb einer röhrenförmigen einfachen oder doppelten Scheide *(vagina penis tubuliformis, simplex v. duplex)* eingeschlossen; die äussere derselben ist meist weit abstehend, oft von anderer Form, glatt oder bestachelt. Ist die röhrenförmige Penisscheide auf ihrer Bauchseite der Länge nach bis fast an den Grund eingeschnitten, und dann mehr oder weniger ausgebreitet, so erscheint sie als einblätterige Penisscheide *(vagina penis monopetala)*; ist sie aber sowohl auf der Bauch- wie Rückenseite bis fast zu ihrem Grunde der Länge nach eingeschnitten, so erscheint sie als zweiblätterige Penisscheide *(vagina penis dipetala)*. Der Penis mündet entweder unterhalb der Schwanzspitze *(Hypophalli)* oder an der Schwanzspitze *(Acrophalli)*. Bei den afterlosen Rundwürmern sind die männlichen Geschlechtsorgane bei *Mermis* einfach; bei *Gordius* aber sind die in zwei cylindrischen Höhlen des Zellkörpers liegenden Hoden doppelt, vereinigen sich aber zu einem gemeinsamen zuführenden Samengefässe [5]). Die entwickelten Spermatozoiden sind bei den afterlosen Rundwürmern stabförmig, während bei den afterführenden die unbeweglichen Spermatozoiden meist die Gestalt einer Zelle haben.

---

[1]) Bei *Ascaris osculata*. Siehe Siebold's Lehrbuch d. vergleich. Anat. I. Abth. 133.

[2]) So bei *Strongylus auricularis*, *Ascaris brevicaudata* und *acuminata*, *Ascaris dactyluris* und *paucipara*. Vergleiche Siebold a. o. a. O. 140.

[3]) Meissner: a. a. O. VII. 86 *(Gordius)* und V. 215 *(M. albicans)* und VII. 32 *(M. nigrescens)*.

[4]) Bei *Filaria horrida*. Siehe gegenwärtige Abhandlung Taf. IV. Fig. 1, 2, 5 u. 6.

[5]) Meissner: a. a. O. V. 245—250 und VII. 103—109.

Die weiblichen Geschlechtsorgane der afterführenden Rundwürmer bestehen aus dem langen Eierschlauche *(ovarium s. oviductus)*, der kurzen Fallop'schen Röhre *(tuba Fallopii)*, der Gebärmutter *(uterus)* und der Gebärmutterscheide *(vagina uteri)*. Die Gebärmutter ist entweder einfach und dann einhörnig *(uterus simplex s. unicornis)*, oder sie ist getheilt und dann meist zweihörnig, selten drei-[1]) ja fünfhörnig[2]) *(uterus partitus s. bi-, tri- v. quinquecornis)*, und jedem Horne entspricht an einem Ende eine Fallop'sche Röhre mit einem Eierschlauch, während die Hörner am anderen Ende vereint in die Scheide übergehen. Abweichend von der allgemeinen Form der zweihörnigen Gebärmutter ist jene des Kappenwurmes *(Cucullanus)*, wo nur das nach vorwärts laufende Horn an seiner Spitze mit einer Fallop'schen Röhre und einem langen Eierschlauche versehen ist, während diese Organe dem mit seiner Spitze nach hinten gerichteten Gebärmutterhorne, welches blind endiget, fehlen[3]). Die weibliche Geschlechtsöffnung mündet entweder gegen das Vorderende, oder gegen die Mitte des Leibes, oder unterhalb dem Schwanzende. Was die afterlosen Nematoideen betrifft, so sind die weiblichen Geschlechtswerkzeuge bei *Mermis* bis auf die gemeinsame Gebärmutterscheide doppelt; bei *Gordius* durchzieht ein doppelter, in den cylindrischen Höhlen des Zellkörpers liegender Eierstockschlauch fast die ganze Länge des Thieres; jeder derselben geht dann in eine Fallop'sche Röhre über, welche beide in eine gemeinsame Gebärmutter münden, und diese öffnet sich ohne eigentliche Scheide nur mit einem verengerten Halse nach aussen. Die weibliche Geschlechtsöffnung liegt bei *Mermis* etwas hinter der Mitte des Leibes, bei *Gordius* am Hinterende[4]).

Die Eier, die vollkommen entwickelt im Allgemeinen eine ovale Form haben, liegen vom Anfang bis zum Ende der weiblichen Geschlechtsorgane in einer bestimmten Reihenfolge der Entwickelung und im Eierschlauche entweder frei hinter einander oder gestielt um eine Spindel (Rhachis) gelagert. Sie sind in der Regel ohne Anhänge und nur selten mit solchen versehen. So hat die äussere Hülle des linsenförmigen braunen reifen Eies der *Mermis nigrescens* nach Dujardin's[5]), Siebold's[6]) und Meissner's[7]) neuesten Beobachtungen an ihrem Rande einander gerade gegenüber zwei durch halbkugelförmige Knöpfe ausgezeichnete Pole, von deren Mitte ein dünner Strang ausgeht, welcher sich am Ende in einen dicken Quast sehr feiner Fasern auflöst, oder wie vielfach zerspalten ist (*Chalazen* Siebold). Als Unregelmässigkeiten statt den in der Regel vorhandenen zwei Chalazen kommen an einem Ei auch wohl drei, vier, selbst fünf kleinere vor; und man findet auch Eier, die nur einen Knopf am Pole oder nur einen kurzen Strang ohne Faserquast besitzen. Eben so merkwürdig ist eine von Györy an den Eiern der *Oxyuris spirotheca*[8]) gemachte Beobachtung. Nach ihm hat die Eihülle an einer ihrer Längsseiten eine leichte concave Einbiegung etwas ausser der Queraxe des Eies, wo mit einer knopfartigen Anschwellung zwei das Ei in entgegengesetzter Richtung umschlingende, oder was bei weitem öfter, ja fast immer der Fall ist, vier paarweise in gleicher

[1]) Bei *Ascaris microcephala*. Siebold a. a. O. 151. nota 1.
[2]) Bei *Filaria labiata*. Nathusius in Wiegmann's Arch. 1837. I. 57.
[3]) So bei *Cucullanus elegans* und *microcephalus*. Siebold a. a. O. 151.
[4]) Meissner: a. a. O. V. 250—257; VII. 33—38 und 109—112.
[5]) In Annal. der sc. nat. XVIII (1842). 129 u. s. f.
[6]) In Wiegmann's Arch. 1843. 2. 310.
[7]) In Zeitsch. f. wissensch. Zool. VII. 41 u. 43.
[8]) Györy: Im Sitzungsb. d. kais. Akad. XXI (1856). 2—8, mit einer Tafel. Der Entdecker dieses Wurmes hat denselben in seiner angeführten sehr verdienstvollen und fleissigen Abhandlung zur Gattung *Oxyuris* gezählt, aber mehrere ausgezeichnete Charaktere

Richtung verlaufende Fäden beginnen, welche das Ei mit einer durch ihre Spiralwindungen gebildeten cylindrischen, das Ei an Länge übertreffenden Hülse einschliessen.

Der Embryo hat meist die Gestalt des erwachsenen Mutterthiers, ist noch geschlechtslos, aber Schlundröhre und Darmcanal sind bei den afterführenden Rundwürmern bereits vorhanden.

Ein Nervensystem wurde unter den afterführenden Rundwürmern bis vor kurzem mit aller Bestimmtheit nur bei dem Riesenpallisadenwurm *(Eustrongylus Gigas)* als ein Bauchnervenstrang nachgewiesen. Ein von der Lage und Form des vorhergehenden abweichendes Nervensystem wurde neuerlichst von Wedl[1]) aus *Ascaris bicuspis*, *A. dispar*, *A. vesicularis*, *A. leptoptera*, *A. compar*, *A. lumbricoides*, *Filaria papillosa*, *F. attenuata*, *Physaloptera clausa*, *Spiroptera sanguinolenta*, *S. megastoma*, *Hedruris androphora* und *Strongylus nodularis* beschrieben. Nach ihm besteht dasselbe aus einem Gehirne und einem Schwanz- oder Afterganglion, welche beide Centralorgane des Nervensystemes durch Ganglienzellenketten, welche der Längenaxe des Wurmes entlang gelagert sind, mit einander verbunden werden. Unter den afterlosen Rundwürmern besteht das Nervensystem nach Meissner bei *Mermis albicans*[2]) aus einem Gehirne, von dem vier grosse Stränge: ein Rückenstrang, zwei seitliche und ein Bauchstrang nach dem Schwanzende hinablaufen, welche in ihrem Verlaufe Queräste aussenden; die drei erstgenannten derselben verdicken sich am Hinterende zu eben so vielen Schwanzganglien. *Mermis nigrescens*[3]) hat ein Gehirn, einen Rücken- und einen Bauchstrang, von welchen jeder in einem Schwanzganglion endet; die beiden Seitenstränge fehlen. Bei *Gordius*[4]) ist ein wulstiger Schlundring vorhanden, von dem ein einziger verästelter Bauchstrang bis an das Schwanzende läuft und sich nicht weit von diesem in zwei Zweige theilt. Ein solches Nervensystem war wohl theilweise schon früher bekannt, ist aber von Bojanus und Anderen als Gefässnetz, von Siebold jedoch als netzförmige Quermuskeln gedeutet worden.

Die Mehrzahl der Thiere dieser Ordnung sind Binnenwürmer, von denen mehrere aber auch oft ausserhalb des thierischen Leibes frei vorkommen, während einige andere nur süsses

---

berechtigen diesen Helminthen als Typus einer neuen Gattung zu betrachten, welcher wir, da der Wurm zuerst unter dem nicht auf ihn anwendbaren Gattungsnamen *Oxyuris* in die Wissenschaft eingeführt wurde, die Benennung *Pseudonymus* beilegen. Aus der von Györy gegebenen Beschreibung mit Benützung seiner Abbildung stellt sich der Gattungscharakter etwa so heraus: *Corpus subcylindricum antrorsum limbo lato retroflexo cinctum. Caput subglobosum antice plicis quinque e centro radiantibus. Os in plicarum centro. Extremitas caudalis maris obtusa mucrone terminali, pene setiformi infra apicem caudalem; feminae subulata; apertura genitalis in postica tertia corporis parte; uterus bicornis? Ovipara. — In Coleopterorum intestino recto endoparasita.*

Pseudonymus spirotheca: *Corpus dense annulatum antrorsum attenuatum, lacteo-album transparens. Extremitas caudalis maris subrecta obtusa rotundata, mucrone brevi parum inflexo, papillae insidente, instructa subtus papillis sex: duabus maximis infra anum, duabus minimis inter anum et penem et duabus ultimis inter penem et caudae mucronem, juxtapositis; feminae subulata recta, apertura genitali bilabiata. Longit. mar. ad $^1/_3$'''; fem. $^1/_2$—$1^1/_3$'''.*

Habitaculum: Hydrophilus piceus, in intestino recto inter Leptothrices insectorum individua 6—30, aestate, Vindobonae (Györy).

Notitiae anatomicae: Pharynx et subscudes 3 oesophagi longitudinales subcornei. Oesophagus subcylindricus. Ventriculus subglobosus. Tractus intestinalis strictus subaequalis antice incrassatus. Anus maris infra penem, feminae infra partem subulatam corporis. Organon excretorium sacciforme retro ventriculum situm, poro excretorio plicato, ventrali. Uterus bicornis? Ovaria duo: unum antrorsum, alterum retrorsum directum. Ovula evoluta ovalia, latere uno parum excavata nodulo instructa, fila 2 vel 4 longissima emittentia, oothecam dense spiralem cylindricam ovulo longiorem formantia.

[1]) In Sitzungsber. der kaiserl. Akademie der Wissenschaften XVII (1855). 298—312 mit einer Tafel.

[2]) In Zeitsch. f. wissensch. Zool. V. 220.

[3]) Ebendaselbst VII. 20.

[4]) Ebendaselbst VII. 93.

Wasser oder das Meer bewohnen. Sie zeigen eine bedeutende Verschiedenheit in der Grösse, so dass einige kaum eine Linie lang sind, während andere die Länge mehrerer Zolle ja Fusse erreichen.

Die in Natterer's Tagebüchern enthaltenen Bemerkungen über Ort, Zeit und Zahl der von ihm während vieler Jahre und in grosser Anzahl mit Erfolg auf Helminthen untersuchten Thiere wurden auch hier mit derselben Genauigkeit wie in den vorhergehenden Abhandlungen wiedergegeben, und es stellt sich dadurch die wichtige Folgerung heraus, dass das oft häufige Vorkommen von Binnenwürmern selbst bei Thieren in ihren ursprünglichen Lebensverhältnissen nicht als ein abnormer sondern vielmehr innerhalb gewisser Grenzen als Normalzustand zu betrachten ist, der demnach eine Thierwelt innerhalb der Thierwelt darstellt — *microcosmus in macrocosmo!*

NEMATOIDEA Rudolphi charact. reform.

SUBORDO: PROCTUCHA.

Tractus cibarius ano stipatus.

TRIBUS: GAMONEMATOIDEA.

Organa genitalia segregata, aliorum mascula, aliorum feminea.

SECTIO I. HYPOPHALLI.

Penis infra apicem caudalem haud vaginatus aut vagina simplici v. duplici instructus. Vagina simplex integra s. tubuliformis, vel longitudinaliter fissa (monopetala) v. bipartita (dipetala); duplicis: interna angusta, externa ampla echinata v. inermis.

OXYURIS Rudolphi [1]).

Corpus subcylindricum crassiusculum, extremitate caudali acuta. Caput corpore continuum, epidermide subglobose inflata pellucida, v. stricte adnata. Os terminale nudum vel papillosum. Extremitas caudalis maris mucronata, pene filiformi in vagina tubulosa; feminae subulata; apertura genitalis in anteriore corporis parte; uterus bicornis. Ovipara. — In mammalium intestino coeco et crasso endoparasita.

---

[1]) Seit dem Erscheinen des zweiten Bandes des *Systema Helminthum* im Jahre 1851 sind noch neu hinzugekommen:

1. *Oxyuris compar Felis Cati* Leidy: in Proceed. Acad. Philad. VIII (1856). 52.
2. *Oxyuris allodapa Dicholophi Marcgravi* Creplin: in Abhandl. d. naturf. Gesellsch. zu Halle 1853. I. 61.
3. *Oxyuris? dubia Bufonis americani et Salamandrae rubrae* Leidy: l. s. c. VIII. 52.
4. *Oxyuris ornata Tritonis ignei* Walter: in Zeitsch. f. wissensch. Zool. VIII (1856). 163—201. Taf. V. u. VI.
5. *Oxyuris socialis Achetae abbreviatae* Leidy: in Proceed. Acad. Philad. V (1850). 102; *nunc Anguillula socialis* Leidy: ibid. VIII. 49.

Oxyuris obesa.

Tab. I. Fig. 1—6.

Caput conicum apice truncatum epidermide stricte adnata. Os papillis 3—4 cinctum. Corpus utrinque valde attenuatum rectum. Extremitas caudalis maris . . . feminae subulata recta, corpore aequilonga. Longit. 8‴—1½″; crassit. ¾—1‴.

Oxguris obesa Dies.: Syst. Helm. II. 141.

Habitaculum: Hydrochoerus Capybara: in intestino coeco, Februario in Brasilia (Natterer).

Im Blinddarme eines männlichen *Capybara* fand Natterer diese Art zu Ypanema am 16. Februar 1819 in einer grösseren Anzahl von Exemplaren.

ASCARIS Linné [1]).

Corpus subcylindricum, subaequale, utrinque aut antrorsum v. retrorsum magis attenuatum, inerme, rarissime armatum. Caput subconicum, corpore continuum, nudum v. alatum. Os terminale trilabiatum, labiis seu valvulis in triangulum dispositis clausum. Extremitas caudalis nuda v. alata. Penis filiformis in vagina bipartita s. dipetala, petalis linearibus, interdum longissimis; feminae apertura genitalis in anteriore v. posteriore corporis parte collocata; uterus bi- rarissime tri- vel quinquecornis. Ovipara, rarissime vivipara. Mammalium et avium rarius amphibiorum et piscium endoparasita, in tractu intestinali, rarissime in organis aliis obvia.

I. GYMNOASCARIDES. — Corpus inerme.

1. ***Ascaris heteroptera.***

Tab. I. Fig. 7—13.

Caput alis duabus angustis inaequalibus, altera abbreviata, altera in anteriore corporis parte flexuose decurrente, dilatata, postice rotundata; os labiis rotundatis. Corpus maris retrorsum magis attenuatum, curvatum; feminae utrinque aequaliter attenuatum, subrectum v. antrorsum incurvatum; extremitate caudali conica, maris inflexa, feminae recta. — Longit. mar. ultra 1″; fem. ½—2″; crassit. ½—1‴.

Ascaris heteroptera Dies.: Syst. Helm. I. 175.

---

[1]) Noch nicht aufgenommene oder neu hinzugekommene Arten sind:

1. *Ascaris Felis discoloris* Leidy: in Proceed. Acad. Philad. V (1851). 155.
2. *Ascaris columnaris Mephitis Chingae* Leidy: l. c. VIII. 51.
3. *Ascaris laevis Arctomydis monacis* Leidy: ibid. 51.
4. *Ascaris similis Phocae speciei antarcticae* Baird: Cat. Entoz. Brit. Mus. 19. Tab. I. 1. et in Ann. nat. hist. 2. ser. XV (1855). 69.
5. *Ascaris angulivalvis Balaenae rostratae* Creplin: in Wiegmann's Arch. 1851. 1. 158—160.
6. *Ascaris pterophora Dicholophi Marcgravi* Creplin: in Abhandl. d. nat. Gesellsch. zu Halle 1853. I. 60.
7. *Ascaris ischnoptera Struthionis Cameli* Creplin: in Hertwig u. Gurlt Mag. f. d. ges. Thierheilk. XIX. 265—268.
8. *Ascaris longa Tantali loculatoris* Leidy: l. c. VIII. 51.
9. *Ascaris paucipara Testudinis graecae* Siebold: Lehrb. d. vergleich. Anat. Abth. I. 140.
10. *Ascaris entomelas Ranae halecinae* Leidy: in Proceed. Acad. Philad. V. 206 et VIII. 51.
11. *Ascaris nuda Crotali adamantei* Leidy: l. c. VIII. 51.
12. *Ascaris humilis Tropidonoti sirtalis* Leidy: ibid. VIII. 51.
13. *Ascaris neglecta Diodontis maculo-striati* Leidy: ibid. VIII. 52.
14. *Ascaris bicuspis Scyllii Catuli* Wedl: in Sitzungsb. der kais. Akad. d. Wissensch. XVI (1855). 389 et 359. Taf. III. 29—32.
15. *Ascaris laevissima* . . . Baird: Cat. Entoz. Brit. Mus. 25 et in Ann. nat. hist. 2. ser. XV (1855). 70.
16. *Ascaris bifaria* . . . Baird: l. s. c. 26. Tab. I. 2. et l. s. c. 70.

Habitaculum: Ibis albicollis: Februario, Aprili et Augusto. — I. nudifrons, Majo: in intestinis tenuibus, in Brasilia (Natterer).

Die durch die unsymmetrische Form der Kopfflügel so ausgezeichnete und noch immer alleinstehende Art lebt im Darmcanale brasilianischer Ibis-Arten und wurde von Natterer gefunden:

im weisshälsigen Ibis zu Murungaba 2. April 1821 in einem Männchen 2 Exemplare, frei aus der Bauchhöhle, durch ein Schussloch aus dem Darmcanal gekommen;
zu Ytararé am 17. August 1821 in einem Männchen, endlich
zu Matogrosso am 23. Februar 1829 in einem Weibchen 1, und in einem andern Weibchen 4 Exemplare;
im Guarauna *(Ibis nudifrons)* am Rio Paranà am 16. Mai 1823 in einem Weibchen 1 Exemplar.

2. ***Ascaris lonchoptera.***

Tab. I. Fig. 14—17.

Caput alis duabus semilanceolatis; os labiis magnis rotundatis. Corpus maris ....; feminae antrorsum magis attenuatum, extremitate caudali acute conica. — Longit. ultra 3″; crassit. $^3/_4$‴.

Ascaris lonchoptera Dies.: Syst. Helm. II. 176 et 560.

Habitucalum: Elephas indicus: in ductibus biliariis, Genevae (Mayor) ibidem et in duodeno cum Distomatibus copiose. (Mus. soc. med. Bost.)

Diese durch ihren Aufenthalt in den Gallengängen des asiatischen Elephanten so merkwürdige Art fand zuerst Mayor in einem zu Genf wegen Tobsucht getödteten asiatischen Elephanten ungefähr im Jahre 1822, und theilte davon der kaiserlichen Sammlung ein paar Weibchen mit. Später erwähnt Jackson in dem *Descriptive Catalogue of the anatomical Museum of the Boston society for medical improvement* im Jahre 1847 einen neuen Fund in demselben Organe und im Zwölffingendarme gleichzeitig mit Distomen.

3. ***Ascaris macroptera.***

Tab. I. Fig. 18—23.

Caput inflexum depressum, alis duabus magnis semiovatis; os labiis subovalibus. Corpus utrinque aequaliter attenuatum subrectum v. curvatum, extremitate caudali conica maris inflexa, vaginae penis cruribus s. petalis incurvatis; feminae recta. — Longit. mar. 2—3″, crassit. $^1/_2$—$^3/_4$‴, longit. fem. $2^1/_2$—$4^1/_2$″, crassit. $^3/_4$—1‴.

Ascaris macroptera Dies.: Syst. Helm. II. 182.

Habitaculum: Champsa nigra: in ventriculo; in Brasilia (Natterer).

Nur einmal von Natterer zu Rabo do Bananeira im Jahre 1829 im Magen des *Jacare guaçu* in bedeutender Anzahl gefunden.

II. ECHINOASCARIDES. — Corpus echinatum.

4. ***Ascaris Hystrix.***

Tab. I. Fig. 24—30.

Caput nudum inerme; os labiis rotundatis. Corpus utrinque aequaliter attenuatum parum curvatum, echinis acicularibus annulatim dense armatum, extremitate caudali acute conica,

inermi, maris incurvata; feminae recta. Longit. mar. 2—3‴; crassit. ¹/₄‴ fem. 2¹/₂‴; crassit. ¹/₅‴.

Ascaris Hystrix Dies.: Syst. Helm. II. 188.

Habitaculum: Podocnemis erythrocephala: in intestino recto, Aprili in Brasilia (Natterer).

Diese Art, welche mit *Asc. echinata* aus *Platydactylus guttatus* die kleine Abtheilung der Ascariden mit bestacheltem Leibe bildet, fand Natterer in wenigen Exemplaren zu Marabitanas am 21. April 1831 im Dickdarme der *Tracaja Uira pocca.*

SPIROPTERA Rudolphi [1]).

Corpus subcylindricum, utrinque v. antrorsum v. retrorsum magis attenuatum, inerme vel armatum. Caput nudum v. alatum. Os terminale orbiculare nudum v. papillosum. Extremitas caudalis maris utrinque alata, laxe spiraliter torta, pene filiformi vagina monopetala ligulaeformi excepto; feminae haud alata recta; apertura genitalis retrorsum sita; uterus bicornis. Ovipara, rarius vivipara. — Mammalium et avium, rarissime piscium et amphibiorum endoparasita.

I. GYMNOSPIROPTERAE. — Corpus inerme.

1. ***Spiroptera hamulosa.***

Tab. I. Fig. 31—38.

Caput continuum haud alatum; os papillosum. Corpus strictum subaequale, extremitate caudali maris spiraliter torta anfractibus 2, alis linearibus; feminae apice deflexa uncinata. Longit. mar. 5—6‴, crassit. ¹/₈‴; fem. 12—13‴, crassit. ¹/₄‴.

Spiroptera hamulosa Dies.: Syst. Helm. II. 217.

Habitaculum: Phasianus Gallus in protuberantia carnosa superficiei ventriculi, Septembri, in Brasilia (Natterer).

Natterer fand 27 Individuen dieser Würmer zu Cuyaba 1824 in einer fleischigen Erhöhung aussen auf dem Magen eines Haushahnes.

2. ***Spiroptera Serpentulus.***

Tab. II. Fig. 1—7.

Caput continuum truncatum, alis linearibus; os nudum. Corpus utrinque antrorsum tamen magis attenuatum, maris semispirale, feminae laxe spiraliter tortum anfractibus 1—3;

[1]) Als neu aufgeführte Arten sind:

1. *Spiroptera Didelphidis virginianae* Leidy: in Proceed. Acad. Philad. V. 155; nunc *Physaloptera turgida* Rud. Leidy: ibid. VIII. 53.
2. *Spiroptera Scalopis canadensis* Leidy: l. s. c. 155; nunc *Physaloptera limbata* Leidy: l. c. VIII. 53.
3. *Spiroptera pachyderma Falconis Aesalonis* Creplin: in Wiegm. Arch. 1851. 1. 280 (ohne Beschreibung).
4. *Spiroptera striata Podicipedis auriti* Creplin: l. s. c. 288 (ohne Beschreibung).
5. *Spiroptera dacnodes Rajae clavatae et Squali Musteli* Creplin: l. s. c. 308.

extremitate caudali maris obtusa semispirali, alis angustis utrinque tricostatis; feminae depressiuscula obtuse-conica. — Longit. maris 2—3‴, crassit. $^1/_6$‴ et ultra; feminae 4—7‴, crassit. $^1/_3$—$^1/_2$‴.

Spiroptera Serpentulus Dies.: Syst. Helm. II. 221.

Habitaculum: Falco rufipes: inter tendines pedum, vere. (Mus. Caes. Vind.) — F. cachinnans, Octobri. — F. aquilinus, Octobri. — F. gracilis, Novembri et Januario. — F. milvoides, Octobri. — F. magnirostris, Januario. — F. Urubutinga, Aprili. — F. melanops, Januario. — F. unicinctus, Decembri: inter tendines calcis et digitorum. — F. nitidus Octobri: inter tendines ad articulationem ulnae, in Brasilia (Natterer).

Die ersten Exemplare dieser Art, welche schon Rudolphi in seiner Synopsis S. 28 und 254 als *Spiroptera Falconis* beschrieb, wurden am Wiener Museum im Frühling zwischen den Sehnen der Füsse des Abendfalken *(F. rufipes)* gefunden.

Natterer sammelte sie aus nachstehenden brasilianischen Falken:

Falco milvoides Nr. 624 zu Registo do Rio Araguay am 28. October 1823, 2 Exemplare am Fersengelenke eines Weibchens eingekapselt.

Falco nitidus Nr. 626 zu Rio Araguay am 31. October 1823, ein Weibchen mit 4 Spiropteren im Ellenbogengelenke des Flügels, zwischen den Sehnen frei.

Falco gracilis Nr. 627 zu Rio Araguay am 2. November 1823, ein Männchen mit 2 Spiropteren aus dem Fersengelenke und darauf zu Cuyaba am 21. Jänner 1825 ein Weibchen mit 4 Exemplaren zwischen den Sehnen der rechten Wade.

Falco cachinnans Nr. 587 zu Caiçara am 24. October 1825, ein Männchen mit 3 Spiropteren aus beiden Fersengelenken.

Falco magnirostis Nr. 10 zu Caiçara am 11. Jänner 1826, Männchen mit 4 Spiropteren in der Ferse zwischen den Sehnen.

Falco Urubutinga Nr. 505 zu Caiçara am 19. April 1826, Weibchen mit 32 Spiropteren aus beiden Fersengelenken und fast in allen Zehen zwischen den Sehnen.

Falco aquilinus Nr. 382 zu Matogrosso am 10. October 1826, mit 10 Spiropteren aus dem Fersengelenke.

Falco unicinctus Nr. 698 zu Matogrosso am 16. December 1828, Männchen mit 16 Spiropteren aus den Zehen zwischen den Sehnen.

Falco melanops Nr. 925 zu Parà am 1. Jänner 1835, Weibchen mit 52 Spiropteren an den Wurzeln von 3 Zehen.

II. ECHINOSPIROPTERAE. — Corpus echinatum.

3. ***Spiroptera echinata.***

Tab. II. Fig. 8—16.

Caput continuum, alis linearibus; os papillis 5 cinctum. Corpus retrorsum magis attenuatum, aculeorum serie simplici in utraque linea laterali, extremitate caudali maris nuda, semel spiraliter torta, alis angustis; feminae recta nuda apice attenuata. Longit. mar. 3—3$^1/_2$‴, crassit. $^1/_6$‴; feminae 4—5‴, crassit. $^1/_4$‴.

Spiroptera echinata Dies.: Syst. Helm. II. 222.

Habitaculum: Mergus Albellus: in oesophago, vere. (Mus. Caes. Vind.)

Von dieser Art befinden sich nur wenige Exemplare aus dem Elstertaucher ohne Angabe des Finders in der kaiserlichen Sammlung.

PHYSALOPTERA Rudolphi [1]).

Corpus subcylindricum, antrorsum magis attenuatum. Caput corpore continuum. Os bilabiatum, labiis oppositis protractilibus. Extremitas caudalis maris deflexa vel subrecta, utrinque alata alis costatis, utplurimum humore limpido turgidis; pene in vagina bipartita s. dipetala; feminae apertura genitalis antrorsum sita; uterus bicornis. — Animalium vertebratorum endoparasita in oesophago et ventriculo, rarius in intestinis obvia.

Physaloptera mucronata.

Tab. II. Fig. 17—28.

Caput continuum; os labiis rotundatis medio emarginatis. Corpus antrorsum magis attenuatum tortuosum, extremitate caudali maris subrecta, alis linearibus incrassatis costis...; feminae recta rotundata; mucrone terminali acute-conico, apertura genitali annulo lato tumido sulco mediano transversali percurso cincta. Longit. mar. 10‴—1″, crassit. $^1/_2$‴; feminae 1—1$^1/_2$″, crassit. $^3/_4$‴.

Physaloptera mucronata Dies. Syst. Helm. II. 235. — Leidy: in Proceed. Acad. Philad. VIII. (1856). 53.

Habitaculum: Champsa nigra: in ventriculo, Junio in Brasilia (Natterer). — Champsa Lucius in eodem organo numerose in Georgia (Jones).

Natterer fand zu Borba am 27. Juni 1830 im Magen eines männlichen *Jacarè guaçu* an etwa 400 grosse und kleine wahrscheinlich junge Individuen dieser Art, sie bewegten sich sehr lebhaft und waren nach vier Tagen noch fast alle lebend. Seitdem wurde diese Art von Jones in Nordamerika ebenfalls häufig aus dem Magen des Mississippi-Alligators gesammelt.

OPHIOSTOMUM Rudolphi.

Corpus subcylindricum antrorsum v. retrorsum magis attenuatum, inerme v. armatum. Caput corpore continuum bilabiatum, labiis prominentibus oppositis, altero inferiore altero superiore. Os intra labia positum. Extremitas caudalis maris recta conica; pene...; feminae apertura genitalis antrorsum sita? uterus... — Mammalium et piscium endoparasita.

Unius solum speciei mare noto, genus nequaquam satis stabilitum.

Ophiostomum amphiacanthum char. emendat.

Tab. II. Fig. 29—36.

Caput labiis aequalibus, antice emarginatis latioribus quam longis, nodulis binis parallelis distantibus insignitis, membrana tenuiore junctis. Corpus feminae antrorsum filiforme, retrorsum

[1]) Neu hinzugekommene Arten:

1. *Physaloptera limbata Scalopis canadensis* Leidy: in Proceed. Acad. Philad. VIII (1856). 53. quondam *Spiroptera Sc. canadensis* Leidy: ibid. V (1851). 155.
2. *Physaloptera abjecta Psammophidis flagelliformis* Leidy: ibid. VIII. 53.
3. *Physaloptera constricta Tropidonoti sipedonis* Leidy: ibid. VIII. 53.
4. *Physaloptera contorta Emydis serratae, E. reticulatae, Cistudinis carolinae* et *Kinosterni pennsylvanici* Leidy: ibid. VIII. 53.

valde incrassatum, aculeis validis retrorsum directis parum curvatis in series simplices tres: dorsalem longiorem, dextram et sinistram laterales breviores dispositis, extremitate caudali bilabiata, labio superiore incrassato truncato, inferiore longiore depresso rotundato apice mucronato. Mas... Longit. 4—5$^1/_2$‴; crassit. $^1/_2$‴.

Ophiostomum amphiacanthum Dies. Syst. Helm. II. 246.

Habitaculum: Lemmus dasytrichus: in intestinis tenuibus, in Brasilia (Natterer).

Zu Ytararé am 1. September 1820 im Dünndarme eines Weibchens des *Rato bubo* von Natterer gefunden.

TRICHOCEPHALUS Goeze char. emendat.

Corpus subcylindricum crassiusculum, maris utplurimum spiraliter involutum, feminae subrectum v. contortum. Collum longissimum capillare, retrorsum sensim increscens. Caput haud discretum. Os terminale minimum. Penis filiformis retractilis in vagina duplici: interna angusta, externa ampla, echinis armata, rarius inermi; feminae apertura genitalis ad colli basim; uterus simplex. Ovipara. — Mammalium in intestino coeco aut crasso endoparasita.

Anmerkung: Eine unrichtige Angabe in der Stellung der doppelten Penisscheide in der kleinen Gruppe der Trichotrachelideen, nämlich den Gattungen *Trichocephalus, Sclerotrichum* und *Oncophora*, welche mir als an der Schwanzspitze liegend bezeichnet wurde, hat die Veranlassung gegeben, sie den Acrophallen beizuzählen. Eine wiederholte Untersuchung hat jedoch gezeigt, dass die doppelte Penisscheide, wenigstens bei der Gattung *Trichocephalus*, unterhalb der Schwanzspitze liege, und diese Gruppe daher den Hypophallen einverleibt werden müsse. Ihre richtige Stellung ist nunmehr zwischen *Trichosomum* und *Filaria*.

Trichocephalus subspiralis.

Tab. II. Fig. 37—44.

Collum longissimum capillare. Corpus crassiusculum subrectum, extremitate caudali maris in semispiram incurvata, vagina penis externa cyathiformi, muricata, interna tubuliformi; feminae incurvata. Mar. longit. coll. ad 5‴, crassit. $^1/_{12}$‴; longit. corp. ad 4‴, crassit. $^1/_3$‴; fem. longit. coll. ad 13‴, crassit. $^1/_{12}$‴; longit. corp. ad 7‴, crassit. $^1/_3$‴.

Trichocephalus subspiralis Dies. Syst. Helm. II. 294.

Habitaculum: Dasypus tricinctus, Octobri. — D. unicinctus, Februario. — D. loricatus, Novembri: in eorum intestino coeco, in Brasilia (Natterer).

Natterer sammelte diesen neuen im Blinddarme der Gürtelthiere lebenden *Trichocephalus* zuerst am 16. Februar 1819 zu Ypanema in mehreren Individuen, als einem männlichen *Tatu-Ay* (*D. unicinctus* Nr. 40), sodann zu Caiçara am 13. October 1825 aus zwei Männchen und zwei Weibchen des *Tatu-Apar* (*D. tricinctus* Nr. 108), und endlich zu Matogrosso am 26. November 1826 aus einem Männchen einer von ihm neu aufgestellten Art (*D. loricatus* Nr. 87), vier Exemplare.

FILARIA Müller char. reform.[1]).

Corpus filiforme, utplurimum longissimum. Caput corpore continuum. Os terminale haud labiatum v. labiatum, inerme v. spinulis s. dentibus (papillis auctorum) armatum. Penis

[1]) Neu hinzugekommene Arten sind:
1. *Filaria Hominis oris* Leidy: in Proceed. Acad. Philad. V (1851). 118; nunc *Filaria medinensis?* Leidy: ibid. VIII (1856). 55.

filiformis in vagina monopetala ligulaeformi; feminae apertura genitalis in anteriore corporis parte; uterus bicornis rarissime quinquecornis. Ovipara v. vivipara. — Animalium vertebratorum, praeprimis mammalium et avium, rarius amphibiorum et dubie piscium endoparasita, excepto tractu intestinali in organis variis obvia.

1. ***Filaria bispinosa.***

Tab. II. Fig. 45—50.

Os bilabiatum, labiis antrorsum parum dilatatis, apice truncatis, spinula subcentrali subconica recurvata armatis. Corpus longissimum subaequale, extremitate caudali recta, maris acutiuscula; feminae obtusa. Longit. mar. $2^1/_2''$ et ultra, crassit. $^1/_4'''$; fem. 10—14″, crassit. $^3/_4$—1‴.

Filaria Boae constrictoris Leidy: in Proceed. Acad. Philad. V (1851). 118.
Filaria bispinosa Dies. Syst. Helm. II. 278. — Leidy l. c. VIII (1856). 56.

Nach Davaine's Untersuchung war der von Mongrand zu Brest in der Saphena einer Leiche gefundene, von ihm *Filaria Zebra* genannte angebliche Helminth ein fadenförmiges Blutcoagulum, was Robin gleichfalls bestätigt. (Vgl. hierüber Gazette méd. de Paris Fevr. 1852 et Compt. rend. de la Soc. de Biologie 1852 (Aout).

2. *Filaria papillosa haematica Canis familiaris* Gruby et Delafond in Extr. du 3. mémoire sur le ver Filaire, qui vit dans le sang du chien domestique, lu à l'Académie des sciences le 5. Janvier 1852. Paris 1852. (Extrait de la Gazette des Hopitaux.) 1—15.
3. *Filaria immitis Canis familiaris* Leidy: l. c. VIII. 55, quondam *Filaria Canis cordis* Leidy: l. c. V. 118.

   Diese Art fällt höchst wahrscheinlich mit der vorhergehenden zusammen. Solche Fadenwürmer wurden zuerst zu Paris von Gruby und Delafond von einer Länge bis 7″, bei einer Dicke von über $^1/_3'''$, in geronnenem Blute der rechten Herzkammer, und mikroskopisch klein zwischen den Blutkügelchen von Hunden angetroffen. Nach ihnen ist unter 20—25 Hunden durchschnittlich einer mit diesen im Blute lebenden mikroskopischen Filarien behaftet, deren Gesammtzahl für ein Individuum auf 11,000 bis 223,000 angenommen werden kann. Drei damit behaftete und beobachtete Hunde zeigten epileptische Anfälle, zwei davon starben, der dritte schien seit einem Jahre geheilt zu sein, obwohl fortwährend die Würmermenge sich als dieselbe zeigte. Das Untersuchungsblut wurde durch Aderlass gewonnen. Über einen neuerlichen Fund zu Philadelphia theilt Leidy folgende interessante Notiz mit: Mr. John Jones theilte mir neuerlich zwei Hundeherzen mit. In dem einen waren im rechten Ventrikel fünf 5—10″ lange, $^1/_4$—$^1/_2'''$ dicke Filarien. Im anderen waren der rechte Vorhof, die rechte Kammer und die Pulmonar-Arterie in ihren Verzweigungen durch die Lungen buchstäblich mit solchen Filarien ausgestopft. Eine Portion Blut dieses Hundes, welche mir Mr. Jones gab, enthielt eine grosse Zahl junger Filarien. Hinsichtlich der Symptome, welche die Gegenwart dieser Würmer im Herzen während des Lebens der Hunde begleiteten, gab Mr. Jones nachstehende Auskunft: Das Herz, welches die fünf Fadenwürmer enthielt, stammte von einem männlichen *Pointer dog*, dessen Appetit unersättlich war, so dass er, obwohl reichlich gefüttert, sehr mager blieb. Herz und Lungen, welche die grosse Zahl von Würmern enthielten, gehörten einem *Cur dog* an, der immer so dürr war, dass er einem Skelet glich, und es mit der grössten Freigebigkeit an Futter nicht möglich wurde, sein Aussehen zu verbessern. Beide Hunde zeichneten sich durch eine rastlose Thätigkeit aus. Sie starben nicht in Folge der Anwesenheit der Filarien, sondern wurden zum Behufe eines physiologischen Versuches getödtet.
4. *Filaria aethiopica Felis jubatae* Valençiennes in Compt. rend. XLIII (1856) et in Institut. Nr. 1180. 286.
5. *Filaria flexuosa Cervi Elaphi* Wedl in Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissensch. XIX (1856). 122—126. Fig. 1—7.
6. *Filaria inflexocaudata Delphini Phocaenae* Siebold: Lehrb. d. vergleich. Anat. I. Abth. 152 nota (solum nomen).
7. *Filaria Clava Columbae domesticae* Wedl: l. s. c. 126—127. Fig. 8.
8. *? Filaria dubia Diomedeae exulantis* Leidy: l. c. VIII. 55.
9. *Filaria solitaria Emydis serratae et Chelonurae serpentinae* Leidy: l. c. VIII. 56.
10. *Filaria Cistudinis carolinae* Leidy: l. c. VIII. 56.
11. *Filaria nitida Ranae pipientis* Leidy: l. c. VIII. 56.
12. *Filaria Amphiumae meantis* Leidy: l. c. VIII. 56.
13. *Filaria rubra Labracis lineati* Leidy: l. c. VIII. 56.
14. *Filaria quadrituberculata Anguillae vulgaris* Leidy: l. c. VIII. 56.

    Aus einem mir unerklärlichen Versehen wurden im Systeme der Helminthen bei dieser Gattung Rudolphi's *Filaria gracilis* und *F. Mustelarum* irriger Weise in die Abtheilung gebracht, in welcher der Mund bewaffnet ist. Professor Molin, welcher mich zuerst auf dieses Versehen aufmerksam machte, hatte auf mein Ersuchen die Gefälligkeit, von den in der kaiserlichen Sammlung befindlichen Arten der Filarien die von mir aufgeführten einer Revision zu unterziehen, und wird die Ergebnisse derselben in einer Monographie dieser Gattung nächstens in den Sitzungsberichten der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften veröffentlichen.

Habitaculum: Ophis saurocephalus: in cavo abdominis, Julio. — Thamnobius poecilostoma: inter membranas oesophagi et pulmonum, Junio. — Boa Constrictor: in cavo abdominis, Junio, in Brasilia (Natterer); sub cute speciei ultimae, Philadelphiae (Leidy).

Natterer sammelte von dieser Art zu Matogrosso am 5. Juni 1828 aus einer männlichen *Giboia (Boa Constrictor* Nr. 51) zwei lange Individuen frei aus der Bauchhöhle, die sich beim Absterben ausstreckten; dann zu Borba am 2. Juli 1830 aus einem Weibchen der *Boypeva do Mato (Ophis saurocephalus)* drei lange und drei kurze Filarien, vom Magen an über den ganzen Darmcanal hin in dessen Häute durchflochten, und endlich zu Rio Içanna am 26. Juni 1835 im *Thamnobius poecilostoma* (*Coluber* Nr. 174) ein langes Exemplar zwischen den Häuten, die die Lunge und den Schlund verbinden.

2. ***Filaria horrida.***

Tab. III. Fig. 1—5 et Tab. IV. Fig. 1—25 (anatom.).

Os bilabiatum, labiis antrorsum dilatatis apice truncatis. Ad latera externa labiorum utrinque spinae geminae conicae, interjectis spinulis multis brevioribus. Corpus longissimum subaequale, utrinque sensim attenuatum, extremitate caudali maris inflexa excavata utrinque alata, alis quinquecostatis; feminae recta obtusa. Longit. mar. 1', crassit. ad 1'''; fem. ultra 3', crassit. ultra $1^1/_2$'''.

Filaria horrida Dies. Syst. Helm. II. 278.

Habitaculum: Rhea americana: in cavo thoracis, Februario, Martio, Aprili et Decembri, in Brasilia (Natterer).

Diese durch ihre besondere Länge, verhältnissmässige Dicke und durch Bewaffnung ihrer Mundlippen ausgezeichnete Art fand Natterer zu wiederholten Malen im *Nhandu-guaçu*, und zwar zu:

Lages am 4. April 1823 in der Brusthöhle eines Weibchens, zwei Exemplare; eines derselben von 1' 10½'' Länge, und ebenda in einem Männchen zwei Exemplare, von denen eines 2' 9½'' lang war;

zu Arica am 21. December 1823 in einem Männchen sieben grosse und sieben kleine Filarien aus der Brusthöhle und unter der Haut des Schenkels, mehrere zusammen unter einem Häutchen;

zu Cuyaba am 26. März 1824 in der Brusthöhle eines Männchens 23 Filarien frei auf den Rippen in zwei Gesellschaften auf jeder Seite;

zu Caiçara am 11. Februar 1826 viele Fadenwürmer in der Brusthöhle eines Weibchens, an den beiden Wänden der Rippen in zwei Luftsäcken frei unter einander verschlungen.

Eine im Jahre 1840 gemachte Zergliederung dieses Fadenwurmes mag hier noch Platz finden, da sich die Untersuchung von Owen in dessen *Lectures on the comparative anatomy and physiology of the invertebrate Animals*, 1843, p. 74 nur auf Form und Lage der Geschlechtsorgane eines Weibchens beschränkt, welches ihm Natterer bei seiner Rückkehr aus Brasilien in London mittheilte.

Die äussere Bedeckung des Körpers ist quer gerunzelt, und auf seiner Oberfläche zerstreut erheben sich kurz gestielte tellerförmige Organe, mit einer kleinen Öffnung in ihrer Mitte, welche in die Leibeshöhle mündet *(stigmata)*. Fig. 1 und 2.

Zu den inneren Organen gehört zunächst ein Muskelschlauch, der sich an die innere Fläche der allgemeinen Bedeckung anschliesst und aus einer Längsmuskelschichte gebildet ist.

Die Längsmuskeln bilden vier breite Streifen, zwischen welchen an der Rücken- und Bauchlinie eine schmale linienförmige, und an den Seiten je eine breite bandförmige Binde herabläuft.

An der inneren Fläche der Längsmuskelschichte zeigen sich kleine Kreise, welche wahrscheinlich als Mündungen jener die Längsmuskelschichte durchsetzenden Canäle zu betrachten sind, welche von den gestielten tellerförmigen Organen nach innen führen. (Fig. 5 und 6.)

Was den Verdauungsapparat betrifft, so nimmt die lange Schlundröhre fast den siebenten Theil der Leibeslänge ein; sie beginnt am Munde ziemlich eng, erweitert sich aber allmählich nach rückwärts und zeigt in ihrem vorderen Theile eine Einschnürung. Nach hinten ist sie etwas abgerundet und mündet in den Darmcanal. Die innere Höhle der Schlundröhre ist durch drei Längsfalten, welche gegen den Mittelpunkt zusammenlaufen, in drei Fächer getheilt. (Fig. 13.)

Der gerade und viel engere Darmcanal verläuft in gleichem Durchmesser bis gegen das Schwanzende, und endigt daselbst als kurzer enger Mastdarm mit einer Afteröffnung. (Fig. 7 und 11.)

Die innere Fläche des Darmcanals ist genetzt, die Lücken dieses Netzes sind rautenförmig und man sieht diese Auskleidung von aussen durchscheinen. (Fig. 14—16.)

Ein Gefässsystem fehlt auch hier wie bei allen Gattungen dieser Unterordnung, und die jetzt herrschende Ansicht, dass die die verschiedenen Organe speisende Ernährungsflüssigkeit ohne Vermittlung eines Gefässsystemes vom Darmcanal in die Leibeshöhle ausschwitzt, mag dadurch gerechtfertigt sein.

Der Athmungsprocess scheint durch die oben bei der allgemeinen Bedeckung erwähnten Hautporen *(stigmata)*, welche an der inneren Fläche der Längsmuskelschichte münden, vermittelt zu werden. Die als Respirationsorgane betrachteten gestielten Bläschen, welche bei mehreren Nematoideen von der inneren Fläche der Cutis in die Leibeshöhle ragen, fehlen hier jedoch.

Die Geschlechtsorgane anlangend, bestehen die männlichen in einer Röhre, welche die ganze Länge des Körpers durchläuft, an ihrem vordersten unterhalb der Schlundröhre gelegenen Theile gespalten, in ihrem ganzen übrigen Verlaufe jedoch fast gleichförmig ist, so dass eine scharfe Abgrenzung der einzelnen Theile, nämlich Hoden, zuführendes Samengefäss, Samenbläschen, und ausführendes Samengefäss nicht nachweisbar erscheint. Diese Geschlechtsröhre ist etwas schlaff und daher in ihrem Verlaufe mit dem Darmcanal bald auf der einen, bald auf der andern Seite gelegen; ihre Ausmündung befindet sich etwas vor dem Schwanzende. (Fig. 7—10.) — Die weiblichen Geschlechtsorgane, welche mit Ausnahme der Gebärmutterscheide doppelt vorhanden sind, bestehen aus den Eierschläuchen, den Fallopischen Röhren, Gebärmutterhörnern und der nach aussen mündenden Gebärmutterscheide. Von den langen fadenförmigen, in die Fallopischen Röhren mündenden zwei Eierschläuchen entspringt der eine fast seiner ganzen Länge nach, vielfach um den Darmcanal gewundene, in der Nähe des Schwanzendes, der andere im vordersten Viertheile des Leibes; von da an läuft der letztere den Darmcanal in wenigen sehr schlaffen Windungen begleitend bis beinahe zum Vorderende der Schlundröhre, kehrt dort zurück und behält diese Richtung während seines übrigen Verlaufes. (Fig. 11.)

Die innere Fläche dieser Eierschläuche ist auf ähnliche Weise genetzt, wie die des Darmcanals, mit unregelmässig rautenförmigen Maschen, die mehr oder minder auf der Oberfläche durchscheinen. (Fig. 17—18.)

Die Fallopischen Röhren [1]), in welche die Eierschläuche einmünden, und von denen die eine in der Nähe des Vorder-, die andere nicht weit vom Schwanzende sich befindet, haben eine kolbenförmige Gestalt und gehen mit ihren verschmächtigten Enden in die Spitze je eines Gebärmutterhornes über. Die zweihörnige Gebärmutter nimmt den grössten Theil der Körperlänge ein. Die sehr langen Hörner sind cylindrisch, übertreffen an Dicke die Eierschläuche bei weitem und kommen darin fast dem Darmcanale gleich. Das von der gegen das Schwanzende zu gelegenen Fallopischen Röhre ausgehende Horn umgibt den Darmcanal im letzten Viertheil der Leibeslänge mit zahlreichen dichten Windungen und läuft dann ziemlich gerade nach vorne hin. Das zweite Horn, das seinen Ursprung nicht weit vom Vorderende hat, läuft ungewunden und ziemlich gerade nach rückwärts, bis ungefähr $^3/_4$ der Leibeslänge, wo es sich plötzlich umbiegt und ziemlich parallel mit seiner früheren Richtung und mit dem anderen Horn nach vorne sich begibt. In der Höhe des Anfanges der vorderen Hälfte der Schlundröhre vereinigen sich beide Hörner und münden als lange, ziemlich gleichförmige nur nach vorne hin etwas erweiterte Mutterscheide fast hinter dem Kopfende mittelst der weiblichen Geschlechtsöffnung aus. (Fig. 11 und 12.)

[1]) Benno Gabriel in seiner Inaugural-Dissertation *de Cucullani elegantis evolutione*, Berlin 1853 mit 3 Tafeln, S. 8 nennt das hier als Fallopische Röhre bezeichnete Organ *bursa seminalis*, behauptet, dass innerhalb desselben die Befruchtung vor sich gehe, und erklärt den in das dicke Ende der *bursa* einmündenden Schlauch für die eigentliche Fallopische Röhre.

Die innere Fläche der Gebärmutterhörner ist genetzt, aber die Maschen stellen nicht wie jene der Eierschläuche die Rautenform dar, sondern sind fast regelmässige Vierecke; diese Structur, welche durch die äussere Bedeckung durchscheint, setzt sich auch in der Gebärmutterscheide fort (Fig. 19—23). Die Eier sind von der gewöhnlichen ovalen Form und haben weder Fortsätze, noch Anhänge. In jenen aus den Eierschläuchen gegen die Fallopische Röhre hin, sowie aus dem Anfange der Gebärmutterhörner erscheint noch die Dottermasse ohne Embryo, während in jenen aus den Gebärmutterhörnern gegen die Scheide hin die Dottermasse schon gänzlich verbraucht und der zusammengerollte Embryo sichtbar ist (Fig. 12, 24, 25).

Vom Nervensysteme wurden zwar weder Gehirn noch Schwanzganglien aufgefunden, dagegen scheinen die beiden zwischen den Längsmuskelschichten auf der Rücken- und Bauchlinie herablaufenden Wülste, so wie vielleicht auch die in den breiten seitlichen Binden liegenden Fäden als Nervenstränge gedeutet werden zu können.

Sehr entwickelt sind die fast rechtwinkelig mit den Längsmuskelbündeln auf deren innerer Seite sich kreuzenden Quernervenbündel. Diese bilden keine geschlossenen Ringe; gegen die seitlichen breiten Binden zu enden sie meist unverästelt, ohne je diese Binden zu erreichen; ihre Enden scheinen sich in der Längsmuskelschichte zu verlieren; die anderen gegen einen der schmalen Wülste gerichteten Enden dieser Quernervenbündel verästeln sich mannigfaltig, ihre Verzweigungen erreichen den Wulst nicht allein, sondern verbinden sich über denselben mit den entgegenkommenden Verästelungen der auf der anderen Seite des Wulstes liegenden Quernervenbündel, so dass die beiden Wülste wie mit einem Netze zarter Fäden umstrickt erscheinen (Fig. 3—6).

SECTIO II. ACROPHALLI.

Penis in extremitate caudali terminalis e bursa utplurimum longitudinaliter costata s. radiata protractilis, haud vaginatus, aut vagina bipartita s. dipetala instructus.

SCLEROSTOMUM Rudolphi.

Corpus subcylindricum, utrinque v. antrorsum v. retrorsum magis attenuatum. Caput subglobosum. Os terminale orbiculare, limbo annulari subcorneo, dentato v. papilloso. Extremitas caudalis maris bursa terminali integra vel lobata, multiradiata, pene in vagina bipartita s. dipetala; feminae recta; apertura genitalis in anteriore v. posteriore corporis parte; uterus bicornis. — Mammalium et avium endoparasita, in intestinis nec non et aliis organis obvia.

1. ***Sclerostomum dispar.***

Tab. III. Fig. 6—14.

Caput subglobosum; os limbo orbiculari obsolete papilloso. Corpus rectum subaequale, sanguineo-rubrum; bursa maris transverse elliptica antice excisa, utrinque triradiata; extremitate caudali feminae rotundata apice mucronata, apertura genitali in anteriore corporis parte. Copula sub angulo acuto admissa. Longit. mar. $2^1/_2$—3‴, crassit. $^1/_4$‴; fem. 10—12‴, crassit. $^1/_2$‴.

Sclerostomum dispar Dies. Syst. Helm. II. 303.

Habitaculum: Felis concolor: in trachea, Junio, in Brasilia (Natterer).

Von dieser durch den Grössenunterschied zwischen beiden Geschlechtern ausgezeichneten Art fand Natterer nur einmal zu Registo do Jauru am 29. Juni 1826 in der Luftröhre eines männlichen *Cuguar* mehrere Individuen, darunter einige in der Begattung; im lebenden Zustande waren sie blutroth mit durchscheinenden weissen Organen.

2. ***Sclerostomum monostichum*** char. emendat.

Tab. III. Fig. 15—24.

Caput hemisphaericum truncatum; oris limbo dense denticulato. Corpus rectum utrinque sensim attenuatum, bursa maris ventricosa, late excisa, radiis dorsalibus duobus ramis utrinque tribus unilateralibus subhorizontalibus, radiis lateralibus externis bipartitis, medianis tripartitis; extremitate caudali feminae apice subulata, apertura gentali supra caudae apicem. Copula sub angulo obtusissimo admissa. Longit. mar. 5—7‴, crassit. $^1/_3$‴; fem. 8—10″ crassit. $^1/_2$‴.

Sclerostomum monostichum Dies. Syst. Helm. II. 306.

Habitaculum: Tapirus americanus: in intestino coeco, Aprili et Septembri, in Brasilia (Natterer).

Von Natterer in den Blinddärmen von vier Männchen und drei Weibchen des amerikanischen Tapirs an folgenden Orten gefunden:

Ytararè am 10. August 1820 in einem Männchen.

Barra do Rio de Jaguaricatu am 8. April 1821 in einem Männchen und einem Weibchen, darunter zwei Paare in der Begattung.

Matogrosso im April 1829 in einem Männchen.

Cachoeira do Bananeira am 1. September 1829 in einem Weibchen, und am 4. September 1829 in einem Männchen über dreissig Individuen.

Forte do Rio branco 1835 in einem Weibchen.

Bei Allen in grösserer Anzahl.

STRONGYLUS Müller char. reform.

Corpus subcylindricum, rarissime prismaticum, utrinque attenuatum aut longe-filiforme. Caput corpore continuum nudum, rarius alatum. Os terminale orbiculare limbo haud corneo, nudo v. papilloso. Extremitas caudalis maris bursa terminali integra, excisa v. bi-, tri- aut multiloba multiradiata exappendiculata, pene filiformi in vagina bipartita s. dipetala; feminae recta; apertura genitalis antrorsum, rarius retrorsum sita; uterus bicornis. Ovipara v. vivipara. — Mammalium et avium rarius amphibiorum endoparasita, in intestinis nec non et in aliis organis obvia.

Strongylus longevaginatus.

Tab. III. Fig. 25—31.

Caput truncato-conicum haud alatum; oris limbo papillis 4—6 cincto. Corpus subaequale rectum albo-fuscum, maris antrorsum, feminae utrinque parum attenuatum; extremitate caudali maris inflexa; bursa subcampanulata biloba, lobo singulo triradiato, radiis externis simplicibus, medianis interdum bipartitis; vaginae penis petalis longissimis linearibus, dimidiae fere corporis longitudinis, aurantiacis, transverse tenuissime striatis;

feminae apice mucronata, apertura genitali supra caudae apicem. — Viviparus. Longit. mar. 6—7‴, crassit. ¹/₄‴; fem. ad 1″, crassit. ¹/₃‴.

Strongylus longevaginatus Dies. Syst. Helm. II. 317 et 279 *(Filaria Hominis bronchialis).*

Habitaculum: Homo: in pulmonum parenchymate (Jovitsits).

Dr. Paul Jovitsits, jetzt k. k. Ober-Stabsarzt und Chef-Arzt des Garnison-Spitals zu Gratz, fand diesen durch die besondere Länge der Penisscheide so merkwürdigen Pallisadenwurm im Jahre 1845 zu Klausenburg in Siebenbürgen in der Lungensubstanz der Leiche eines sechsjährigen, an einer nicht genannten Krankheit verstorbenen Knaben in vielen Exemplaren, von welchen er sowohl freie als noch im Parenchym von Lungentheilen eingebettete meinem hochverehrten Freunde Rokitansky mittheilte, der sie mir zur Veröffentlichung gefälligst übergab.

ERKLÄRUNG DER TAFELN.

TAFEL I.

Fig. 1—6. *Oxyuris obesa Hydrochoeri Capybarae.* 1. und 2. weibliche Individuen in natürlicher Grösse; 3. eines derselben 3mal vergrössert mit den durchscheinenden inneren Organen, unter welchen sich namentlich die vielfach gewundenen Eierschläuche auszeichnen; 4. 8mal vergrössertes Vorderende. Am Munde zeigen sich drei Wärzchen von der Seite und durch die allgemeine Bedeckung wird die kurze enge Schlundröhre und der Anfang des viel dickeren Darmcanals sichtbar; 5. und 6. zwei Ansichten von Kopfenden, gegen die Mundöffnung zu gesehen, 16mal vergrössert. An einem sind drei, an dem anderen vier Mundwärzchen sichtbar.

Fig. 7—13. *Ascaris heteroptera Ibis albicollis.* 7. Männchen, 8. Weibchen in natürlicher Grösse; 9. Vorderende; man sieht an einer Seite den schmalen, kurzen, geraden, an der anderen den langen, nach rückwärts zu verbreiterten, hinten abgerundeten, etwas gewundenen Flügel herablaufen; 10. eine Ansicht, auf welcher blos der längere Flügel erscheint. Fig. 9 u. 10 4mal vergrössert. 11. Kopfende, gegen die Mundöffnung zu gesehen, 8mal vergrössert. In der Mitte stehen die drei abgerundeten Mundlippen und jederseits sieht man den Anfang eines der Flügel sich herabziehen. 12. männliches gekrümmtes, 13. weibliches gerades Schwanzende; beide 4mal vergrössert.

Fig. 14—17. *Ascaris lonchoptera Elephantis indici.* 14. Weibchen in natürlicher Grösse; 15. Vorderende mit den grossen abgerundeten Mundlippen in seitlicher Ansicht und den beiden halblanzettförmigen Seitenflügeln; 16. die drei Mundlippen gegen die Mundöffnung zu gesehen; 17. das spitzkegelförmige Schwanzende. Fig. 15—17 8mal vergrössert.

Fig. 18—23. *Ascaris macroptera Champsae nigrae.* 18. Männchen, 19. Weibchen, beide in natürlicher Grösse; 20. Vorderende mit den eiförmigen Mundlippen und den halbeiförmigen grossen Flügeln; 21. die Mundlippen gegen die Mundöffnung zu gesehen; 22. männliches eingebogenes Schwanzende der schwach gekrümmten Penisscheide; 23. weibliches gerades Schwanzende. Fig. 20—23 an 8mal vergrössert.

Fig. 24—30. *Ascaris Hystrix Podocnemidis erythrocephalae.* 24. Männchen, 25. Weibchen, beide in natürlicher Grösse; 26 und 27. dieselben 16mal vergrössert; 28. Vorderende mit den abgerundeten unbewaffneten Mundlippen und dem Anfange der Stachelreihen, 32mal vergrössert; 29. ein Stück des Körpers aus der Mitte, um die Anordnung der Stacheln zu zeigen; 64mal vergrössert; 30. männliches gekrümmtes Schwanzende mit der unbewaffneten kegelförmigen Spitze und der Penisscheide; 64mal vergrössert.

Fig. 31—38. *Spiroptera hamulosa Phasiani Galli.* 31. Männchen, 32. Weibchen in natürlicher Grösse; 33 und 34. dieselben 3mal vergrössert; 35. Vorderende mit den Mundwärzchen in seitlicher Stellung; 36. Kopf gegen die Mundöffnung zu gesehen mit den zahlreichen Wärzchen; 37. männliches Schwanzende in eine Spirale von zwei Windungen gedreht mit den linienförmigen Flügeln; 38. das weibliche, gegen die Spitze zu hakenförmig gekrümmte Schwanzende. Fig. 35—38 18mal vergrössert.

TAFEL II.

Fig. 1—7. *Spiroptera Serpentulus Falconis melanopis.* 1. Männchen, 2. Weibchen in natürlicher Grösse; 3. und 4. dieselben 12mal vergrössert; 5. Vorderende mit den linienförmigen Seitenflügeln; 6. männliches halbspirales Schwanzende mit den beiden Seitenflügeln, deren jeder drei Rippen zeigt; 7. weibliches stumpfkegelförmiges Schwanzende. Fig. 5—7 24mal vergrössert.

Fig. 8—16. *Spiroptera echinata Mergi Albelli.* 8. Männchen, 9. Weibchen in natürlicher Grösse; 10. und 11. dieselben 8mal vergrössert. Jederseits entspringt hinter dem Ende der Seitenflügel eine Reihe einfacher, etwas gekrümmter Stacheln, welche sich etwas über die Mitte des Leibes erstreckt. 12. Vorderende mit den fünf Mundwärzchen von der Seite, den beiden linienförmigen Seitenflügeln und den hinter denselben liegenden Anfängen der Stachelreihen. 13. Vorderende mit den fünf Wärzchen gegen die Mundöffnung zu gesehen. Fig. 12 und 13 16mal vergrössert. 14. Ein Stück des Leibes mit den beiden Stachelreihen, 32mal vergrössert; 15. männliches eingerolltes Schwanzende mit den schmalen Flügeln; 16. weibliches gerades Schwanzende. Fig. 15 und 16 16mal vergrössert.

Fig. 17—28. *Physaloptera mucronata Champsae nigrae.* 17. Junges Männchen; 18. junges Weibchen; 19 und 20. beide Geschlechter in erwachsenem Zustande. Fig. 17—20 in natürlicher Grösse. 21 und 22. dieselben 2mal vergrössert;

23. Vorderende mit den Mundlippen, von der Seite; 24. derselbe Theil gegen die Mundöffnung hin gesehen mit den abgerundeten, in der Mitte ausgerandeten Lippen; 25. Theil des Leibes eines Weibchens mit der Geschlechtsöffnung. Diese liegt in der Mitte einer Querfurche, welche den breiten angeschwollenen Ring, der die Geschlechtsöffnung umgibt, in der Mitte durchläuft. 26 und 27. männliches, etwas gebogenes Schwanzende mit den linienförmigen verdickten Seitenflügeln, an welchen keine Rippen zu bemerken sind; 28. weibliches gerades abgerundetes Schwanzende mit dem spitzkegeligen Fortsatze. Fig. 23—28 12mal vergrössert.

Fig. 29—36. *Ophiostomum amphiacanthum Lemmi dasytrichi.* 29. Weibchen in natürlicher Grösse; 30. dasselbe 8mal vergrössert. Man sieht die unweit des Kopfes entspringende und längs der Rückenseite herablaufende lange Stachelreihe, so wie eine der beiden seitlichen weiter herab entspringenden, daher kürzeren Seitenreihen. 31. Vorderende mit dem Anfange der Rückenstachelreihe; 32. Schwanzende mit den Ausläufen aller drei Reihen. Fig. 31 und 32 16mal vergrössert. 33. Kopfende mit den beiden durch eine dünne Haut verbundenen Lippen und den darauf sitzenden Knöpfchen in Seitenansicht, 12mal vergrössert; 34. Kopfende gegen die Mundöffnung zu gesehen. Die gleichen, vorne ausgerandeten, viel breiteren als langen Lippen tragen je zwei in ziemlicher Entfernung, aber in einer Reihe liegende Knöpfchen. 35. zweilippiges Schwanzende; die obere Lippe ist verdickt und abgestutzt, die untere länger, flachgedrückt, abgerundet, am Ende mit einem stachelförmigen Fortsatze versehen. Fig. 33—35 64mal vergrössert. 36. Theil der Körperbedeckung mit zweien der starken, rückwärts gerichteten, etwas gebogenen Stacheln; 256mal vergrössert.

Fig. 37—44. *Trichocephalus subspiralis Dasypodis tricincti.* 37. Männchen, 38. Weibchen, beide in natürlicher Grösse; 39 und 40. dieselben 2mal vergrössert; 41. Kopf mit dem Anfange des langen haarförmigen Halses, 4mal vergrössert; 42. Theil eines Weibchens, um die Lage der weiblichen Geschlechtsöffnung am Grunde des Halses zu zeigen; 43. männliches, in eine halbe Spirale gewundenes Schwanzende mit der äusseren becherförmigen gestachelten Penisscheide, aus welcher die innere röhrenförmige hervorragt. Fig. 42 und 43 8mal vergrössert. 44. männliches Schwanzende, 12mal vergrössert, um die Bestachelung der äusseren Penisscheide zu zeigen.

Fig. 45—50. *Filaria bispinosa Ophidis saurocephali.* 45. Männchen, 46. Weibchen, beide in natürlicher Grösse; 47. Vorderende mit den vorne abgestuzten Lippen, welche in ihrer Mitte je einen kegelförmigen, rückwärts gebogenen Dorn tragen, in Seitenansicht; 48. Vorderende gegen die Mundöffnung hin gesehen, wobei beide Dornen sichtbar werden; 49. männliches spitzes, 50. weibliches stumpfes Schwanzende. Fig. 47—50 an 8mal vergrössert.

TAFEL III.

Fig. 1—5. *Filaria horrida Rheae americanae.* 1. Männchen, 2. Weibchen, beide in natürlicher Grösse; 3. 4. 5. Vorderenden, 4, 8- und 16mal vergrössert, mit den zwei nach vorne verbreiterten und am Ende abgestutzten Lippen und jederseits derselben den Paaren kegelförmiger Stacheln, zwischen welchen viel kleinere zerstreut liegen.

Fig. 6—14. *Sclerostomum dispar Felis concoloris.* 6. Männchen und Weibchen in der Begattung, unvergrössert; 7. dieselben 3mal vergrössert; 8. ein freies Männchen und 9. ein solches Weibchen, beide 6mal vergrössert, mit durchscheinenden inneren Organen; 10—12. Ansichten des Vorderendes mit dem durchscheinenden Verdauungsapparate; 13. männliches Hinterende mit dem quer-elliptischen Schwanzbeutel, welcher unterhalb ausgeschnitten und jederseits von drei Strahlen durchzogen ist. Fig. 10—13 24mal vergrössert. 14. weibliches abgerundetes Schwanzende mit dem stachelartigen Fortsatze, 12mal vergrössert. Man sieht das durchscheinende Ende des Darmcanals und die Öffnung desselben nach aussen. Die Würmer waren im Leben blutroth.

Fig. 15—24. *Sclerostomum monostichum Tapiri americani.* 15. Männchen, 16. Weibchen, in natürlicher Grösse; 17. und 18. dieselben 4mal vergrössert. Ersteres zeigt den am Schwanzende liegenden Beutel, letzteres das pfriemenförmige Schwanzende mit der nicht weit darüber liegenden Geschlechtsöffnung. 19. Vorderende mit dem dicht gezähnelten Mundrande mehr seitlich gesehen; 20. dasselbe gerade gegen die Mundöffnung hin gesehen; 21. männlicher Schwanzbeutel von der Seite; 22. derselbe von oben; 23. derselbe von unten gesehen. Fig. 19—23 16mal vergrössert. Der bauchige, unterhalb weit ausgeschnittene Schwanzbeutel zeigt zwei Rückenstrahlen, von welchen nach jeder Seite hin drei fast wagerechte Seitenstrahlen auslaufen, von welchen die äusseren in zwei, die beiden mittleren in drei Äste sich spalten. Fig. 21 und 23 zeigen auch die langen schmalen Penisscheiden. 24. ein Paar in der Begattung, unvergrössert.

Fig. 25—31. *Strongylus longevaginatus Hominis.* 25. Männchen, 26. Weibchen, beide in natürlicher Grösse; 27. und 28. beide Geschlechter an 8 Mal vergrössert; 29. Vorderende eines Männchens mit den Mundwärzchen und der durchscheinenden Schlundröhre, 32mal vergrössert; 30. männliches Schwanzende an 48mal vergrössert. Der Beutel ist glockenähnlich, zweilappig, jeder Lappen von drei Strahlen durchzogen, deren äussere einfach, die beiden mittleren aber zweitheilig sind. Die goldgelben Penisscheiden sind von ausserordentlicher Länge, linienförmig und sehr fein quergestreift. 31. weibliches Schwanzende mit dem spitzen Fortsatze am Ende und der nicht weit von letzterem gelegenen Geschlechtsöffnung. Man sieht die Eier mit den darin befindlichen jungen Würmern durchscheinen, an 48mal vergrössert.

TAFEL IV.

Anatomie der *Filaria horrida.*

Fig. 1—25. 1. ein Stück der äusseren quergerunzelten Körperbedeckung mit den darauf vertheilten tellerförmigen Organen, an 8mal vergrössert; 2. ein Stück dieser Hautbedeckung, an 32mal vergrössert, mit zweien der erwähnten Organe, um die Form

derselben deutlicher zu zeigen; 3. ein Theil des die Leibeshöhle einschliessenden Muskelschlauches, aufgeschnitten und ausgebreitet, so dass seine innere Fläche sichtbar ist. Die Figur zeigt die von zwei schmalen, an der Rücken- und Bauchseite gelegenen, so wie von seitlichen breiten Wülsten unterbrochene Längsmuskelschichte. Die beiden drehrunden Wülste und vielleicht auch die in den seitlichen Binden liegenden Fäden dürften als Nervenstränge zu betrachten sein. Innerhalb der Längsmuskelschicht mit derselben sich kreuzend sieht man die Quernervenbündel. Die Figur ist an 26mal vergrössert. Über jedem der schmalen Wülste sieht man eine Art von Netz, das durch die Verästelungen der beiderseitigen Quernervenbündel gebildet wird. 4. ein Theil des aufgeschnittenen Muskelschlauches mit einem Längswulst, den beiden jederseits sich erstreckenden Theilen der Längsmuskelschicht und den darüber liegenden Quernervenbündeln, so wie den die Schichtentheile begrenzenden Seitenbinden, an 41mal vergrössert. Fig. 3 und 4 sind von einem männlichen Individuum genommen. 5. der zwischen einem Wulst und einer Binde gelegene Theil des Muskelsackes mit den unverästelten, die Binde nicht erreichenden Quernervenbündeln, an 48mal vergrössert; 6. ein ähnliches, aber nicht bis zur Binde reichendes Stück des Muskelsackes, welches die gegen den Wulst hin gerichteten Verzweigungen der Quernervenbündel zeigt, an 64mal vergrössert. An dieser und der vorhergehenden Figur sind zwischen den Quernervenbündeln kleine Kreise sichtbar, welche wahrscheinlich als Mündungen der von den tellerförmigen Organen nach innen führenden Canäle zu betrachten sind. Fig. 5 und 6 sind von einem Weibchen genommen. 7. ein der Länge nach aufgeschnittenes Männchen, um die Lage des Verdauungs- und männlichen Geschlechtsapparates zu zeigen, $^1/_2$mal vergrössert. An ersterem unterscheidet man die dickere, verhältnissmässig ziemlich lange Schlundröhre und den viel dünneren gleichmässigen Darm. Der letztere begleitet die Geschlechtsröhre, von ihrem Hervortreten unter der Schlundröhre an, seiner ganzen Länge nach bald auf dieser, bald auf der anderen Seite hin und her geschlängelt. 8. aufgeschnittenes vergrössertes Vorderende eines Männchens mit der dasselbe in der Mitte durchlaufenden Schlundröhre, unter welcher in einiger Entfernung vom Munde die männliche Geschlechtsröhre hervortritt, an 3mal vergrössert; 9. ein ähnliches, aber kürzeres Vorderende, an 6mal vergrössert. Die Schlundröhre ist entfernt worden, um die darunter liegenden zwei Äste, in welche sich der Anfang des Hodens spaltet, zu zeigen. 10. männliches Schwanzende, an welchem die Ausmündungen des Darmcanals so wie der darüber liegenden Geschlechtsröhre zu sehen sind, an 12mal vergrössert; 11. ein der Länge nach aufgeschnittenes Weibchen, um die wechselseitige Lage der inneren Organe anschaulich zu machen; die Bauchseite ist nach oben gekehrt; $^1/_2$mal vergrössert. Die Mitte der Leibeshöhle nimmt der von einem Ende zum anderen sich erstreckende Verdauungsapparat ein. Nicht weit vom Schwanzende beginnt der eine fadenförmige Eierschlauch und mündet nach vielfältigen, den Darmcanal umfassenden Verschlingungen in die kolbenförmige Fallopische Röhre. Letztere geht unmerklich in das Gebärmutterhorn über, welches den hinteren Theil des Darmcanals in dichten Windungen umgibt, im weiteren Verlaufe aber ziemlich gerade nach vorne sich begibt. Der andere Eierschlauch entspringt im vorderen Theile des Leibes, läuft nach vorne bis fast zum Munde, biegt sich dort um und begibt sich in die Fallopische Röhre. Von dieser aus läuft das zweite Horn nach rückwärts bis ungefähr drei Viertheile der Leibeslänge, kehrt dann zurück und geht ziemlich parallel mit seiner früheren Richtung und mit dem anderen Horne nach vorne. Oberhalb der vorderen Fallopischen Röhre vereinigen sich beide Gebärmutterhörner in die Scheide, welche als Geschlechtsöffnung unweit des Kopfendes nach aussen mündet. 12. die Anordnung der inneren Organe am Vorderende; die Bauchseite nach oben gewendet; an 6mal vergrössert. Oberhalb mündet die am Ende verdickte Scheide nach aussen, vorne ist die Mundöffnung der unterhalb der Scheide liegenden Schlundröhre, unter welcher der Eierschlauch seine Biegung vollbringt. Man sieht die körnige Dottermasse durch die Bedeckung desselben durchscheinen. 13. ein Querdurchschnitt der Schlundröhre in ihrem hinteren Theile mit den sie in drei Fächer theilenden Längsfalten, an 24mal vergrössert; 14. ein Stück des Darmcanals aus der Nähe der Ausmündung, an 15mal vergrössert; 15. ein Stück desselben Organes aus dem letzten Viertheile genommen, von seiner inneren Fläche, an 86mal vergrössert; 16. ein Stück der inneren Auskleidung desselben mit dem deutlich ausgeprägten Rautennetz, an 98mal vergrössert; 17. ein Stück des vorderen Eierschlauches im Anfange seines Verlaufes, an 35mal vergrössert; die durchscheinende innere Fläche ist unregelmässig genetzt. 18. Ursprung des hinteren Eierschlauches mit deutlich ausgeprägtem inneren Netze, an 26mal vergrössert; 19. ein Stück des vorderen Gebärmutterhorns nicht weit von der Fallopischen Röhre, an 15mal vergrössert; 20, 21, 22. Theile des vorderen Gebärmutterhorns, aus verschiedenen Stellen seines Verlaufes, in natürlicher Reihenfolge von der Umbiegung gegen die Scheide hin fortschreitend; 22 nicht mehr weit von der Scheide entfernt, 20 und 22 an 15mal vergrössert. Das Fragment 21 ist aufgeschnitten, so dass man die gegitterte innere Fläche, welche bei den übrigen nur durchscheint, deutlich sehen kann. Man sieht auch zahlreiche, das Horn erfüllende Eier. Fig. 21 an 30mal vergrössert. 23. Vereinigungsstelle der beiden Gebärmutterhörner und Anfang der Gebärmutterscheide mit durchscheinendem Gitter, an 15mal vergrössert; 24. Eier aus dem Gebärmutterhorn nicht weit von der Fallopischen Röhre, von der Fig. 19 abgebildeten Stelle, an 100mal vergrössert; 25. fast entwickelte Eier aus dem Horne nahe am Ursprunge der Scheide, von dem Fig. 22 dargestellten Orte, mit dem zusammengekrümmten Embryo, an 200mal vergrössert.

Zehner del.

Lith. u. ged. i. d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50

3
8
6.
11
14.
1.
29
15.
21
4
1
18.
12
24
5
17
10
23
22
16
30
37
13
9
26
2
19
20.
27
25.

Diesing. Sechzehn Arten von Nematoideen. Tab. IV.

Staatsdruckerei

DAS

SYSTEM DER MILCHSAFTGÄNGE IN ALISMA PLANTAGO.

VON

D^R. FRANZ UNGER,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

Mit 2 Tafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 16. OCTOBER 1856.

Mit Recht galt die auf der letzten Tafel der Phytotomie von F. J. F. Meyen gegebene Darstellung des Gefässsytems der Lebenssaft- oder Milchsaftgefässe im Blatte von *Alisma Plantago* als die gelungenste, die man bisher von den Michsaftgefässen kannte. Da Meyen mit freier Hand zeichnete und sich nicht jener Hilfsmittel bediente, wodurch wir nunmehr im Stande sind, mit Leichtigkeit exacte Bilder von mikroskopischen Gegenständen zu erlangen, so kann man auch nicht erwarten, dass die Grössenverhältnisse darin genau getroffen und nicht manches hinzugekommen oder hinweggelassen wurde, was zur Vollkommenheit des Bildes unumgänglich nothwendig ist. Hätte Meyen ferner, wie ich es jetzt mit Vortheil zu thun pflege, den untersuchten Gegenstand mit Wasser injicirt und ihn dadurch durchscheinig gemacht, so hätte er zur Erkenntniss jenes Gefässsystems nicht nöthig gehabt sich des Messers zu bedienen, und er hätte wahrscheinlich so wie ich auf den ersten Blick gewahrt, dass im Blatte von *Alisma Plantago* nicht ein, sondern zwei über einander liegende Netze von Milchsaftbehältern vorhanden sind. Hätte endlich Meyen nicht versäumt, mit dem der Fläche parallelen Schnitte auch einen auf dieselbe senkrecht geführten zu vergleichen, so würde er gesehen haben, dass der Bau dieser Milchsaftgefässe von dem Baue anderer Milchsaftgefässe wesentlich abweiche und dadurch ein Bedenken erregt haben, ob dieselben in der That zu den Milchsaftgefässen zu zählen seien.

Wenn wir gegenwärtig als Milchsaftgefässe nur solche mit eigenartigen Säften erfüllte Canäle bezeichnen, die eine eigene Gefässhaut besitzen, so gehören die Milchsaft führenden Gebilde des *Alisma Plantago* nicht hieher, indem weder durch das anatomische Messer noch durch Anwendung von Ätzkali eine Gefässhaut dargestellt werden kann. Dagegen findet sich im Baue derselben eine überraschende Ähnlichkeit mit dem Baue anderer milchsaftführenden Behälter, namentlich jener von *Rhus* und *Mamillaria*, welche man sehr zweckmässig mit dem Namen der Milchsaftgänge bezeichnete.

Ich gestehe offen, dass ich bis jetzt selbst in dem Irrthume befangen war, als gehörten die Milchsaft enthaltenden Gebilde des *Alisma* zu den Milchsaftgefässen, will meinen Fehler jedoch dadurch gut machen, dass ich mich bestrebe den ganzen Zusammenhang dieser eben so schönen als auffallenden gefässartigen Bildungen darzustellen, was mir mit Beihilfe von einigen Zeichnungen hoffentlich gelingen wird.

Durchschneidet man einen solchen Milchsaftbehälter aus was immer für einem Theile des Froschlöffels, so wird man denselben aus mehr oder minder zahlreichen, in einem Kreise an einander gereihten höchst dünnwandigen, engen, langgestreckten, also cylindrischen oder prismatischen Zellen gebildet finden, innerhalb dessen Kreises eine ölige, mit andern Bestandtheilen zu einer Emulsion vereinigte Flüssigkeit ergossen ist. Diese Behälter sind nach der Anzahl der sie constituirenden Zellen bald enger, bald weiter. Von 6 Zellen, welche die engsten derselben bilden, gehen sie bis zu 40 und mehr, welche die weitesten zusammensetzen. Alle diese Behälter haben eine gewisse Längenerstreckung, verzweigen sich und stellen auf diese Weise eben solche Gänge dar, wie das andere Öl-, Harz-, Gummi- u. s. w. führende Gänge thun. In der Regel vereinigen sich die Zweige nachbarlicher Gänge unter einander und bilden Anastomosen. Solche Anastomosen sind im Wurzelstücke und in den Blättern häufiger als im Schafte, den Blattstielen und anderen stielförmigen Körpern, in welchen ersteren dadurch ein schönes Netz dieser Gänge hervorgebracht wird. Wo mehrere Zweige zusammentreten, erscheint immer eine Erweiterung, welche ich als Cisterne bezeichnen will.

Dass diese gefässartigen Organe in der That jeder eigenen Haut, die den Milchsaftgefässen ohne Ausnahme zukommt, entbehren, wird durch Kochen mit Ätzkali bestätigt. Während dasselbe wahre Milchsaftgefässe stets aus dem Zusammenhange mit den begleitenden Zellen bringt und deren eigene Wandungen ersichtlich macht, lösen sich hier im Froschlöffel alle Zellen, welche den Milchsaftgang umgeben, wobei derselbe aber auch zugleich verschwindet und seine Lage nur aus dem vom Kali unveränderten Öle erkennen lässt.

Betrachten wir nun den Zusammenhang und die Vertheilung dieser Milchbehälter von der Wurzel bis zur Blüthe.

In den Adventivwurzeln, denn nur diese sind in der erwachsenen Pflanze vorhanden, finden sich keine Milchsaftbehälter. Dagegen sind sie im Rhizome in grosser Anzahl vorhanden, verzweigen sich nach allen Richtungen, hängen unter sich zusammen und bilden so ein Netz von Gefässen, das durch alle Theile desselben, jedoch in zahlreicheren Verzweigungen gegen die äusseren Theile, vorhanden ist. Sie begleiten die Gefässbündel nicht oder nur auf kleine Strecken und sind daher von denselben ganz und gar unabhängig.

Ihr Lumen ist bedeutend; die sie bildenden Zellen weichen nur wenig von Parenchymzellen des angrenzenden von Luftcanälen durchzogenen Gewebes ab. Wenigstens sind es 7—12 Zellen, die den Umkreis eines Ganges bilden. Diese Milchsaftgänge des Rhizom's strotzen von einem weissen Safte, der näher betrachtet aus grösseren und kleineren Öltröpfchen und einer ungefärbten Flüssigkeit besteht. Äther allein ist im Stande das Öl zu lösen. Fig. 12.

Im Schafte und in seinen Zweigen finden wir die Milchsaftgänge schon auf das Regelmässigste vertheilt. Die kleineren derselben sind in dem Rindenkörper zertreut, die grösseren begleiten die Gefässbündel, an deren inneren Seite sie sich anlegen. Häufig ist der Inhalt dieser Gänge verdickt und nimmt einen kleineren Raum ein als im vollkommen flüssigen Zustande,

wesshalb man stellenweise in denselben Luft findet und bei nicht sorgfältiger Untersuchung sie wohl gar mit Luftcanälen verwechseln könnte.

Fig. 1 gibt einen Querdurchschnitt eines älteren Schaftes an der Stelle, wo er aus dem Rhizome hervortritt, Fig. 2 ist ein ähnlicher Schnitt aus einem jüngeren Zweige. Während jener ganz von Zellgewebe erfüllt ist, hat sich in diesem bereits eine Luftlücke an der Stelle des Markes ausgebildet. Aus der 110 Mal vergrösserten Darstellung eines Randstückes von Fig. 2, welches in Fig. 3 dargestellt ist, ersieht man in dem chlorophyllhältigen Zellgewebe zwei kleinere Milchsaftgänge *cc*, nach innen zu an der Grenze des Rindenkörpers an den zwei kleinsten oberflächlichsten Gefässbündeln *dd* ebenfalls zwei *c'c'*, und an dem grösseren Gefässbündel *e* noch einen dritten grossen Milchsaftgang *c''*. Ein durch diesen grösseren Gefässbündel geführter Längenschnitt (Fig. 4) setzt es ausser Zweifel, dass dieses Gebilde kein Luftcanal, sondern ein Öl- oder Milchsaftgang ist.

Wie die Gefässbündel unter sich in Verbindung stehen, eben so sind die dieselben begleitenden Ölgänge mit einander verbunden. An den äusseren Milchsaftgängen der Rinde hingegen ist man im Stande, abgesehen davon auch hie und da Anastomosen, welche sie unter einander in Verbindung setzen, zu gewahren.

Mit eben so grosser Regelmässigkeit sind diese Gebilde im Blatte vertheilt. Im Blattstiele, der fünf grosse innere und eine grössere Anzahl peripherischer kleinerer Gefässbündel in einem äusserst lockeren von Luftcanälen ganz und gar erfüllten Gewebe enthielt (Fig. 5), sind die Milchsaftgänge wieder allenthalben zu finden. Die grösseren begleiten wieder wie früher die Gefässbündel, die kleineren sind allenthalben in den Wänden der Luftcanäle zerstreut, wie das aus Fig. 6, welche einen Gefässbündel mit dem angrenzenden Gewebe im Querschnitte darstellt, deutlich zu ersehen ist. In den kleineren Blättern der ganz jungen Pflanzen sind die Milchsaftgänge leicht zu übersehen, in den grösseren ist es kaum mehr möglich. Zur Verdeutlichung der Lage dieser Gänge im Gegensatze zur Vertheilung der Gefässbündel habe ich zwei Blätter einer ganz jungen Pflanze des Froschlöffels gewählt und dieselben 3—4 Mal vergrössert in Fig. 8 und 9 dargestellt. Im linienförmigen Blatte finden sich nur drei Milchsaftgänge; einer, welcher den mittleren Gefässbündel begleitet, und zwei andere, die nächst dem Rande verlaufen. Sie sind nirgends ausser an der Spitze mit einander verbunden. Aus Fig. 9 ergibt sich, dass alle Milchsaftgänge noch peripherisch nächst der Oberfläche des Blattstieles verlaufen. Ich zählte an der gewölbten Rückseite sieben, an der flachen Vorderseite fünf Milchsaftgänge. Die Gefässbündel sind davon ganz und gar frei. Obgleich diese zwölf Gänge des Blattstieles gesondert parallel mit einander verliefen, so sind sie doch durch einzelne Zweige mit einander verbunden und kommen so in die Blattfläche.

Hier aber erfolgt die grösstmögliche Verzweigung und zwar so, dass das vollkommenste Gefässnetz daraus hervorgeht. Es ist nicht uninteressant, die Art und Weise der Verzweigung so wie das Verhältniss derselben zu dem Gefässbündelnetze etwas genauer zu verfolgen. Im Allgemeinen gilt das Gesetz, dass die Milchsaftgänge des gewölbten Theiles des Blattstieles die Unterseite der Blattfläche, hingegen jene des flachen Theiles die Oberseite der Lamina versorgen. Alle Milchsaftgänge verlaufen unmittelbar unter der Epidermis, so dass ihr dunkler Inhalt, besonders wenn die luftführenden Räume mit Wasser injicirt werden, bei der geringen Dicke des Blattes, die $^1/_8'''$ im Allgemeinen nicht übersteigt, leicht selbst im unverletzten Blatte gesehen werden kann. Hieraus ist man nun im Stande, nicht blos den Verlauf dieser Gänge

in ihrem ganzen Zusammenhange zu überblicken, sondern die Durchscheinigkeit erlaubt auch ihr räumliches Verhältniss zu den Spiralgefässbündeln zu erkennen.

Die fünf Hauptgefässbündel, welche mit Ausnahme des mittleren Bündels bogenförmig vom Grunde bis zur Spitze verlaufen, werden auf der Unterseite des Blattes der Art von den Milchsaftgängen begleitet, dass stets zwei derselben zu beiden Seiten neben denselben verlaufen, während an der Oberseite die Milchsaftgänge gerade über den Hauptnerven liegen. Dagegen werden die Seitennerven an beiden Flächen von Milchsaftgängen, die gerade über ihnen liegen, begleitet. Da die Seitennerven zahlreich und mit einander parallel verlaufen, so werden die über denselben liegenden Milchsaftgefässe in der Regel nur durch einfache, seltener durch verzweigte Milchsaftgänge mit einander verbunden. Es entsteht daraus ein vollkommenes, aber lockeres Netz von Milchsaftgängen, wie das theilweise an Fig. 9 zur linken Seite ersichtlich gemacht wurde und woraus man sich ein ganz richtiges Bild des Netzes der Milchsaftgänge nicht blos von dieser, sondern auch von der entgegengesetzten Seite machen kann.

Von den seitlichen oder Secundärnerven gehen überdies noch zahlreiche Tertiärnerven aus, die unter sich verbunden gleichfalls ein Netz bilden, welches die feinere Nervatur des Blattes enthält. Es frägt sich nun, ob auch diese wie die stärkeren Secundärnerven von den Milchsaftgängen begleitet werden. Dies ist nicht der Fall. Im Gegentheile bemerkt man nur zu deutlich, dass beiderlei Netze der Milchsaftgänge ganz unabhängig von dem Netze der Spiralgefässe sind, in der Regel grössere Maschen als diese bilden und nur zufällig in ihrem Verlaufe dieselben decken, viel häufiger sie schneiden.

Sucht man sich von einem Stücke des Blattes eine genaue Ansicht der Lage beider Netze der Milchsaftgänge mit dem dazwischen liegenden Gefässbündelnetze zu verschaffen, so erstaunt man über die Regellosigkeit, mit welcher diese Netze über einander liegen, und überzeugt sich nur zu deutlich von der Selbstständigkeit, mit welcher jedes derselben seine Ausbildung verfolgte. Dasselbe ist in einem grösseren, d. i. später entwickelten Blatte des Froschlöffels noch deutlicher zu bemerken, wesshalb ich es vorzog, von diesem ein Stück von 2·01 Linien Breite und 2·61 Linien Länge in einer 40maligen Vergrösserung darzustellen (Taf. II, Fig. 1). *aa* sind zwei Seitennerven zwischen den linksseitlichen Hauptnerven, von der Unterseite gesehen; *bb* die über denselben verlaufenden Stämme der Milchsaftgänge der Unterfläche; *cc* jene der Oberfläche, woraus die übrigen Gegenstände sich von selbst ergeben. Zur grösseren Verdeutlichung des Bildes ist oben links *d* ein Stück Epidermis mit den Spaltöffnungen angebracht.

Aus dieser Darstellung ergibt sich, dass die letzten Verzweigungen der Milchsaftgänge in der Regel sehr lockere Maschen bilden und dass es nur sehr selten geschieht, dass ein oder der andere Gang blind im Parenchyme endet. Dieses letztere ist gegen den Blattrand zu viel häufiger der Fall, so dass dort nicht selten aus einer Masche ein oder selbst zwei blind endende Zweige von kürzerer oder längerer Erstreckung abtreten. Übrigens fällt es sehr auf, dass sowohl die Hauptstämme als die Verzweigungen der Milchsaftgänge durchaus gleich weit erscheinen und nur an der Stelle des Zusammentrittes mehrerer derselben beträchtlichere Erweiterungen, sogenannte Cisternen, bilden, die jedoch an der Oberseite so wie an der Unterseite des Blattes dieselbe Gestalt und Ausdehnung besitzen.

Um sich eine klare Vorstellung von der Lage dieser Netze der Milchsaftgänge zu dem Parenchym des Blattes zu machen, habe ich Fig. 10 ein kleines Stück eines Querschnittes in 170maliger Vergrösserung beigegeben. Man sieht hier sowohl unter der Epidermis der Oberseite *a* als unter jener der Unterseite *b* die Milchsaftgänge *c* durchaus von chlorophyllhaltigem

Merenchyme eingeschlossen, jedoch stets aus kleinen ungefärbten gestreckten Zellen zusammengesetzt, während die tertiären Gefässbündel die Mitte des Blattdiachyms einnehmen. Ein Längenschnitt parallel der Oberfläche zeigt die Construction der Milchsaftgänge noch deutlicher (Fig. 11).

Einfacher sind die Milchsaftgänge in den Bracteen der Inflorescenz gebildet und vertheilt. Sie sind hier eben so einfach und unverzweigt wie die Nerven, mit welchen sie der Art wechseln, dass immer ein Gefässbündel zwischen zwei Milchsaftgängen zu liegen kommt. Dasselbe ist auch der Fall in den Sepalen des Kelches, wo mit den sieben parallelen Gefässbündeln wechselweise acht Milchsaftgänge verlaufen, die nur unten am Grunde unter einander durch einfache Anastomosen in Verbindung stehen (Fig. 12).

Alle diese Milchsaftgänge haben ein grösseres Lumen als jene der Laubblätter, strotzen von Milchsaft und zeigen bei weitem deutlicher als alle übrigen die Zusammensetzung aus einzelnen in einem Cylinder an einander gereihten Zellen, welche eben die Absonderung des Milchsaftes in den durch sie gebildeten intercellularen Raum bewerkstelligen und sich somit als wahre Secretionsorgane charakterisiren.

Schliesslich noch einige Worte über die Bewegung des Milchsaftes in dieser Pflanze.

Sowohl Meyen (Phytotomie pag. 355) als ich (Die Exantheme der Pflanze pag. 25) haben von der Bewegung des Milchsaftes in *Alisma Plantago* gesprochen. Macht man sich Schnitte parallel dem Blatte, so gelingt es meistens, die Bewegung des Inhaltes dieser Milchsaftgänge aus der verschiedenen Lichtbrechung, welche die Öltröpfchen gegen die übrigen Pflanzensäfte haben, zu erkennen. Man sieht wie bei den durchschnittenen Milchsaftgefässen auch hier den Milchsaft aus der verletzten Stelle hervortreten und sich im Wasser vertheilen. Mir gelang es sogar in einem bis auf eine kleine Stelle unverletzten, nur am Grunde von der Pflanze getrennten Blatte die Bewegung des Milchsaftes durch länger als zwölf Stunden zu beobachten. Was wir jetzt über die Bewegung der Milchsäfte wissen, spricht jedoch durchaus auch gegen eine solche Bewegung in *Alisma*. Und in der That, nimmt man eine unverletzte junge Pflanze und entfernt die Luft durch Auspumpen unter Wasser aus den Luftcanälen der Blätter, so kann man selbst bei gedämpftem Lichte die Milchsaftgänge sammt ihrem Inhalte erkennen. Der letztere ist jedoch unter diesen Umständen stets ohne Bewegung. Aber ein darüber gelegtes Glasplättchen, ein leiser Druck, ja selbst ohne diesen die Anwendung von Ätzkalilösung bringt sogleich Bewegungen hervor. Man ist daher im Stande Bewegungen hervorzurufen und zu sistiren, so wie es beliebt. Es ergibt sich hieraus, dass auch bei dieser Pflanze von eigenen Bewegungen des Milchsaftes nicht die Rede sein kann.

ERKLÄRUNG DER TAFELN.

TAFEL I.

Sämmtliche Figuren sind theilweise mit dem Sömmering'schen Spiegel, theilweise mit dem Zeichenprisma der Natur getreu in 3- bis 170maliger Vergrösserung dargestellt.

Fig. 1. Querschnitt des Schaftes von *Alisma Plantago* L. an dessen Grunde, in $3^1/_2$maliger Vergrösserung. Rinde und Mark bilden ein von Luftcanälen erfülltes Zellgewebe.

Fig. 2. Querschnitt eines Astes desselben Schaftes in gleicher Vergrösserung. Die Mitte wird von einer Luftlücke eingenommen.

Fig. 3. Ein Stück aus dem Rande der Fig. 2, 110mal vergrössert. *a* Epidermis, *b* chlorophyllhaltiges Rindenparenchym, in welchem sich zwei Milchsaftgänge *cc* befinden. Zwei äusserste Gefässbündel *dd* mit Milchsaftgängen *c'c'*. *e* ein innerer grösserer Gefässbündel mit einem grossen Milchsaftgange *c''*.

Fig. 4. Ein Milchsaftgang desselben Planzentheiles der Länge nach etwas schief durchschnitten und 170mal vergrössert. Der Milchsaftgang *a* ist theilweise mit geronnenem Milchsafte, theilweise von Luft erfüllt.

Fig. 5. Querschnitt eines grösseren Blattes am unteren Theile des Stieles, $3^1/_2$mal vergrössert. In dem von Luftcanälen ganz und gar erfüllten Parenchyme bemerkt man die fünf Hauptgefässbündel und nahe der Oberfläche noch mehrere andere kleinere Gefässbündel.

Fig. 6. Einer dieser Hauptgefässbündel mit dem angrenzenden Zellgewebe, 170mal vergrössert. *aaa* querdurchschnittene Luftcanäle. *bbb* Milchsaftgänge.

Fig. 7. Einer dieser Milchsaftgänge in seiner Längenerstreckung mit den ihn bildenden langgestreckten, dünnwandigen von einem ungefärbten Safte erfüllten Parenchymzellen.

Fig. 8. Blatt einer ganz jungen Pflanze von *Alisma Plantago*, 3mal vergrössert, von vorne gesehen. Drei Milchsaftgänge, einer über den Mittelnerven, die beiden anderen nächst den Rändern, vereinigen sich nur an der Spitze des Blattes. Vom Hauptnerven gehen zu beiden Seiten nur drei Seitennerven ab.

Fig. 9. Ein etwas älteres Blatt vom Rücken gesehen, $3^1/_2$mal vergrössert. Man sieht über der Nervatur das Gefässnetz der Michsaftgänge theilweise ausgeführt.

Fig. 10. Stück eines Querschnittes von einem grossen Blatte, 170mal vergrössert. *a* Epidermis der Oberseite, *b* Epidermis der Unterseite, *cc* die nächst denselben liegenden Milchsaftgänge. Im von Lufthöhlen durchzogenen Parenchyme zwei Gefässbündel *dd*.

Fig. 11. Ein Milchsaftgang von der Oberseite des Blattes von innen gesehen, in 170maliger Vergrösserung. *a* Milchsaftgang, *bbb* die durch die Athemhöhlen sichtbaren Spaltöffnungen der Oberhaut.

Fig. 12. Zwei Milchsaftgänge im Querschnitte aus dem Rhizome einer alten Pflanze von *Alisma*. Vergrösserung 170 Mal. Die sie bildenden Zellen sind durchaus frei von jedem festen Inhalte, während die angrenzenden Zellen des Parenchyms Zellenkerne und Amylum führen. *aaa* Luftcanäle.

Fig. 13. Der Kelch von *Alisma* von unten gesehen, 5mal vergrössert. Jedes Sepalum hat sieben Nerven und acht mit diesen wechselnde sehr starke Milchsaftgänge, welche am Grunde durch Anastomosen mit einander verbunden sind.

TAFEL II.

Ein $2{\cdot}01'''$ breites und $2{\cdot}61'''$ langes Stück eines ausgebildeten Blattes von *Alisma Plantago* in 40-maliger Vergrösserung von unten gesehen.

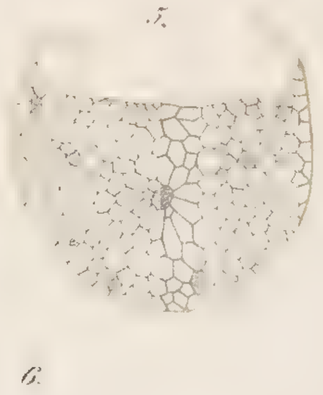
aa. Zwei Seitennerven zwischen den linkseitigen Hauptnerven.

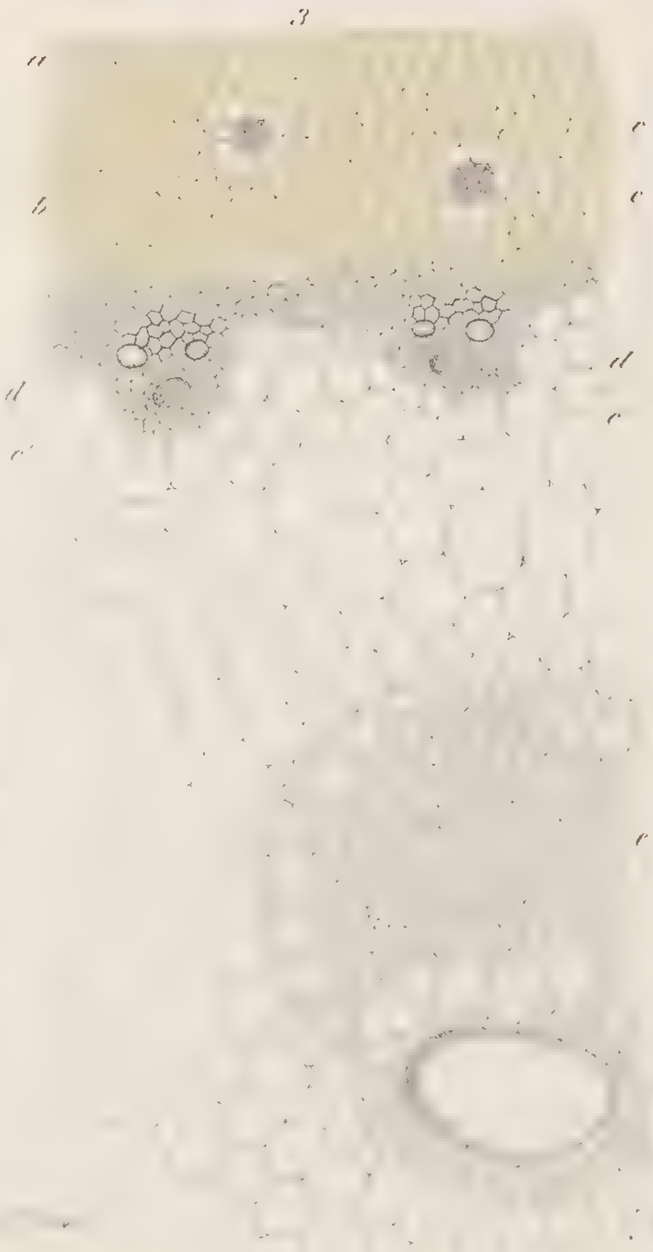
bb. Die über dieselben vorlaufenden Stämme der Milchsaftgänge.

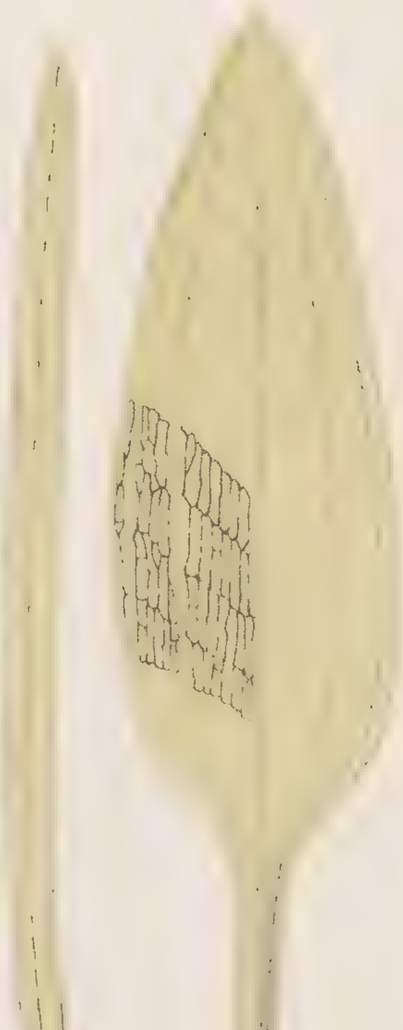
cc. Die hinter den Nerven (an der Oberseite des Blattes) befindlichen Milchsaftgänge.

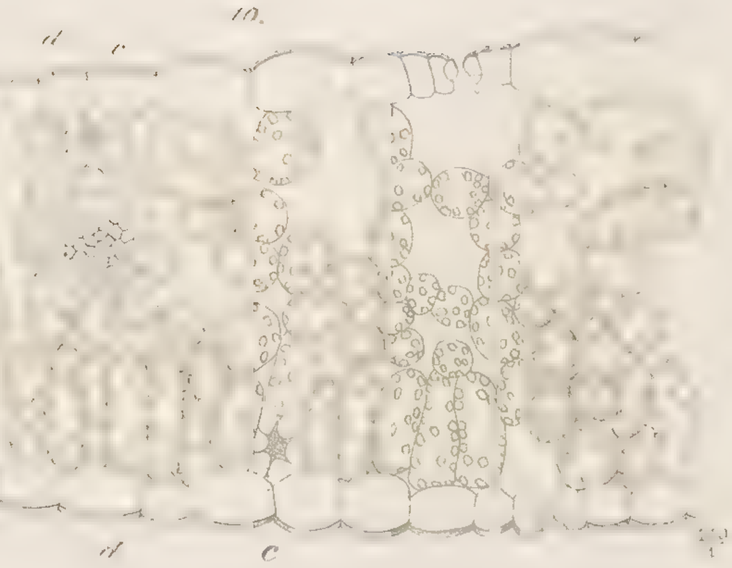
d. Ein Stück Epidermis der Unterseite mit den Spaltöffnungen.

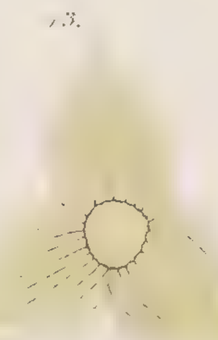
Unger. Das System der Milchsaftgänge in Alisma Plantago.

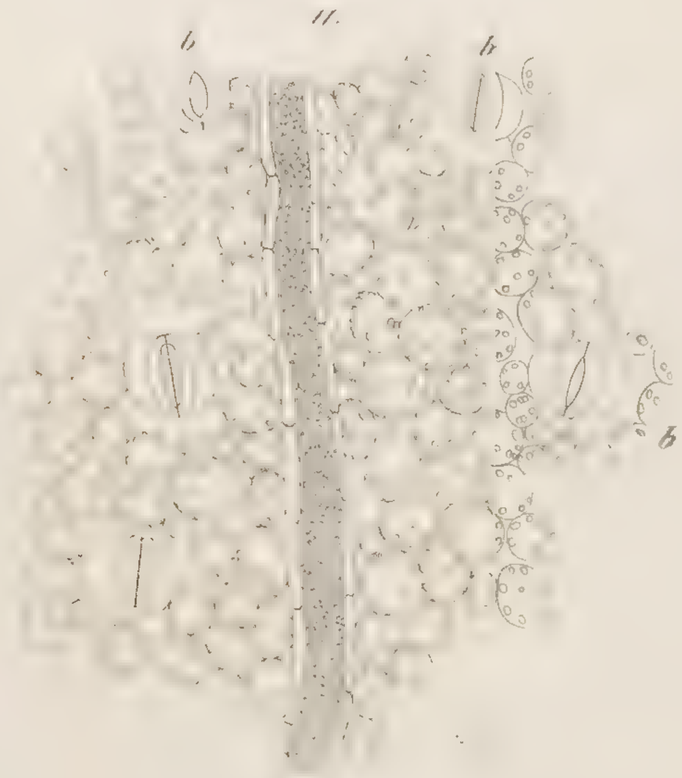


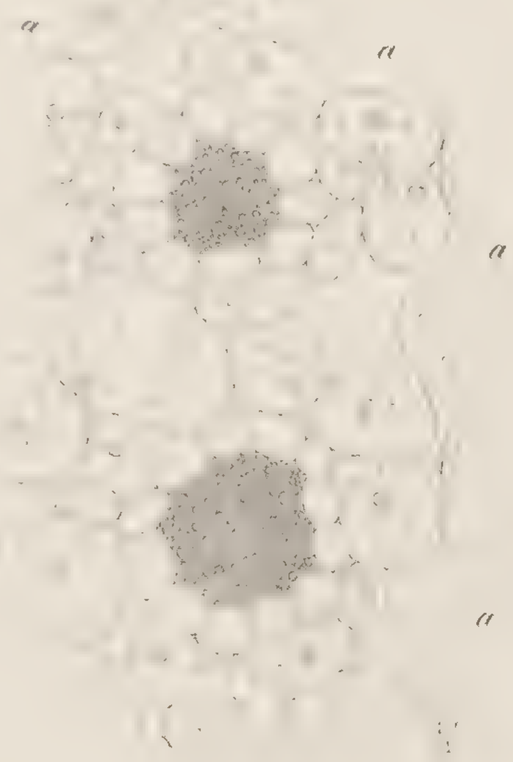












Denkschriften der k. Akad. d. Wissensch. mathem. naturw. CL. XIII. Bd. 1857.

d
c b a
c a b

NEUE FISCHRESTE AUS DEM BÖHMISCHEN PLÄNER.

Von

Dr. A. E. REUSS.

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

Mit 3 Tafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 2. OCTOBER 1856.

Die Zahl der Versteinerungen des böhmischen Pläners ist in der jüngsten Zeit wieder durch die Entdeckung zweier Fischreste vermehrt worden, die bisher in diesen Gesteinschichten nicht gefunden worden waren. Sie gehören offenbar sehr verschiedenen Abtheilungen der Fische an. Bei dem einen der in Rede stehenden Fossilreste, der sich durch seinen vortrefflichen Erhaltungszustand auszeichnet, lässt sich diese mit Sicherheit bestimmen; der zweite ist dagegen sehr fragmentär, indem ausser dem Kopfe alle übrigen und darunter die am meisten charakteristischen Körpertheile, z. B. die Flossen, vollkommen fehlen. Hier liess sich nur durch Vergleichung mit anderen besser erhaltenen und daher vollständiger erkannten verwandten fossilen Formen eine Bestimmung mit einiger Wahrscheinlichkeit erzielen. Ich lasse die Beschreibung beider Arten hier folgen.

I. Macropoma speciosum Rss.

Der Körper des hier zu besprechenden, beinahe vollkommen erhaltenen Fisches ist langgestreckt, dabei aber ziemlich hoch, von den Seiten zusammengedrückt, karpfenähnlich. Der Körperbau ist im Ganzen kräftig, gedrungen. Die Totallänge von der Schnauzenspitze bis zu dem Ende der Schwanzflosse, so weit dieselbe an unserem Exemplare erhalten ist, beträgt 19 Zoll, die grösste Höhe des Körpers in der Gegend der vorderen Rückenflosse 4·3 Zoll.

Der Kopf erscheint im Verhältniss zum ganzen Körper mässig gross; seine Länge bis zum Hinterrande des Kiemendeckels misst 4·6 Zoll, beträgt also etwas weniger als den vierten Theil der gesammten Körperlänge. Übrigens ist er fast dreiseitig, vorne zugespitzt, seitlich zusammengedrückt. Seine Höhe beläuft sich am hinteren Ende auf 3·4 Zoll; er ist daher niedriger als der Körper in seiner mittleren Gegend. Die einzelnen Skelettheile des Kopfes sind nur theilweise erhalten oder doch noch in ihren Begrenzungen deutlich erkennbar. Andere Partien, besonders das vordere Ende und die Augenhöhlengegend, sind sehr zerstört und lassen die sie zusammensetzenden Knochen entweder gar nicht mehr oder nur in sehr verschobenen

Bruchstücken unterscheiden. Den besten Erhaltungszustand zeigen noch die Theile der Stirn- und der Kiemengegend.

Die oberflächlichen Kopfknochen sind sämmtlich mit sehr gedrängten und beinahe regelmässig runden, ziemlich tiefen, kleinen Gruben bedeckt, was man besonders deutlich an den Infraorbitalknochen und am Unterkiefer wahrnimmt.

Die Stirnknochen (*a*) sind etwas concav und erheben sich nach hinten zu einem oberhalb der Augenhöhle gelegenen stumpfen Höcker. Unser Exemplar bietet nur ihren Abdruck dar. Aus dem Querbruche ergibt es sich, dass sie im hinteren Theile beträchtlich an Dicke zunehmen. Ebenso haben die anderen Knochen des Ober- und Hinterschädels nur ihre Abdrücke hinterlassen, deren Grenzen nur theilweise unterschieden werden können. Man erkennt das grosse verschoben — vierseitige Scheitelbein (*b*) und dessen zackigen hinteren Rand, mit welchem es an das Hinterhauptbein und das Warzenbein (*c*) stösst. Von diesen beiden sind aber nur Spuren erhalten; der grösste Theil ist, da das Gestein dort weggesprengt ist, verloren gegangen.

Ebenso fehlen die die Augenhöhle zunächst begrenzenden Knochentheile ganz; es lässt sich daher auch die Form der Augenhöhle nicht genau bestimmen. Ihre Lage am hinteren Ende des mittleren Drittheils der Kopflänge und fast am oberen Drittheile seiner Höhe lässt sich daher nur sehr annähernd bezeichnen.

In der mittleren Zone des Kopfes nach hinten fällt zuerst der Kiemendeckel (*d*) durch seine sehr bedeutende Grösse in die Augen. Wenn auch seine Substanz selbst nicht erhalten ist, so vermag man doch seine Begrenzung deutlich zu verfolgen. Er hat eine deltaförmige Gestalt mit breitem oberen, stumpf zugespitztem unteren Ende, fast geradem vorderen, bogenförmig gerundetem hinteren Rande. Der obere und hintere Rand stossen in einem gerundeten Winkel zusammen. Seine Höhe beträgt 1·75 Zoll, die grösste Breite am oberen Drittheile 1·25 Zoll. Obwohl er nur im Abdrucke erhalten ist, lassen sich darauf doch deutliche Spuren vom oberen inneren Ende ausstrahlender Linien erkennen.

Da das untere Ende des Kiemendeckels sammt dem Infraoperculum fehlt, so sind dadurch die wenig verschobenen, in einer steil vorwärts geneigten Lage befindlichen, sehr starken und breiten vier Kiemenbögen (*e*) blossgelegt. An dem vordersten, am vollkommensten erhaltenen ist die bogenförmige Krümmung sehr wohl erkennbar; der dritte erscheint im unteren Theile besonders breit. Ein Zerfallen der Bogen in gesonderte Stücke ist dagegen nicht wahrzunehmen. Vom Suboperculum ist eben so wenig als vom Infraoperculum eine Spur zu sehen.

Das Praeoperculum (*f*) stellt sich als ein langer, sichelförmig gebogener, unten zugespitzter, oben sich mehr ausbreitender Knochen dar, über dessen äussere Fläche ein fast senkrechter Kiel herabläuft. Sein hinterer, etwas convexer Rand grenzt an den Kiemendeckel, der vordere ausgeschweifte an den Infraorbitalknochen. Er ist nur in theilweisem Abdrucke vorhanden; es lässt sich desshalb auch nicht entscheiden, ob und was von dem oberen ausgebreiteten Ende einem hinteren Unteraugenhöhlenknochen angehöre.

An den vorderen Rand des Praeoperculum legt sich ein flacher dreieckiger Knochen, dessen Oberfläche die grubige Structur besonders deutlich zeigt (*g*). Die Spitze des Dreiecks ist nach vorne gekehrt; die kürzeste der beinahe geradlinigen Seiten bildet den hinteren Rand. Das obere hintere Eck ist beinahe rechtwinklig, schwach zugerundet; die Beschaffenheit des unteren ist wegen nicht vollkommenen Erhaltenseins nicht genau zu bestimmen. Die grösste Länge von vorne nach hinten misst 1·9 Zoll, die grösste Höhe vor dem hinteren Ende 1·3 Zoll. Auch an *Macropoma Mantelli* wird dieser Knochen von Agassiz (Poiss. foss. II, Taf. 65 *a*, Fig. 2;

Taf. 65 *d*, Fig. 2, 3) abgebildet, aber, wie es scheint, für einen Theil der *Arcade pterygo-palatine* gehalten. Da derselbe aber vermöge seiner vorbezeichneten Oberflächenbeschaffenheit zu den äusseren Kopfknochen gehören muss, so kann er nicht wohl für etwas anderes, als für einen Infraorbitalknochen, und zwar für den vorderen angesehen werden. Beispielen einer ungemeinen Entwickelung dieses Knochens begegnen wir nicht selten auch unter den Knochenfischen, z. B. bei *Hydrocyon* unter den Characinen, bei *Callionymus* unter den Gobioideen, bei *Lethrinus* unter den Sparoideen, insbesondere aber bei einer Gruppe von Fischen, die von den die Seitenwand des Gesichtes gleich einem Panzer bedeckenden Unteraugenhöhlenknochen den Namen der Panzerwangen *(Cataphracti)* erhalten haben, z. B. bei *Trigla*, bei welchem der kolossale vordere Infraorbitalknochen, wie bei unserem Fische, in der ganzen Ausdehnung seines Hinterrandes mit dem Vorderrande des Vordeckels sich verbindet.

Von den etwa vorhandenen übrigen (hinteren) Infraorbitalstücken ist an unserem Exemplare nichts zu entdecken, obwohl das Vorhandensein eines solchen hinteren Unteraugenhöhlenknochens, wie er auch bei *Macropoma Mantelli* Ag. (l. c. Taf. 65 *a*) auftritt, wahrscheinlich ist.

Der schmale gezähnelte Knochenrand, der gleich unterhalb des unteren Randes des Unteraugenknochens besonders nach vorne hervorragt, dürfte einem der tiefer gelegenen Knochen, vielleicht dem Gaumenbeine, angehören. Ob seine Zähnelung von Eindrücken wirklicher feiner Gaumenzähne herzuleiten sei, ist bei der Undeutlichkeit des Ganzen nicht zu ermitteln.

Eben so ungewiss muss es bleiben, ob die vor dem Unteraugenhöhlenknochen hervortretenden Knochentrümmer etwa dem Oberkiefer, dem Zwischenkiefer oder Pflugschaarbein angehören.

Auch der Unterkiefer (*h*) ist sehr mangelhaft erhalten und in theilweise verschobener Lage. Besonders das vordere und hintere Ende sind beschädigt und der zahntragende obere Rand ist abgebrochen. Auf jeden Fall zeichnet er sich aber durch seine bedeutende Höhe aus, die nach rückwärts allmählich abnimmt. Die vordere Ausbuchtung, wie sie der Unterkiefer des *Macropoma Mantelli* Ag. (l. c. Taf. 65 *d*, Fig. 3) darbietet, ist wegen des schlechten Erhaltungszustandes nicht sichtbar.

Der Schultergürtel ist im Vergleiche zu dem robusten Knochengerüste des ganzen Fisches schwach zu nennen. Nur sein oberer Theil ist wohlerhalten, wenn auch nur im Abdrucke. Man unterscheidet sehr gut das obere Schulterblattstück (*i*) mit seinen zwei grossen, schwach gebogenen Hörnern, deren hinteres grösseres an dem vorliegenden Exemplare etwas nach hinten verschoben ist und hoch hinauf bis an das Hinterhauptbein reicht, das vordere kürzere aber sich vorwärts gegen das Warzenbein wendet. Ebenso erkennt man das schmale Unterschlüsselbein (*k*). Dagegen sieht man nur Spuren des oberen Schlüsselbeintheiles, während die unteren Theile des Schultergürtels mit der Brustflosse ganz fehlen.

Ebenso ist nur die Ansatzstelle der hinteren Extremitäten zu erkennen. Die Bauchflossen selbst sind nicht überliefert. Sie liegen in der Mitte des Raumes, der zwischen einer vom Hinterrande des Kiemendeckels herabgezogenen Verticallinie und der Schwanzflosse eingeschlossen ist, der Afterflosse nur wenig näher gerückt als den Brustflossen. Zieht man von den Bauchflossen eine senkrechte Linie zum Oberrande des Körpers, so trifft dieselbe gerade das vordere Ende der hinteren Rückenflosse.

Von der Wirbelsäule, so wie von den Rippen ist an dem untersuchten Exemplare nichts zu entdecken; sie werden durch die Schuppen und die versteinerten Weichtheile verdeckt. Nur die oberen Dornfortsätze der Wirbel sind in der hinteren Körperhälfte sichtbar. Sie sind dünn

und schlank, beiläufig unter einem Winkel von 45 Grad geneigt und reichen aufwärts bis an die Rückenfirste. Im Raume zwischen den Bauchflossen und der Analflosse zählt man — so weit eine Zählung zulässig ist — ihrer über zwanzig.

Der in Rede stehende Fisch besitzt zwei Rückenflossen, von denen aber nur die vordere ziemlich gut erhalten ist. Sie liegt etwa 2·8 Zoll hinter dem Schultergürtel, fast 7 Zoll vor dem Anfange der Schwanzflosse. Man zählt an ihr 6—7 starke ungetheilte Flossenstrahlen, die an ihren beiden Rändern mit gegen das freie Ende hin gerichteten dornigen Spitzen besetzt sind. Die vordersten zwei sind in einer Länge von 2·4 Zoll erhalten. Die Flossenbasis ist sehr kurz. Man erkennt überdies noch den ersten Flossenträger, der sehr gross ist. Er stellt eine 0·6 Zoll breite und, trotzdem dass er an seinem unteren Ende nicht vollkommen erhalten ist, 1 Zoll lange Platte dar, die sehr schräg vorwärts gerichtet ist und mehrere ausstrahlende seichte Furchen trägt.

Die hintere Rückenflosse liegt 2·7 Zoll hinter dem hinteren Rande der vorderen, beinahe 4 Zoll vor dem Anfange der Schwanzflosse. Ihr vorderer Rand befindet sich etwa 3 Zoll vor der Analflosse. Von ihr ist nur die, wie es scheint, beschuppt gewesene Basis erhalten, unter welcher man den Rand des ebenfalls grossen ersten Flossenträgers hervorragen sieht. In einiger Entfernung über und unter derselben sieht man im Gesteine die zerstreuten dünnen Enden einiger Flossenstrahlen, die sich deutlich und gedrängt quergegliedert zeigen.

Die Analflosse ist sehr weit nach rückwärts gerückt; sie liegt nicht viel über 1 Zoll vor dem Anfange der Schwanzflosse, 4·5 Zoll hinter den Bauchflossen. Ihre Basis ist nicht sichtbar, wohl aber ihr weiterer Verlauf. Man zählt daran 15 sehr dünne Strahlen, die gegen das Ende hin ebenfalls sehr fein quergegliedert sind. In geringer Entfernung vom Ende der Flosse liegt eine ganze Gruppe solcher kleiner losgelöster Strahlenglieder.

Die grösste und merkwürdigste aller Flossen ist die Schwanzflosse. Wenn sie auch an Länge und Höhe hinter jener des *M. Mantelli* (Agassiz, l. c. Taf. 65*a*, Fig. 1) zurücksteht, besitzt sie doch immer noch eine bedeutende Ausdehnung. Ihre Länge beträgt an dem vorliegenden Exemplare 4·5 Zoll; sie scheint aber noch bedeutender gewesen zu sein, da die quergegliederten Enden der Flossenstrahlen noch fehlen. In der Höhe misst sie 4·1 Zoll, also eben so viel als die grösste Höhe des Rumpfes. Ihre Gestalt ist fächerförmig und wahrscheinlich war sie am Ende zugerundet. Der obere und untere Lappen, die in den Contouren durch keinen Einschnitt angedeutet werden, sind gleich. Sie ist daher vollkommen homocerk. Auch ist die Wirbelsäule an ihrem Ende nicht aufwärts gebogen und verlängert sich nicht in den oberen Schwanzlappen. Die Flossenstrahlen sitzen beinahe in ganz gleicher Zahl, Grösse und Form am oberen und unteren Rande des vollkommen mittelständigen Endes der Wirbelsäule. Man zählt ihrer jederseits beiläufig 20—21 längere, vor denen noch 4—5 kürzere sitzen, so dass jeder Schwanzlappen 26 umfasst. Sie sind stark, an beiden Rändern gleich jenen der ersten Rückenflosse mit schräg rückwärts gerichteten Dornen besetzt und ungetheilt. Gegen das freie Ende hin waren sie aber ebenfalls gegliedert, denn an einer Stelle sieht man neben dem Hinterrande der Flosse noch eine Menge solcher isolirter Querglieder im Gestein abgedrückt.

Auch die eigenthümliche Befestigungsart der Flossenstrahlen, die Agassiz an *Macropoma Mantelli* beobachtete, ist an unserer Species, wenn auch nicht deutlich ausgesprochen, doch angedeutet. Der sichtbare Theil der Strahlen stützt sich nämlich auf einen davon gesonderten kürzeren Knochenstab (Interapophysalknochen) und dieser erst wird von dem Dornfortsatze der Caudalwirbel getragen. Es steht daher der bei weitem grösste Theil der Schwanzwirbel

mit Flossenstrahlen in Verbindung, wodurch sich auch der grosse Umfang der Schwanzflosse erklärt. Ihr vorderer Theil ist in grosser Ausdehnung mit Schuppen bedeckt, so dass an dem vorliegenden Exemplare nur etwa 0·8 Zoll der Flossenstrahlen davon frei bleiben. Der beschuppte Flossentheil bildet eine dreieckige Fläche mit rückwärts gewendeter Spitze, wie wir dies auch bei dem lebenden *Polypterus* sehen.

Sehr auffallend ist noch der Umstand, den man wenn auch nicht scharf zu erkennen vermag, dass die Wirbelsäule, sich verdünnend, bis fast an das Ende der Schwanzflosse fortsetzt. Es erinnert dies einigermassen an das, was Agassiz besonders bei *Coelacanthus* hervorhebt. Es würde sich daraus ein neuer Grund ergeben, *Macropoma* den Coelacanthen anzureihen.

Der ganze Körper ist dicht mit verhältnissmässig grossen Schuppen bedeckt, welche selbst die Basis der Flossen überziehen und sich besonders weit auf die Schwanzflosse hinaus erstrecken, wie schon oben erwähnt wurde. Die Anordnung der Schuppen ist ganz analog jener der cycloiden und ctenoiden Knochenfische; in der Gestalt stimmen sie mit jenen des *Macropoma Mantelli* überein, indem ihr freier Theil einen gerundet-rhomboidalen Umriss besitzt. Auch ist derselbe mit cylindrischen oder vielmehr kolbenförmigen Hervorragungen bedeckt gewesen, deren Zahl und Anordnung aber bei unserer Species eine etwas verschiedene ist.

In den vorderen zwei Drittheilen zeigt das vorliegende Exemplar von *M. speciosum* nur die abgeriebene Aussenfläche der Schuppen an der Vorderseite des Körpers; das hintere Drittheil nebst der After- und Schwanzflosse stellt dagegen den Abdruck der Hinterseite des Fisches dar. Man nimmt daher daran auch nur den äusseren Abdruck der Schuppen dieser Seite mit allen ihren Sculpturverhältnissen wahr. Während nach der Abbildung der Schuppen der Bauchgegend bei Agassiz (l. c. T. 65 *b*, Fig. 4) in der Mitte einer jeden eine Reihe von 5—7 fast cylindrischen Tuberkeln, die nach hinten an Grösse abnehmen, und daneben jederseits 6—7 Reihen kleinerer und dünnerer Tuberkeln von derselben Form vorhanden waren, welche von der Mittellinie aus schwach divergiren und gegen die Seite der Schuppe allmählich an Grösse abnehmen; trägt jede Schuppe von *Macr. speciosum* in der Mittellinie eine Reihe von nur 3—4 solchen cylindrischen Fortsätzen und daneben 4—5 Reihen dünnerer und kleinerer, mit der Mittellinie fast paralleler, die gegen die Seitenränder hin ebenfalls kleiner werden. Es wäre jedoch möglich, dass die Zahl der seitlichen Reihen grösser wäre, dass aber die nach aussen gelegenen kleineren in dem Gesteine keinen Abdruck hinterlassen hätten.

An den vorderen zwei Drittheilen des Fisches kann man sehr deutlich die Seitenlinie verfolgen. Sie steigt als eine sehr schwach gebogene Linie in etwas schräger Richtung vom Hinterhaupte gegen die Mittellinie des Hintertheiles des Körpers herab. Ihre Schuppen scheinen keine von den übrigen verschiedene Gestalt zu besitzen. Ob ihre Sculpturverhältnisse abweichend waren, lässt sich nicht entscheiden, da sie abgerieben sind und keine Spur derselben wahrnehmen lassen. Sehr deutlich ist aber auf jeder Schuppe der Canal zu erkennen, der von bedeutendem Durchmesser gewesen sein muss und sich gegen das Hinterende der Schuppe etwas verbreitert. Die Verschiedenheit der Schuppen, wie Agassiz dieselbe bei *M. Mantelli* für verschiedene Körperregionen nachweist, konnte ich nicht wahrnehmen; es scheint bei unserer Species vielmehr darin eine ziemliche Gleichförmigkeit zu herrschen.

In der unteren Hälfte des Körpers, beginnend bald hinter der Kiemenhöhle und in der Länge von fast 7 Zoll nach hinten bis in die Gegend der Afterflosse entblösst, erkennt man ein unregelmässig walziges, schlauchförmiges Organ, das äusserlich mit vielen seichten, regellosen Eindrücken versehen erscheint. Es stimmt ganz mit dem an manchen

Exemplaren von *M. Mantelli* durch Agassiz abgebildeten überein und dürfte wohl, da bei Agassiz (l. c. T. 65 *c*, Fig. 1 und T. 65 *d*, Fig. 1) die noch innerhalb der Leibeshöhle befindlichen Koprolithen gerade dieselbe Lage haben, für den hinteren Theil des Darmcanals gehalten werden können. Man glaubt stellenweise von aussen sogar eine sehr seichte, schräg verlaufende Spiralfurche — vielleicht von der inneren Spiralklappe herrührend — zu erkennen.

Zwischen dem eben geschilderten Fische und dem von Agassiz beschriebenen und abgebildeten *Macropoma Mantelli* findet eine so auffallende Übereinstimmung Statt, dass es keinem Zweifel unterliegen kann, derselbe müsse ebenfalls der Gattung *Macropoma* beigesellt werden. Wir finden dieselbe Gestaltung des Körpers und des Kopfes, dieselbe Form der vorderen und hinteren Stirnbeine, dieselbe grosse Entwickelung des Kiemendeckels und des vorderen Infraorbitalknochens; ferner die grösste Übereinstimmung in der Zahl, Stellung und dem Baue der Flossen. Die Flossenstrahlen sind wie dort einfach, an den Rändern durch dornige Zähne gesägt. Die Schwanzflosse ist ebenfalls fächerförmig, vollkommen homocerk, mit weit nach rückwärts reichender Beschuppung, und ihre Strahlen scheinen auf ganz analoge Weise durch Interapophysalknöchelchen getragen zu werden. Endlich zeigen auch die Schuppen eine ganz ähnliche Sculptur auf ihrer emaillirten Oberfläche.

Trotz dieser grossen Übereinstimmung finden doch zwischen beiden Fischen nicht unerhebliche Verschiedenheiten Statt. Dieselben beziehen sich zuerst auf die Gesammtphysiognomie. Unser Fossilrest gehört offenbar einem Fische von schlankerer, weniger robuster und plumper Gestalt an. Der Kopf und die Schwanzflosse sind im Verhältnisse zur Länge und Höhe des ganzen Körpers kleiner. Es ergibt sich dies am besten aus der Vergleichung der relativen Maasse[1]):

	Macropoma Mantelli.	Macropoma speciosum.
Länge des ganzen Körpers	21·0 Zoll	19·0 Zoll
Länge des Kopfes	5·5 „	4·6 „
Länge der Schwanzflosse	5·5 „	4·5 „
Höhe des Rumpfes in der Nähe der vorderen Rückenflosse	5·3 „	4·3 „
Höhe des Kopfes	4·0 „	3·4 „
Höhe der Schwanzflosse	6·2 „	4·1 „

Während der Kopf so wie die Schwanzflosse bei *M. Mantelli* 0·262 der ganzen Körperlänge ausmacht, bildet der Kopf bei *M. speciosum* nur 0·242, die Schwanzflosse nur 0·236 derselben, welche Zahl aber bei vollständiger Erhaltung der Enden der Flossenstrahlen noch eine Änderung erleiden dürfte.

Ausserdem waltet der erste Infraorbitalknochen in seiner Entwickelung bei unserer Species noch mehr vor als bei *M. Mantelli*, so wie auch die Sculpturverhältnisse der Schuppen beider nicht unwesentliche, oben näher bezeichnete Unterschiede darbieten. Auch in der Conformation der übrigen Knochen, so wie in der Zahl der Flossenstrahlen dürften sich bei vollständigerer Erhaltung dieser Theile noch weitere specifische Differenzen ergeben. Ich glaube daher den böhmischen Fisch mit vollem Rechte für eine besondere Species der Gattung *Macropoma* ansehen zu dürfen, die ich mit dem Namen *M. speciosum* belege.

---

[1]) Jene des *M. speciosum* sind dem Originalexemplare, jene des *M. Mantelli*, von dem nirgend Messungen angeführt werden, der Abbildung bei Agassiz l. c. II, T. 65 *a*, Fig. 1 entnommen.

In wie weit dieselbe mit dem von Agassiz nur namentlich angeführten *M. Egertoni* aus dem Gault von Folkstone (Agassiz l. c. II, p. 174) übereinkomme oder sich davon unterscheide, muss dahin gestellt bleiben, da Agassiz von dieser Art nichts anführt, als dass sie gleichmässiger gebildete Schuppen besitze und sich überdies durch specielle Abweichungen in der Bildung der einzelnen Theile des Kopfskeletes von *M. Mantelli* unterscheide. Seitdem hat darüber nichts Weiteres verlautet.

II. Elopopsis Heckeli Rss.

Heckel hat in der zweiten Abtheilung seiner Beiträge zur Kenntniss der fossilen Fische Österreichs (Denkschriften der kais. Akademie der Wissensch. Bd. XI, p. 250 ff.) ein neues Genus „*Elopopsis*“ aus der Gruppe der Elopiden in der Familie der Clupeaceen aufgestellt, das sich durch eine Reihe starker spitzkonischer Zähne in den Kiefern und einen starken ungetheilten Strahl in den Brustflossen von *Elops* unterscheidet. Er beschreibt drei Arten: *E. Fenzlii* (l. c. Taf. 13, Fig. 1), *E. dentex* (l. c. Taf. 13, Fig. 2), und *E. microdon Heck.* (l. c. Taf. 14), die sämmtlich aus den der Kreideformation angehörigen schwarzen Kalkschiefern von Comen im Karstgebirge stammen.

In der Sammlung des hiesigen Museums befindet sich ein Bruchstück eines grossen Fisches, welches 1854 im Pläner des weissen Berges bei Prag gefunden und von dem Herrn Hofrathe v. Sacher-Masoch dem Museum geschenkt wurde. Es besteht nur aus dem Kopfe, an dem nur noch ein sehr kleiner Theil des Rumpfes sitzt. In geringer Entfernung hinter der Brustflosse ist das Fossil quer abgebrochen. Da die zur Charakterisirung des fossilen Fisches unentbehrlichsten Theile, die Flossen, fehlen, kann die Bestimmung immer nur sehr unsicher sein. Der Bau des Kopfes ist aber ein so ausgezeichneter und in dieser Beziehung die Übereinstimmung mit der Gattung *Elopopsis* so gross, dass es sehr wahrscheinlich sein dürfte, dass unser Fisch ebenfalls dieser Gattung angehöre, wenn er auch die bisher bekannt gewordenen Arten sehr bedeutend an Grösse übertrifft. Mein verehrter Freund Heckel, dem ich die Abbildung des Fossilrestes zur Beurtheilung vorlegte, schliesst sich derselben Ansicht an. Sie findet auch darin eine Stütze, dass derselbe ebenfalls aus der Kreideformation stammt, gleich den von Heckel beschriebenen Arten. Die Gattung *Elopopsis* ist daher bisher auf die Kreidegebilde beschränkt und scheint für dieselben charakteristisch zu sein.

Die vorerwähnte Übereinstimmung wird sich aus der nachfolgenden Beschreibung ergeben.

Nach dem vorliegenden fossilen Exemplare zu urtheilen, muss der in Rede stehende fossile Fisch einen starken, von den Seiten zusammengedrückten, vorne zugespitzten Körper von hechtartiger Gestalt gehabt haben. Wenn man das gewöhnliche Grössenverhältniss des Kopfes zum ganzen Körper auch hier in Anwendung bringt, muss letzterer beiläufig 25 Zoll in der Länge gemessen haben. Unsere Species war daher jedenfalls einer der grössten bis jetzt bekannten Knochenfische der Kreide.

Das ganze fossile Fragment ist 10·5 Zoll lang, wovon 6·4 Zoll auf den Kopf, von der Schnauzenspitze bis zum Hinterrande des Kiemendeckels, kommen. Der Kopf ist fast geradlinig-dreiseitig, vorne zugespitzt. Die Höhe am hinteren Rande beträgt 5·2 Zoll, also etwas mehr als $^3/_4$ seiner Länge, und eben so viel von der Höhe des Rumpfes hinter der Brustflosse — am hinteren Ende des ganzen Fossilrestes. Der Kopf scheint daher im Verhältnisse zum Rumpfe kleiner gewesen zu sein als bei *E. Fenzli* und *E. dentex Heck.* Die Stirngegend steigt beinahe

in gerader Linie an und bildet mit dem vorderen Ende des Unterkiefers einen spitzen Winkel. Die verhältnissmässig grosse Augenhöhle, deren Grenzen nicht nach allen Seiten wahrnehmbar sind, liegt sehr hoch und ist mit ihrem Vorderrande beiläufig 2·5 Zoll von dem Mundende entfernt.

Die grosse Mundspalte misst 3·5 Zoll in der Länge und reicht bis hinter die Augenhöhle. Der obere Mundrand wird nach hinten von dem ziemlich starken und 2·2 Zoll langen Oberkiefer, nach vorne von dem stark entwickelten Zwischenkiefer gebildet. Beide tragen Zähne. Der Unterkiefer ist 4·1 Zoll lang und stark. In dem vorliegenden Fossilreste ist seine äussere Schichte weggebrochen. Unterhalb seines Unterrandes liegt, durch Verschiebung — Umschlagen nach aussen — sichtbar geworden, ein 1·9 Zoll langes vorderes Bruchstück des unpaaren Unterzungenknochens, der sich bei allen *Elopiden* findet. Noch tiefer und weiter im Hintergrunde sieht man noch Bruchstücke des Unterkiefers der anderen Seite. Beide Mundränder sind mit einer ununterbrochenen Reihe starker, schwach gebogener, kegelförmiger Zähne besetzt. Sie nehmen nach hinten allmählich an Grösse zu. Die grössten erreichen eine Länge von 0·2 Zoll. Alle sind an der Basis etwas angeschwollen und verschmälern sich ziemlich rasch zur etwas rückwärts gekrümmten Spitze. Die Zähne des Zwischenkiefers scheinen grösser zu sein als die vordersten des Oberkiefers.

Von den Unteraugenhöhlenknochen sind nur am hinteren unteren Orbitalrande einige Bruchstücke, die drei gesonderten Knochenstücken anzugehören scheinen, sichtbar. Die übrigen Theile derselben sind nicht sichtbar, da dort die Hautknochenwand des Schädels fast gänzlich weggebrochen ist. Dadurch sind die tiefer liegenden Knochen der Quadratbeingruppe und zum Theile der Gaumenbeingruppe blossgelegt. Aber auch sie sind nicht in ihrer Substanz, sondern nur im Abdrucke erhalten. Man bemerkt zuerst das Schläfenbein *(temporale* Cuv.*)*. Es stellt sich dies als ein fast 2·2 Zoll langes, oben mit dem Schädel verbundenes grosses Knochenstück dar, im oberen Theile breit dreieckig, im unteren sich zu einem vom hinteren Winkel dieses Dreieckes abgehenden schmalen, schwach gebogenen Fortsatze verlängernd, dessen innerer Rand sich mit dem Flügelbeine verbindet. Nach unten hin bemerkt man das sich mit dem hinteren Ende des Unterkiefers verbindende Quadratbein als eine grosse, fast vierseitige Knochenplatte, deren Begrenzung aber nicht scharf zu unterscheiden ist. Das beide verbindende *os symplecticum* lässt sich an dem Fossilreste nicht mit Sicherheit erkennen.

Von vorne schiebt sich in den Ausschnitt des unteren schmalen Theiles des *Temporale* das sich deutlich als vierseitige Platte darstellende Flügelbein hinein. Von dem Gaumenbeine sind noch weiter nach vorne nur Bruchstücke sichtbar. Das Übrige ist durch die oberflächlicheren Knochen dem Anblicke entzogen. Die Oberfläche der eben bezeichneten Knochentheile zeigt ausser einigen starken unregelmässigen Höckern am obersten Theile des Schläfenbeines und sehr seichten und schmalen regellosen Furchen nichts Bemerkenswerthes.

Der Vordeckel ist schmal, vorne mit einer schmalen erhabenen Leiste eingefasst und im unteren Theile unter einem sehr stumpfen Winkel nach vorne gebogen. Unter ihm sieht man im Abdrucke einen Theil der zahlreichen Kiemenhautstrahlen. Man kann ihrer noch 9 zählen; von den untersten sind jedoch nur kleine Bruchstücke erhalten.

Der Kiemendeckel ist ebenfalls nur im Abdrucke vorhanden. Er ist sehr gross, vorne mit fast geradem Rande, hinten einen weiten Bogen bildend. Seine grösste Breite beträgt 2·2 Zoll, die Höhe über 3 Zoll; jedoch lassen diese Dimensionen sich nur sehr annähernd bestimmen, da die dünnen Ränder nicht scharf begrenzt sind, sondern allmählich in die

Umgebung verfliessen. Die Oberfläche des Abdruckes zeigt stellenweise undeutliche radiale Linien. Die Abgrenzung gegen den, wie es scheint, ebenfalls grossen vierseitigen Unterdeckel ist sehr verwischt.

Von dem anscheinend breiten Schultergürtel sind nur nicht näher bestimmbare Theile des Abdruckes wahrzunehmen. Die Brustflosse ist quer abgebrochen. Wohl erkennt man aber ihre Ansatzstelle und die einzelnen Strahlen haben Vertiefungen hinterlassen. Aus diesen kann man schliessen, dass hinter einem grossen dicken Strahl noch 16—17 kleinere gesessen sein mögen. Von den übrigen Flossen ist, da der mittlere und hintere Theil des Rumpfes ganz fehlt, keine Spur erhalten. Auf dem Querbruche am hinteren Ende unseres Fossilrestes nimmt man endlich die Bruchstücke einiger Wirbel wahr. Sie deuten auf eine kräftige Wirbelsäule, denn sie besitzen bei einer Länge von 0·4 Zoll eine Höhe von 0·5 Zoll.

Von den Schuppen nimmt man nur die fragmentären Abdrücke wahr. Der hintere freie Rand derselben ist nirgends erhalten. Es lässt sich daher ihre Gestalt — die aber offenbar eine cycloide war — und ihre Länge nicht genau bestimmen. Die Breite der grössten beträgt dagegen 0·42 Zoll. Die Schuppen am oberen Theile des Körpers, besonders der Mittellinie zunächst, mussten viel grösser gewesen sein als jene der Bauchseite, deren Breite 0·25 Zoll nicht übersteigt.

So fragmentär der eben gegebenen Beschreibung gemäss auch der Erhaltungszustand des in Rede stehenden Fisches ist, so liegen doch Gründe genug vor, welche die Übereinstimmung mit der von Heckel neu aufgestellten Gattung *Elopopsis* sehr wahrscheinlich machen. Unter denselben muss ich besonders hervorheben: die spitze, dreieckige Gestalt des verhältnissmässig grossen Kopfes, die grosse Mundspalte, die Zusammensetzung des oberen Mundrandes aus Zwischenkiefer und Oberkiefer, das starke Gebiss, das nur auf die Kieferränder beschränkt ist, das Vorhandensein eines unpaarigen Unterzungenknochens, die zahlreichen Kiemenstrahlen, die bedeutende Grösse des Kiemendeckels, die strahlenreichen Brustflossen, deren erster Strahl sich durch besondere Stärke hervorthut u. s. w. Die Entdeckung vollständigerer Exemplare mit wohlerhaltenen Flossen dürfte in der Folge die dem fossilen Fische vorläufig angewiesene Stellung wohl bestätigen. Die specifischen Unterschiede desselben von den durch Heckel aufgestellten drei Arten sind so bedeutend und in die Augen fallend, dass eine nähere Auseinandersetzung derselben vollkommen unnöthig wäre. Schon die so auffallende Grösse würde allein zur Unterscheidung hinreichen. Ich glaubte dieser Species keinen passenderen Namen beilegen zu können, als jenen meines verehrten Freundes, des Begründers der Gattung *Elopopsis*, durch welche die Fauna der Kreideformation eine so interessante Bereicherung erfährt.

ERKLÄRUNG DER TAFELN [1]).

TAFEL I.

Fig. 1. *Macropoma speciosum* Rss. in natürlicher Grösse.

TAFEL II.

Fig. 1. Der Kopf von *Macropoma speciosum* nur in seinen Contouren dargestellt, mit Bezeichnung der einzelnen Knochen.
„ 2. Die Abdrücke einiger Schuppen vom Hintertheile des Körpers vergrössert.
„ 3. Ein Stück der Oberfläche des Unteraugenhöhlenknochens vergrössert.

TAFEL III.

Elopopsis Heckeli Rss., in natürlicher Grösse.

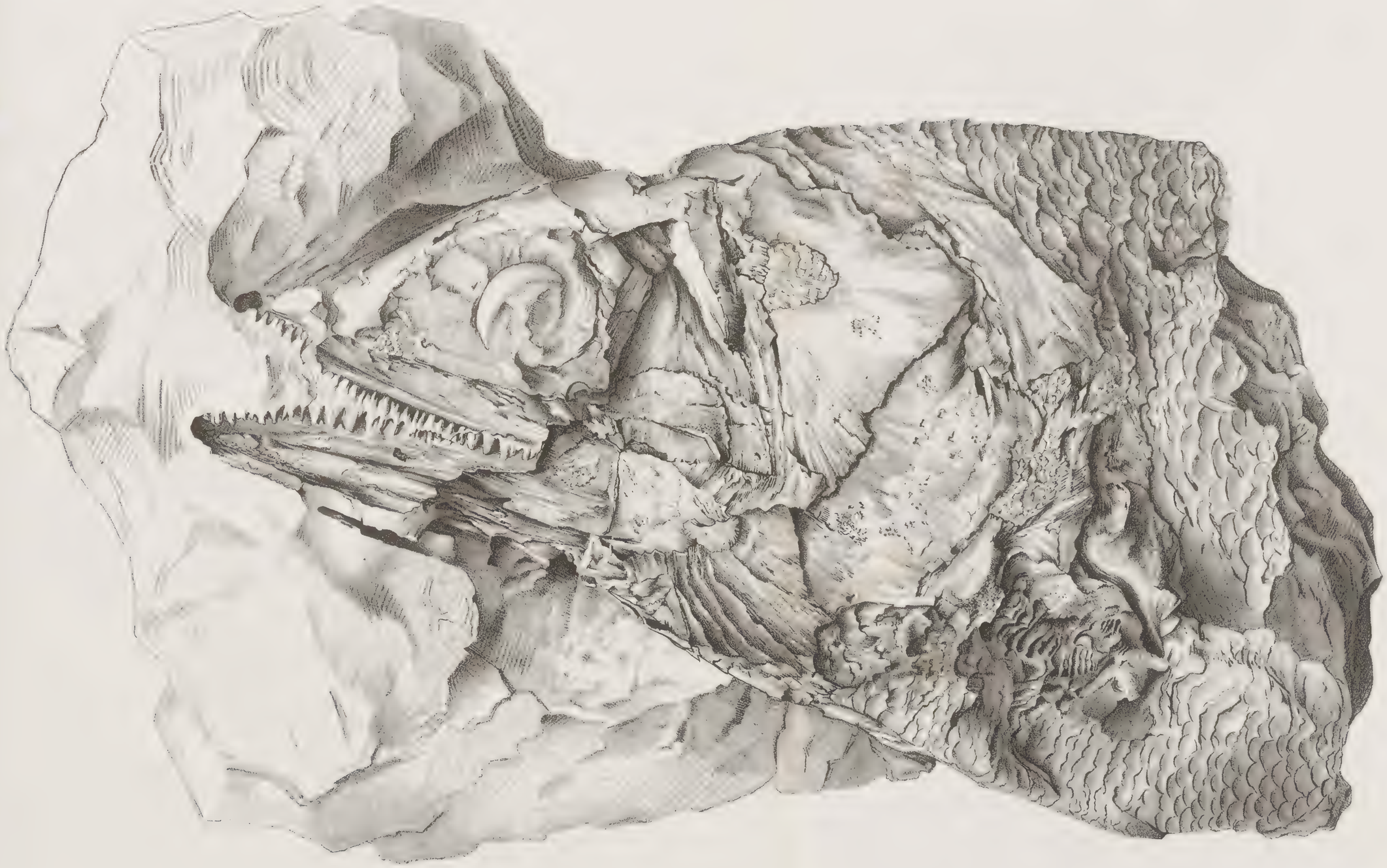
[1]) Ich verdanke die Abbildungen der Güte des Herrn Phil. Dr. Julius Sachs.

Dr. J. Sachs sc. nat. del.

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3



ÜBER

DIE NERVATION DER BLÄTTER BEI DEN CELASTRINEEN.

VON

PROF. DR. CONSTANTIN v. ETTINGSHAUSEN.

CORRESP. MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

Mit 10 Tafeln in Naturselbstdruck.

VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 16. OCTOBER 1856.

Vorliegende Arbeit verfolgt eine zweifache Richtung; fürs Erste soll sie Einsicht verschaffen in die Nervationsverhältnisse einer in dieser Beziehung noch nicht untersuchten Familie; zweitens die Analogien einer Reihe von neuen oder bisher zweifelhaften fossilen Formen mit den jetzt lebenden, so weit dieselben nachzuweisen sind, feststellen.

Bezüglich des ersten Punktes muss ich erwähnen, dass bis jetzt die Unterscheidungsmerkmale für die meisten Arten dieser Familie von den Blättern genommen wurden, an welchen man namentlich nur Form, Textur, hin und wieder auch Dimensionsverhältnisse betrachtete. Es ist nicht nöthig hervorzuheben, wie schwankend die Begriffe von „eiförmig“, „elliptisch“, „lanzettlich“ u. s. w. in der Formbezeichnung, wie willkürlich die Angaben „dünnhäutig“, „krautartig“, „derb“, „lederartig“ in der Bezeichnung der Textur, und wie veränderlich absolute Länge und Breite des Blattes sind.

Es ist auch überdies die Anzahl der unterschiedenen Arten hier so gross, dass man bei der Bestimmung einer Pflanze durch die blosse Vergleichung derselben mit der Beschreibung meist zu keinem sicheren Resultate gelangen kann und zuletzt die unmittelbare Anschauung und Vergleichung zu Hilfe nehmen muss, was aber die Benützung eines grösseren Herbariums erfordert.

Ich habe nun bei meinen Untersuchungen über die Nervationsverhältnisse gefunden, dass sich die meisten Arten der Celastrineen nach der Nervation der Blätter weit genauer unterscheiden lassen — einige Fälle abgerechnet, wo sich aber vielleicht eine Reduction der Arten herausstellen dürfte —, und zwar bieten sich Merkmale, welche vollkommen sicher zu ermitteln, ja meist der Messung zugänglich sind.

Wenn auch in der vorliegenden Abhandlung bei weitem nicht alle Blattformen der Celastrineen beschrieben oder auch nur aufgezählt werden konnten, denn dies liegt ausserhalb der Aufgabe dieser Arbeit, welche einen Beitrag zur Kenntniss der Nervationsmorphologie dieser umfangreichen Familie liefern soll, so dürften daselbst nicht nur hinreichende Beweise für die

eben ausgesprochene Behauptung festgestellt, sondern auch die Wege bezeichnet und die terminologischen Hilfsmittel genügend ausführlich angegeben sein, um durch deren Benützung bei systematischen Bearbeitungen auch die so wichtige Nervation vortheilhaft auszubeuten.

Die Blätter der Celastrineen sind meist Schling- oder Netzläufer. Die bogenläufige Nervation kommt hier bei weitem seltener vor. Gänzlich fehlen dieser Familie die spitz- und die strahlläufige Nervation. Von den Schlingläufern wurden 16 Typen unterschieden, von welchen 5 auch häufig in anderen Familien erscheinen, die übrigen aber den Celastrineen vorzugsweise zukommen. Die netzläufige Nervationsform ist in 11 Typen vertreten, worunter 3 auch anderen Familien, 8 den Celastrineen vorzugsweise angehören. Die Bogenläufer fallen nur 3 Typen zu, von denen ein einziger dieser Familie eigenthümlich ist.

Unter den Arten, welche dem Nervationstypus nach mit Arten anderer Familien des Systems übereinstimmen, heben wir folgende hervor. Die *Myginda*-Arten theilen die bogenläufige Nervation von *Cornus sanguinea; Celastrus nutans, C. stylosa* und *C. scandens* die bogenläufige Nervation von *Lonicera Xylosteum.* Von Schlingläufern zeigen mehrere *Evonymus*-Arten, *Maytenus brasiliensis* und eine *Dalongia*-Art die Nervation von *Prunus Padus; Elaeodendron undulatum*, mehrere *Evonymus*-Arten, als *E. glaber, acuminatus, pendulus, Schottii* u. a., ferner *Pterocelastrus tricuspidatus* und *Hartogia capensis* den Typus von *Senecio nemorensis; Elaeodendron oligocarpum* und *E. eucleaeforme* den Typus von *Bellidiastrum Michelii;* einige *Pterocelastrus*-Arten, z. B. *P. rostratus*, ferner *Microtropis bivalvis, Putterlickia pyracantha* und *Evonymus dichotomus* den Typus von *Cynoglossum officinale;* endlich eine *Hartogia*-Art den charakteristischen Typus der *Mysotis*-Arten.

Unter den Netzläufern bieten *Wimmeria discolor, Hartogia Thea, Catha edulis, Celastrus rubra* und *C. trigynus* den Typus von *Salix fragilis;* viele *Celastrus*-Arten, als z. B. *C. empleurifolius, spathephyllus, Senegalensis, Krauseanus* u. a. den Typus von *Daphne Mezereum;* endlich *Celastrus ramulosus, C. refractus, C. ovatus* und *Elaeodendron sessiliflorum* den Nervationstypus von *Helianthemum vulgare.*

Die folgenden Typen sind grösstentheils den Celastrineen eigenthümlich. Von Bogenläufern nur der Typus des *Evonymus javanicus*, charakterisirt durch die grössere Distanz der Secundärnerven und zahlreiche querläufige Tertiärnerven. Von Schlingläufern gehören hieher: Der Typus von *Celastrus parvifolius*, welcher durch sehr spitze Ursprungswinkel der Secundärnerven und die Distanz $^1/_3$—$^1/_2$; der Typus von *Celastrus lanceolatus*, der durch die breiten Secundärschlingen, aber den Mangel von Aussenschlingen bezeichnet ist; der Typus von *Elaeodendron glaucum*, durch den aus der Mitte des Schlingenbogens in den Einschnitt zwischen den Kerben des Blattrandes laufenden Tertiärnerv; der Typus von *Elaeodendron pubescens* durch die genäherten, unter auffallend stumpferen Winkeln entspringenden unteren Secundärnerven; der Typus einer neuholländischen *Elaeodendron*-Art, durch die genäherten Secundärnerven, ihre Ursprungswinkel von 80—90° und die vom Rande auffallend entfernten, mit hervortretenden Aussenschlingen begrenzten Schlingenbogen charakterisirt; ferner der Typus von *Elaeodendron curtipendulum*, durch das reich entwickelte Quaternärnetz; der von *Elaeodendron reticulatum*, durch die vorherrschende Entwickelung des Tertiärnetzes; der Typus einer *Hartogia*-Art durch die breiten Secundärschlingen, alle drei aber durch die stumpfen, mit Reihen hervortretender Aussenschlingen umgebenen Schlingensegmente bezeichnet. Die noch zu erwähnenden Typen schliessen sich einerseits den Bogenläufern, anderseits den Netzläufern an. Es sind der Typus von *Microtropis coriacea*, durch die spitz vorgezogenen, in Randschlingen

übergehenden Schlingensegmente, der Typus von *Pterocelastrus tetrapterus* durch sehr spärliche, nicht hervortretende Tertiärnerven und die verhältnissmässig geringe Distanz der spitzwinkligen Secundärnerven charakterisirt.

Von Netzläufern gehören hieher der Typus von *Celastrus cordatus* mit unter 90° oder unter stumpfen Winkeln entspringenden grundständigen Secundärnerven; der Typus von *C. acuminatus*, durch die spitzeren Abgangswinkel der oberen Secundärnerven charakterisirt; der Typus von *C. illicinus* mit randläufigen Tertiärnerven; der Typus von *C. linearis* mit durchaus sehr spitzen Abgangswinkeln der sehr feinen Secundär- und unvollkommen entwickelten Tertiärnerven; der Typus von *Elaeodendron capense*, durch zahlreiche, nicht querläufige Tertiärnerven und die gegen die Basis zu auffallend genäherten Secundärnerven; der Typus von *Elaeodendron sphaerophyllum* durch die grosse relative Distanz der Secundärnerven bezeichnet; der Typus von *Evonymus tingens* mit vorherrschend unter rechtem oder stumpfem Winkel entspringenden Tertiär- und verhältnissmässig genäherten Secundärnerven; der Typus von *Maytenus Boaria*, durch längsläufige Tertiärnerven und die ziemlich gleichen Winkel der Secundärnerven charakterisirt.

Was die zweite, Eingangs erwähnte Tendenz dieser Abhandlung betrifft, so muss ich hervorheben, dass die Familie der Celastrineen zu jenen gehört, welche für die Flora der Vorwelt mit Sicherheit nachgewiesen werden konnten. Es fanden sich an mehreren Localitäten von tertiären Pflanzenresten, wie z. B. bei Parschlug, Fohnsdorf und bei Sotzka in Steiermark, bei Bilin in Böhmen, bei Sagor in Krain, bei Radoboj in Croatien, endlich bei Häring in Tirol, nebst manchen für diese Familie charakteristischen Blatttypen Theile von Inflorescenzen, Blüthen und Früchten vor, welche keinen Zweifel zulassen, dass sie nur vorweltlichen *Celastrus*-Arten angehört haben konnten. Schon die Mannigfaltigkeit der bisher aufgefundenen fossilen Pflanzenreste gestattet die Vermuthung, dass ausser solchen Resten, welche selbst eine oberflächliche Betrachtung auf den ersten Blick als Celastrinen-Formen erkennen lässt, sich bei sorgfältiger Vergleichung der fossilen mit der jetzt lebenden Pflanzenwelt wohl noch andere, dieser Familie entsprechende fossile Typen feststellen lassen dürften. Durch die Untersuchung des grossen Materials von Pflanzenfossilien aus den österreichischen Kohlenlagern, welches das Museum der k. k. geologischen Reichsanstalt enthält, ist mir eine nicht unbedeutende Zahl von Celastrineen-Analogien bekannt geworden, von welchen die bemerkenswertheren unter den im speciellen Theile beschriebenen Blatttypen angegeben sind. Späteren, die Pflanzenfossilien selbst behandelnden Arbeiten ist es vorbehalten, diese Analogien theils zum Behufe der möglichst gründlichen analytischen Bestimmung zu benützen, theils weiter zu verfolgen. Jenen Forschern, welche sich mit den Denkmälern früherer Vegetationszustände unserer Erde nicht um Namen zu schmieden und neue Species aufzustellen, sondern um der Ergründung der Wahrheit willen beschäftigen, wird es vielleicht willkommen sein, mittelst der beifolgenden, in Naturselbstdruck dargestellten Tafeln in die Lage gesetzt zu werden, über die im speciellen Theile angegebenen Analogien eigene Beobachtungen und Vergleichungen anzustellen.

Analytische Übersicht der beschriebenen Nervationsformen.

I. Mit bogenläufiger Nervation.

1. Die mittlere Distanz der Secundärnerven beträgt $^1/_3$ der Blattlänge. Ursprungswinkel derselben 40—50°. Tertiärnerven sehr spärlich. Typus von *Cornus sanguinea.*

Myginda latifolia.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven kleiner. Ursprungswinkel derselben meist stumpfer. 2.

2. Das unterste Paar der Secundärnerven ist fast grundständig, die übrigen folgenden sind gegen die Basis zu auffallend entfernt gestellt oder wenigstens derselben nicht genähert. Tertiärnerven vorherrschend netzläufig verzweigt. Ein mittleres Secundärsegment enthält 2—3 axenständige und 7—9 seitenständige Tertiärnerven.

Celastrus stylosa.

— Secundärnerven gleich weit von einander entfernt oder gegen die Basis zu allmählich genähert. Tertiärnerven querläufig. 3.

3. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_5$—$^1/_4$. In einem Secundärsegment entspringen 4—5 axenständige spitzwinklige, und 5—7 seitenständige Tertiärnerven. Abgangswinkel der Secundärnerven 45—60°.

Evonymus javanicus.

— Ein mittleres Secundärsegment enthält 8—20 seitenständige Tertiärnerven. 4.

4. Ein mittleres Secundärsegment enthält 4—6 axenständige und 15—20 sehr feine querläufige seitenständige Tertiärnerven. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$—$^1/_5$.

Celastrus scandens.

— Die unteren Secundärnerven gegen die Basis zu allmählich genähert. Ein mittleres Secundärsegment umfasst 2—3 spitzwinklige axenständige und 8—15 seitenständige Tertiärnerven.

Celastrus nutans.

II. Mit Schlingläufiger Nervation.

1. Abgangswinkel der Secundärnerven 20—30°; die mittlere Distanz derselben erreicht $^1/_3$—$^1/_2$ der Blattlänge. Schlingensegment bogig gekrümmt. 2.

— Ursprungswinkel der Secundärnerven grösser, mittlere Distanz derselben kleiner. 3.

2. Tertiärnerven verbindend, querläufig. Schlingensegmente mindestens noch einmal so lang als breit.

Celastrus parvifolius.

Tertiärnerven nicht querläufig. Schlingensegmente kürzer.

Celastrus heterophyllus.

3. Schlingensegment mehrmals länger als breit; aus der Mitte des Schlingenbogens geht ein Tertiärnerv in den Einschnitt zwischen die Kerben des Randes.

Elaeodendron glaucum.

— Schlingensegmente meist höchstens 1—2 Mal so lang als breit. Randläufiger Tertiärnerv fehlend. 4.

4. Nervationstypus von *Bellidiastrum Michelii.* Die untersten Schlingen auffallend breit und spitz vorgezogen, fast die Hälfte der Blattlänge erreichend. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_4$—$^1/_3$. 5.

— Die grundständigen Schlingen nicht auffallend vorgezogen. 6.

5. Schlingenbogen dem Rande bis auf 1‴ genähert. Ein mittleres Secundärsegment enthält 5—7 axenständige Tertiärnerven.

Elaeodendron oligocarpum.

— Schlingenbogen dem Rande bis auf $^1/_2$‴ genähert. Ein mittleres Secundärsegment enthält nur 3 bis 5 axenständige Tertiärnerven, daher die Schlingensegmente etwas schmäler.

Elaeodendron eucleaeforme.

6. Die 2—3 untersten Secundärnerven auffallend der Basis genähert, unter stumpfen Winkeln entspringend, beinahe strahlläufig gruppirt. Schlingen derselben merklich schmäler als die der mittleren und oberen. Distanz der Secundärnerven $^1/_4$—$^1/_3$. Tertiärnerven unter dem Winkel von 90° abgehend, oft verbindend.

Elaeodendron pubescens.

— Die untersten Secundärnerven nicht auffallend der Basis genähert, noch unter merklich stumpferen Winkeln entspringend als die übrigen. 7.

7. Die Bogen der Secundärschlingen dem Rande parallel und sehr genähert, daher fast saumläufig. Nervationstypus von *Myosotis sylvatica.* *Hartogia sp. Afr. austr.*

— Schlingenbogen stärker gekrümmt als der Rand und demselben nicht auffallend genähert. 8.

8. Schlingensegmente bogig gekrümmt, die Enden gegen den Rand zu spitz aufwärts gezogen. Schlingenbildende Äste der Secundärnerven meist unter spitzen Winkeln divergirend. 9.

— Schlingensegmente nicht gekrümmt, die Enden gegen den Rand zu mehr oder weniger stumpf abgerundet. Schlingenbildende Äste der Secundärnerven meist unter stumpfen Winkeln divergirend. 19.

9. Das vorgezogene Ende des Schlingensegmentes geht eine beträchtliche Strecke am Rande nach aufwärts und ist durch mehrere querlaufende Tertiärnerven oder Anastomosenäste in Randschlingen abgetheilt. Die hieher gehörigen Formen bilden Übergänge zur bogenläufigen Nervationsform. Typus von *Microtropis coriacea.* 10.

Schlingensegmente schnell zugespitzt, sogleich am Rande endigend oder nur eine sehr kurze Strecke an denselben aufwärts gezogen; das Ende derselben nicht durch querlaufende Nerven abgetheilt. 11.

10. Die oberen Schlingensegmente auffallend weniger gekrümmt als die mittleren und unteren. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$—$^1/_5$. Ein mittleres Secundärsegment enthält 2—3 axenständige, 3 bis 4 untere und 5—6 obere seitenständige Tertiärnerven.

Evonymus Hamiltonianus.

— Auch die oberen Schlingensegmente stark gekrümmt. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_4$—$^1/_3$. Ein mittleres Secundärsegment umfasst 1—2 grössere, 6—7 feinere axenständige, 4—5 stärkere, 7—9 feinere seitenständige Tertiärnerven.

Evonymus fimbriatus.

– Auch die oberen Schlingensegmente stark gekrümmt. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_8$—$^1/_7$. Ein mittleres Secundärsegment umfasst 7—10 axenständige und 12—15 seitenständige Tertiärnerven.

Microtropis coriacea.

11. Mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_{15}$—$^1/_{12}$. Ursprungswinkel derselben 80—90°, der untersten kürzeren meist 90°. Schlingenbogen vom Rande entfernt, mit hervortretenden Aussenschlingen begrenzt.

Elaeodendron sp. nov. Hollandiae.

– – Mittlere Distanz der Secundärnerven grösser. Ursprungswinkel derselben meist spitzer. 12.

12. Mittlere Distanz der Secundärnerven nur $^1/_5$—$^1/_4$. Nervationstypus von *Evonymus europaeus.*

Evonymus obovatus.

– Mittlere Distanz der Secundärnerven unter $^1/_6$. 13.

13. Abgangswinkel der Secundärnerven 75—85°, die untersten nicht unter spitzeren Winkeln entspringend als die übrigen. Nervationstypus von *Prunus Padus.*

Dalongia sp.

Abgangswinkel der Secundärnerven meist spitzer. Die untersten Secundärnerven unter auffallend spitzeren Winkeln entspringend als die übrigen. Nervationstypus von *Senecio nemorensis.* 14.

14. Tertiärnerven unter spitzen Winkeln abgehend, fast querläufig. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_{10}$—$^1/_8$; Ursprungswinkel derselben 70—80°.

Elaeodendron undulatum.

– Tertiärnerven unter dem Winkel von 90° oder unter stumpfen Winkeln entspringend. 15.

15. Ein mittleres Secundärsegment enthält wenigstens 4—5 axenständige Tertiärnerven.

Evonymus attenuatus.

Secundärsegment höchstens 2—3 axenständige Tertiärnerven enthaltend. 16.

16. Tertiärnerven spärlich, nicht hervortretend. Schlingenbogen ohne Aussenschlingen.

Evonymus glaber.

– Tertiärnerven hervortretend, zahlreich. Schlingenbogen mit einigen ansehnlichen Aussenschlingen umgeben. 17.

17. Die oberen Schlingen so breit als lang oder breiter. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_7$—$^1/_6$.

Evonymus acuminatus.

— Die oberen Schlingen länger als breit. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_{10}$—$^1/_9$. 18.

18. Ursprungswinkel der Secundärnerven 70—80°.

Evonymus pendulus.

— Ursprungswinkel der Secundärnerven 50—60°.

Evonymus Schottii.

19. Secundärnerven unter Winkeln von 50—90° entspringend. Keine oder höchstens eine Reihe wenig hervortretender Aussenschlingen an den Bogen der Schlingensegmente bemerkbar. 20.

— Secundärnerven unter Winkeln von 30—45° entspringend. Keine oder höchstens eine Reihe wenig hervortretender Aussenschlingen vorhanden. Nervationstypus von *Cynoglossum officinale*. 27.

— Zwei oder mehrere Reihen hervortretender Aussenschlingen umgeben die Bogen der Schlingensegmente. 29.

20. Secundärnerven unter Winkeln von 60—90° entspringend; ein mittleres Secundärsegment enthält wenigstens 3—4 axenständige Tertiärnerven. 21.

— Secundärnerven meist unter spitzeren Winkeln entspringend; ein mittleres Secundärsegment enthält höchstens 1—2 axenständige Tertiärnerven. 22.

21. Ursprungswinkel der Secundärnerven 75—90°. Nur 2—3 seitenständige Tertiärnerven in einem Secundärsegment.

Evonymus Wallichii.

— Ursprungswinkel der Secundärnerven 60—75°. Ein mittleres Secundärsegment umfasst wenigstens 5—6 seitenständige Tertiärnerven. Typus von *Prunus Padus*.

Maytenus brasiliensis.

22. Tertiärnerven sehr spärlich, nicht hervortretend. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_5$—$^1/_3$. Typus von *Pterocelastrus tetrapterus*. 23.

— Tertiärnerven mehr oder weniger hervortretend, zahlreich; mittlere Distanz der Secundärnerven meist geringer. 24.

23. Ursprungswinkel der Secundärnerven 55—65°. Mittlere Distanz $^1/_5$—$^1/_4$.

Pterocelastrus tetrapterus.

— Ursprungswinkel der Secundärnerven 50—55°. Mittlere Distanz derselben $^1/_4$—$^1/_3$.

Pterocelastrus stenopterus.

24. Die untersten Secundärnerven auffallend verkürzt und unter spitzeren Winkeln entspringend als die übrigen. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_{12}$—$^1/_7$. Schlingensegmente länger als breit. Nervationstypus von *Senecio nemorensis*. 25.

— Die untersten Secundärnerven entspringen nicht unter merklich spitzeren Winkeln als die übrigen. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$—$^1/_4$. Typus von *Evonymus verrucosus*. 26.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_9$—$^1/_8$. Schlingensegmente breiter als lang. Die untersten Secundärnerven entspringen unter spitzeren Winkeln als die übrigen. Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln abgehend.

Celastrus lanceolatus.

25. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_7$—$^1/_6$. Schlingenbogen vom Rande 1‴ entfernt.

Pterocelastrus tricuspidatus.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_{12}$—$^1/_{10}$. Schlingenbogen dem Rande bis auf $^1/_2$‴ genähert.

Hartogia capensis.

26. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$—$^1/_5$; Tertiärnerven spärlich, unter rechtem Winkel entspringend.

Evonymus americanus.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_5$—$^1/_4$: Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln abgehend.

Evonymus angustifolius.

27. Schlingensegmente breiter als lang; mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_5$—$^1/_4$.

Evonymus dichotomus.

— Schlingensegmente länger als breit. 28.

28. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 axenständige und jederseits 5—7 seitenständige Tertiärnerven.

Pterocelastrus rostratus.

— Ein mittleres Secundärsegment enthält 1—2 axenständige und jederseits 2—4 seitenständige Tertiärnerven.

Pterocelastrus sp.

— Inhalt eines Secundärsegments 4—6 axenständige und 4—7 seitenständige, oft querläufige Tertiärnerven.
Microtropis bivalvis.

— Die unteren Secundärnerven entspringen unter Winkeln von 25—30°. Ein mittleres Secundärsegment umfasst höchstens 1—2 axenständige und 2—4 rechtwinklig entspringende seitenständige Tertiärnerven.
Putterlickia pyracantha.

29. Secundärschlingen fast breiter als lang. Tertiärnerven unter rechtem Winkel entspringend. Die Axen der unteren Schlingen bilden mit dem Primärnerv stumpfere Winkel als die der mittleren und oberen.
Hartogia sp.

— Secundärschlingen länger als breit. Tertiärnerven vorherrschend unter stumpfen Winkeln entspringend. Die Axen der unteren Schlingen bilden mit dem Primärnerv meist spitzere Winkel als die der übrigen. 30.

30. Quaternäres Netz vollkommen ausgebildet; eine Tertiärmasche umfasst zahlreiche quaternäre. Typus von *Elaeodendron curtipendulum.* 31.

— Quaternäres Netz unvollkommen entwickelt; eine Tertiärmasche schliesst höchstens 6—10 quaternäre Netzmaschen ein. Typus von *Elaeodendron reticulatum.* 32.

31. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_{11}$—$^1/_9$. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 7—9 axenständige und 8—12 seitenständige Tertiärnerven.
Elaeodendron orientale.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_9$—$^1/_7$. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 axenständige und 3—5 seitenständige Tertiärnerven. Schlingenbogen vom Rande bis auf 2—3‴ entfernt.
Elaeodendron curtipendulum.

Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$—$^1/_5$. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 axenständige und 6—9 seitenständige Tertiärnerven. Schlingenbogen vom Rande bis auf 1‴ genähert.
Elaeodendron excelsum.

32. Ursprungswinkel der Secundärnerven 70—80°.
Elaeodendron papillosum.

— Ursprungswinkel der Secundärnerven 55—65°. Mittlere Distanz derselben $^1/_7$—$^1/_6$. Tertiärnerven nicht verbindend.
Elaeodendron reticulatum.

— Ursprungswinkel der Secundärnerven 45—65°. Mittlere Distanz derselben $^1/_5$—$^1/_4$. Tertiärnerven verbindend, längsläufig.
Celastrus lucidus.

III. Mit netzläufiger Nervation.

1. Grundständige Secundärnerven unter rechtem oder stumpfem Winkel, die mittleren und oberen unter Winkeln von 50—60° entspringend. Tertiärnerven querläufig.
Celastrus cordatus.

Die grundständigen Secundärnerven unter spitzen Winkeln entspringend. 2.

2. Einige Tertiärnerven endigen in den Zähnen des Blattrandes. Typus von *Celastrus illicinus.* 3.

— Keine randläufigen Tertiärnerven. 4.

3. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$—$^1/_5$. Tertiärnerven fast von der Stärke der Secundären, unter verschiedenen stumpfen und spitzen Winkeln entspringend. Ein mittleres Secundärsegment enthält 1—2 axenständige und 6—10 seitenständige Tertiärnerven.
Celastrus illicinus.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_4$—$^1/_3$. Tertiärnerven unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln entspringend. Ein mittleres Secundärsegment umfasst 6—8 seitenständige Tertiärnerven.
Celastrus collinus.

Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_4$—$^1/_3$. Tertiärnerven spärlich, vorherrschend unter spitzen Winkeln entspringend. Ein mittleres Secundärsegment umfasst 1—2 axenständige und 2—4 seitenständige Tertiärnerven.
Celastrus dumetorum.

4. Die oberen Secundärnerven entspringen unter spitzeren Winkeln als die mittleren. Typus von *Celastrus acuminatus.* 5.

– Die oberen Secundärnerven entspringen unter stumpferen Winkeln als die mittleren. 6.

5. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_8$—$^1/_7$. Tertiärnerven sehr fein, wenig hervortretend, meist unter spitzen Winkeln entspringend. Quaternäres Netz rundmaschig.

Celastrus acuminatus.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$. Tertiärnerven nicht hervortretend.

Celastrus cassinoides.

— Tertiärnerven hervortretend, unter wenig spitzem oder nahezu rechtem Winkel entspringend. Quaternäres Netz aus querovalen Maschen zusammengesetzt.

Celastrus rupestris.

6. Die untersten Secundärnerven unter auffallend spitzeren Winkeln entspringend als die mittleren und oberen. Typus von *Daphne Mezereum*. 7.

– Die untersten Secundärnerven entspringen nicht unter auffallend spitzeren Winkeln als die übrigen. 10.

7. Tertiärnerven längsläufig. Secundärnerven sehr fein.

Celastrus empleurifolius.

– Tertiärnerven querläufig. 8.

– Tertiärnerven weder längs- noch querläufig. 9.

8. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_3$—$^1/_2$.

Celastrus capitatus.

– Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_7$—$^1/_6$. Quaternäres Netz aus im Umrisse rundlichen Maschen gebildet.

Celastrus spathephyllus.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$—$^1/_5$. Quaternäre Nerven fast fehlend.

Celastrus senegalensis.

9. Secundär- und Tertiärnerven sehr fein, wenig hervortretend. Mittlere Distanz der ersteren $^1/_5$. Zahl der letzteren in einem mittleren Secundärsegment 8—10.

Celastrus Krauseanus.

— Secundär- und Tertiärnerven stark hervortretend. Mittlere Distanz der ersteren $^1/_4$—$^1/_3$. Zahl der letzteren in einem mittleren Secundärsegmente 3—5.

Celastrus campestris.

10. Secundärnerven unter Winkeln von 20—35° entspringend. 11.

— Secundärnerven unter weniger spitzen Winkeln abgehend. 12.

11. Tertiärnerven kaum entwickelt. Secundärnerven sehr fein, nicht hervortretend.

Celastrus linearis.

— Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln entspringend, längsläufig, so wie die Secundären scharf hervortretend.

Celastrus sp. nov. Holl.

12. Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln entspringend, verbindend, mit dem Primärnerv fast parallellaufend (längsläufig). Nervationstypus von *Maytenus Boaria*. 13.

– – Tertiärnerven nicht längsläufig. 14.

13. Secundärnerven eine kurze Strecke den Rand aufwärts ziehend. Mittlere Distanz derselben $^1/_7$—$^1/_6$. Ein mittleres Secundärsegment enthält 4—5 seitenständige Tertiärnerven.

Maytenus marginata.

– Secundärnerven eine kurze Strecke den Rand aufwärts ziehend. Mittlere Distanz derselben $^1/_6$—$^1/_5$. Ein mittleres Secundärsegment enthält nur 2—3 seitenständige Tertiärnerven.

Maytenus Boaria.

Secundärnerven schon vor dem Rande in das stark hervortretende Blattnetz sich auflösend. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_5$—$^1/_4$. Ein mittleres Secundärsegment enthält 4—5 seitenständige Tertiärnerven.

Celastrus buxifolia.

14. Tertiärnerven spärlich und nicht hervortretend oder fast fehlend. Netz wenig oder gar nicht entwickelt. Typus von *Helianthemum vulgare*. 15.

— Tertiärnerven zahlreich, scharf hervortretend, meist kaum bedeutend feiner als die secundären. 16.

15. Ursprungswinkel der Secundärnerven 35—45°.

Elaeodendron sessiliflorum.

— Winkel der Secundärnerven 65—80°. Mittlere Distanz derselben $^1/_8$—$^1/_7$.

Celastrus ramulosus.

— Winkel der Secundärnerven 60—70°. Mittlere Distanz derselben $^1/_6$—$^1/_5$.

Celastrus refractus.

— Winkel der Secundärnerven 60—70°. Mittlere Distanz derselben $^1/_4$—$^1/_3$.

Celastrus ovatus.

16. Tertiärnerven querläufig. Secundärnerven meist stark geschlängelt. Typus von *Salix fragilis*. 17.
— Tertiärnerven nicht querläufig, vorherrschend unter rechtem oder stumpfem Winkel entspringend. 18.
17. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$—$^1/_5$. Ein Secundärsegment 2—3 axenständige und 5—9 seitenständige Tertiärnerven einschliessend.

Celastrus ruber.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_{11}$—$^1/_9$. Ein Secundärsegment 2—3 axenständige und 20—25 oder mehr scharf hervortretende geschlängelte seitenständige Tertiärnerven enthaltend.

Celastrus trigynus.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_{12}$—$^1/_{10}$. Ein Secundärsegment 3—5 axenständige und 20—30 feine, nicht geschlängelte seitenständige Tertiärnerven enthaltend.

Wimmeria discolor.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_{18}$—$^1/_{15}$. Ein Secundärsegment 1—3 axenständige und 10—15 seitenständige Tertiärnerven enthaltend.

Hartogia Thea.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_8$—$^1/_7$. Ein Secundärsegment 6—8 axenständige und 20—30 seitenständige Tertiärnerven enthaltend.

Catha edulis.

18. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_4$—$^1/_3$. Typus von *Elaeodendron sphaerophyllum*. 19.
— Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_6$—$^1/_5$. Secundärnerven unter Winkeln von 40—60° abgehend, die unteren gegen die Basis zu genähert.

Elaeodendron capense.

— Mittlere Distanz der Secundärnerven geringer. Typus von *Evonymus tingens*. 20.
19. Ein mittleres Secundärsegment umfasst nur 1—3 seitenständige Tertiärnerven. Secundärnerven stark hin und her gebogen.

Elaeodendron athranthum.

— Ein mittleres Secundärsegment umfasst 3—4 seitenständige, nicht hervortretende Tertiärnerven. Secundärnerven fein, geschlängelt, nicht auffallend hin und her gebogen.

Elaeodendron sphaerophyllum.

— Ein mittleres Secundärsegment enthält 4—6 hervortretende seitenständige Tertiärnerven. Secundärnerven scharf hervortretend.

Elaeodendron psilocarpum.

20. Secundärnerven unter verschiedenen ziemlich spitzen Winkeln entspringend, die grundständigen genähert, alle scharf hervortretend. Tertiärnerven unter sehr verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln abgehend, ein unregelmässiges, aus länglichen Maschen zusammengesetztes, hervortretendes Netz bildend.

Elaeodendron australe.

— Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln abgehend, entfernt, ziemlich scharf hervortretend, einige verbindend. Mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_9$—$^1/_7$.

Evonymus tingens.

— Die inneren und unteren Tertiärnerven unter stumpfen, die äusseren unter spitzen Winkeln entspringend, nicht hervortretend, ein sehr lockeres, aus rundlichen Maschen zusammengesetztes Netz bildend. Ein Secundärsegment 4—6 seitenständige Tertiärnerven einschliessend.

Evonymus frigidus.

— Tertiärnerven unter wenig spitzen Winkeln oder unter rechtem entspringend, meist netzläufig. Ein Secundärsegment jederseits 10—20 seitenständige Tertiärnerven umfassend.

Evonymus atropurpureus.

Beschreibung der Nervation der Blätter.

Dalongia sp. n. (herb. Mus. Vindob.)

Mexiko.

Taf. II, Fig. 1—3.

Nervation schlingläufig, Typus von *Prunus*. Primärnerv gerade, ziemlich hervortretend, vollkommen deutlich bis ans Ende der vorgezogenen Spitze laufend, aus einem kurzen 2—3‴ langen Stiele in die Blattfläche tretend. Secundärnerven aus dem P. unter Winkeln von 75—85° abgehend, in der mittleren Distanz $^1/_9$. Verlauf derselben anfangs gerade, ziemlich scharf hervortretend, dann feiner und etwas geschlängelt; Schlingen vom Rande bis auf 1‴ entfernt mit feineren Aussenschlingen umgeben. Tertiärnerven zerstreut unter verschiedenen Winkeln entspringend, vom P. fast immer unter 80—90° abgehend.

Durch die verhältnissmässig mehr hervortretenden Aussenschlingen und die Unregelmässigkeit im Ursprungswinkel der Tertiärnerven vom *Prunus*-Typus abweichend.

Die celastrusartigen Blattfossilien mit deutlich gezähntem Rande und länger vorgezogener Spitze, wie solche Formen besonders ausgezeichnet in der Sotzka-Flora erscheinen, dürften wohl bei der Gattung *Dalongia* ihre nächsten Analogien finden.

Myginda latifolia Swartz.

West-Indien.

Taf. II, Fig. 4—5.

Nervation bogenläufig, Typus von *Cornus*. Primärnerv nur an der Basis stärker hervortretend, fast gerade, gegen die Spitze zu allmählich verfeinert, aus einem sehr kurzen, kaum 1‴ langen Stiel in den Laminartheil tretend. Secundärnerven aus dem P. unter Winkeln von 40—50° entspringend, die mittleren verlängert. Mittlere Distanz $^1/_3$. Tertiärnerven sehr spärlich. Einige der S. zeigen einzelne unter sehr spitzen Winkeln abgehende Aussennerven oder einfache Gabelspaltung.

Eine asiatische, von Baron Hügel gesammelte *Myginda*-Art, Taf. I, Fig. 4, zeigt grössere ganzrandige mehr rundliche Blätter, aber in dem Typus der Nervation viele Übereinstimmung mit obiger Art. Mit Ausnahme der reichlicheren Entfaltung des Tertiärnetzes gelten fast dieselben Angaben. Die T. entspringen unter ziemlich spitzen Winkeln und sind querläufig. Die quaternären und quinternären Nerven gehen unter fast rechtem Winkel ab und begrenzen ein feines, aus länglichen Maschen bestehendes Netz. Ein mittleres Secundärsegment enthält 6—8 rechtwinklig entspringende und 12—15 seitenständige Tertiärnerven. Die Tertiärsegmente sind länglich und umfassen einige Tertiär- und mehr als 20 quaternäre Maschen.

Mit den Blättern der genannten *Myginda*-Arten zeigen Blattfossilien der Floren von Sago und Parschlug viele Ähnlichkeit. Man kann dieselben nur noch mit Corneen und Malpighiaceen, welche Familien ebenfalls mehrere ähnliche Blatttypen aufweisen, vergleichen.

Elaeodendron capense Eckl. et Zeyh.

Cap.

Taf. II, Fig. 9.

Nervation netzläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus der Basis hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich verfeinert, aus einem 2—3‴ langen Stiele in die Lamina ziehend. Secundärnerven unter Winkeln von 40—60° abgehend, die unteren gegen die Basis zu genähert, wenig hervortretend, schon in ziemlicher Entfernung vom Rande gabelspaltig und in das Blattnetz übergehend. Mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanz zur Länge des Primärnervs $^1/_6$ bis $^1/_5$. Tertiärnerven unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln entspringed, ein lockeres, unregelmässig entwickeltes Netz bildend. Die Zähne des Blattrandes werden nur von Tertiärnerven und deren Ästen versorgt.

Eine unter den Fossilien der Tertiärschichten nicht selten erscheinende Blattform.

Elaeodendron paniculatum Wght. et Arn.

Ostindien.

Nervation netzläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv nur an der Basis stärker hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich verfeinert, aus einem 2—3″ langen Stiele in die Lamina übergehend. Secundärnerven unter Winkeln von 40—60° entspringend, kaum hervortretend, etwas schlängelig, in der mittleren Distanz $^1/_8$—$^1/_6$. Tertiärnerven spärlich unter verschiedenen Winkeln abgehend, ein lockeres Blattnetz bildend.

Elaeodendron sessiliflorum (Syn. Mystroxylon sessiliflorum Eckl. et Zeyh.)

Cap.

Taf. II, Fig. 6.

Nervation netzläufig, Typus von *Helianthemum vulgare*. Primärnerv verhältnissmässig stark hervortretend, nur unterhalb der Spitze verfeinert, aus einem 1—$1^1/_2$‴ langen Stiele tretend. Secundärnerven spärlich entwickelt, nicht hervortretend, unter Winkeln von 35—45° entspringend, sogleich oder nach einigen Gabelspaltungen aufgelöst. Tertiärnerven sehr spärlich oder fast fehlend. Blattnetz nicht entwickelt.

Elaeodendron sphaerophyllum (Syn. Mystroxylon sphaerophyllum Eckl. et Zeyh.)

Cap.

Tab. II, Fig. 7—8.

Nervation netzläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv verhältnissmässig stark hervortretend, bis zur Spitze auslaufend. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend, die grundständigen genähert, mehr bogig, unter spitzeren, die oberen mehr geschlängelt unter

stumpferen Winkeln abgehend, ziemlich scharf hervortretend, mittlere Distanz $^1/_4$—$^1/_3$. Tertiärnerven meist unter nahe rechtem Winkel entspringend, oft verbindend, ein lockeres, hervortretendes Netz bildend.

Elaeodendron australe Vent.

Neuholland.

Fig. 1.

Nervation netzläufig, Typus von *Evonymus tingens*. Primärnerv stark hervortretend, gegen die Spitze zu aber schnell verfeinert. Secundärnerven unter verschiedenen ziemlich spitzen Winkeln entspringend, die grundständigen genähert, alle scharf hervortretend; mittlere Distanz $^1/_8$—$^1/_7$. Tertiärnerven unter sehr verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln abgehend, ein unregelmässiges aus länglichen oder lanzettlichen Maschen bestehendes hervortretendes Netz bildend.

Fig. 1.

Elaeodendron australe.

Ein in Form und Nervation völlig übereinstimmendes Fossil fand sich in den Tertiärschichten von Sotzka vor, wie überhaupt diese fossile Flora eine nicht unbeträchtliche Zahl sehr charakteristischer Celastrinen-Formen aufzuweisen hat.

Auch in der fossilen Flora von Häring kamen analoge Blattformen zum Vorschein.

Elaeodendron orientale Jacq.

Ins. St. Mauritius, Madagaskar.

Taf. I, Fig. 8.

Nervation schlingläufig, Typus von *Elaeodendron curtipendulum*. Primärnerv verhältnissmässig stark hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich verschmälert, aus einem 2—3‴ langen Stiele abgehend. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65°, die grundständigen meist unter spitzeren entspringend; mittlere Distanz derselben $^1/_{11}$—$^1/_9$. Schlingen ansehnlich breit, ihre Bogen vom Rande ziemlich entfernt und mit zahlreichen Aussenschlingen begrenzt; die unteren Schlingenaxen mit der Richtung des Primärnervs Winkel von 40—50° bildend. Tertiärnerven unter vorwaltend stumpfen Winkeln entspringend, hervortretend, ein lockeres, aus rundlichen Maschen bestehendes Netz erzeugend. Quaternäres Netz noch ziemlich stark hervortretend, aus rundlichen Maschen gebildet. Ein mittleres Secundärsegment 1—2 hervortretende und 7—9 feinere axenständige, jederseits aber 8—12 seitenständige Tertiärnerven enthaltend.

Eine sehr ähnliche Blattform lieferte die an interessanten Fossilien so reiche Localität Sagor in Krain. Die Nervation des Fossils weicht von der des recenten Blattes nur durch etwas stumpfere Ursprungswinkel der Secundärnerven und durch die geringere Anzahl der seitenständigen Tertiärnerven in einem mittleren Secundärsegmente ab.

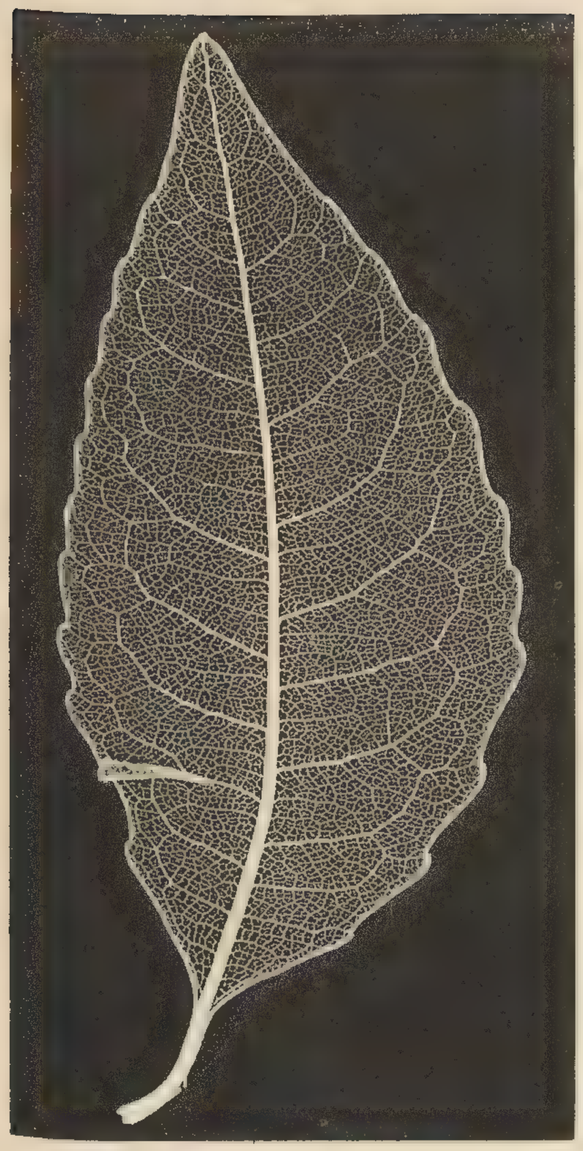
Auch unter den Pflanzenfossilien von Parschlug in Steiermark ist mir ein Blatt vorgekommen, das der Nervation nach mit *Elaeodendron orientale* übereinstimmt.

Elaeodendron sp. nov.

Neuholland.

Taf. I, Fig. 9.

Fig. 2.



Elaeodendron sp. Nov. Holl.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv stark hervortretend, gegen die Blattspitze zu nur wenig verschmälert, aus einem 4—7‴ langen Stiele abgehend. Secundärnerven unter Winkeln von 80—90° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{15}$—$^1/_{12}$. Schlingen ansehnlich, länglich elliptisch, ihre Bogen vom Rande entfernt, mit hervortretenden Aussenschlingen umgeben; Winkel der Schlingenaxen mit der Richtung des Primärnervs ziemlich gleich, die der unteren kleineren und schmäleren Schlingen meist 90°. Tertiärnerven unter verschiedenen spitzen Winkeln abgehend, oft verbindend, nur unbedeutend schärfer als die zahlreichen, stark hervortretenden, ein rundmaschiges Netz bildenden quaternären Nerven.

Ein mittleres Secundärsegment 3—6 axenständige und jederseits 8—12 seitenständige Tertiärnerven enthaltend.

Ein sowohl in der Blattform als in der Nervation übereinstimmendes Fossil kommt in den Mergelschiefern von Sotzka in Untersteiermark nicht selten vor. Das Museum der k.k. geologischen Reichsanstalt besitzt einige sehr wohlerhaltene Exemplare desselben, an denen man selbst die Verästelungen der tertiären und quaternären Nerven noch verfolgen kann. Ich glaube, dass man dieses Fossil vielleicht noch mit Arbutus- oder Clethra- Blättern, niemals aber mit Ficus verwechseln darf, wie dies Unger mit einer andern Elaeodendron- Art von Sotzka gethan, welche er auch wegen der von Ficus völlig abweichenden Form „Ficus degener“ benannte.

Elaeodendron undulatum.

Cultivirt in dem k. k. Hofgarten zu Schönbrunn.

Taf. II, Fig. 13.

Nervation schlingläufig, Typus von *Senecio nemorensis*. Primärnerv nur gegen die Basis zu stark hervortretend, unter der Spitze bedeutend verfeinert, aus einem 2—3‴ langen Stiele abgehend. Secundärnerven unter Winkeln von 70—80° entspringend, mittlere Distanz $^1/_9$—$^1/_8$. Schlingen länglich, bogig dem Rande zuneigend, demselben bis auf 1‴ genähert, mit einigen Aussenschlingen umgeben. Schlingenaxen mit der Richtung des Primärnervs Winkel von 70 bis 80°, die der etwas spitzeren untersten Schlingen jedoch nur 60—65° einschliessend. Tertiärnerven unter spitzen Winkeln abgehend, oft verbindend, fast querläufig, stärker hervortretend als das feine, aus rundlichen Maschen zusammengesetzte Blattnetz.

Elaeodendron sp. indeterm.

Neuholland.

Taf. II, Fig. 12.

Fig. 3.

Elaeodendron sp. Nov. Holl.

Nervation schlingläufig, Typus von *Cynoglossum officinale*. Primärnerv nur an der Basis etwas hervortretend, gegen die Spitze zu bis zur Feinheit der Secundärnerven verschmälert, aus einem 1—2‴ langen Stiele abgehend. Secundärnerven sehr fein, kaum hervortretend, unter Winkeln von 45—60° entspringend; mittlere Distanz $^1/_7$—$^1/_6$. Schlingen meist unregelmässig, Bogen dem Rande bis auf 1‴ genähert, ohne hervortretende Aussenschlingen. Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln entspringend, manchmal verbindend, ein lockeres, aus länglichen Maschen zusammengesetztes Netz begrenzend.

Ähnlich Blattfossilien von Parschlug und von Sotzka in Steiermark. Man kann dieselben wohl auch mit Ericaceen vergleichen.

Beiliegende Figur stellt den Abdruck der oberen Fläche eines Blattes, Fig. 12 auf Taf. II einen Abdruck von der unteren Blattfläche dar.

Elaeodendron glaucum Pers.

Ost-Indien.

Taf. II, Fig. 14.

Fig. 4

Elaeodendron glaucum.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv ziemlich stark hervortretend, unter der Blattspitze verfeinert, aus einem 4—6‴ langen Stiele abgehend. Secundärnerven unter Winkeln von 60—70° entspringend, mittlere Distanz derselben $^1/_7$ bis $^1/_6$. Schlingensegment etwas gekrümmt, mehrmals länger als breit. Bogen dem Rande genähert; aus der Mitte desselben geht ein Tertiärnerv in den Einschnitt zwischen den Kerben des Randes. Die unteren Bogen sind mit einigen Aussenschlingen umgeben, die unteren Schlingenaxen bilden kaum stumpfere Winkel mit dem Primärnerv als die oberen. Tertiärnerven unter wenig spitzen Winkeln abgehend, manchmal verbindend, kaum schärfer hervortretend als die feinen, ein lockeres Maschennetz zusammensetzenden quaternären Nerven. Secundärsegment 3—4 spitzwinklig entspringende axenständige und jederseits 6—9 seitenständige Tertiärnerven enthaltend.

Elaeodendron curtipendulum Endl.

Insel Norfolk.

Taf. I, Fig. 5.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv von einem 5—6‴ langen Stiele abgehend, stark hervortretend, unter der Blattspitze verfeinert. Secundärnerven unter

Winkeln von 60—75° entspringend, mittlere Distanz derselben $^1/_9$—$^1/_7$. Schlingen länglich, vom Rande meist um 2—3‴ entfernt, fast alle mit Aussenschlingen begrenzt; die unteren Schlingenaxen bilden spitzere Winkel mit dem Primärnerv als die oberen. Tertiärnerven unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln abgehend, selten verbindend, sehr wenig hervortretend. Quaternäre Nerven fast so stark als die tertiären, ein zartes, aus quer-ovalen Maschen bestehendes Netz erzeugend.

Ein mittleres Secundärsegment 2—3 axenständige und jederseits 3—5 seitenständige Tertiärnerven einschliessend.

Dieser Blattform steht ein in den Tertiärschichten von Häring in Tirol aufgefundenes Blattfossil sehr nahe.

Elaeodendron excelsum Eckl. et Zeyh.

Cap.

Taf. I, Fig. 1.

Fig. 5

Elaeodendron excelsum.

Nervation schlingläufig, Typus von Elaeodendron reticulatum. Primärnerv aus einem 2—4‴ langen Stiele abgehend, stark hervortretend, unter der Spitze aber verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 65—75° entspringend, mittlere Distanz $^1/_6$—$^1/_5$. Schlingen breit, in der Länge nicht das Doppelte der Breite erreichend, Schlingenbogen dem Rande bis auf 1‴ genähert, ihre Äste unter stumpfen Winkeln divergirend. Mehrere hervortretende Aussenschlingen vorhanden. Die unterste Schlingenaxe mit dem Primärnerv einen spitzeren Winkel bildend als die übrigen. Tertiärnerven unter vorherrschend stumpfen Winkeln abgehend, selten verbindend, ziemlich stark hervortretend, verästelt, ein grobmaschiges Netz bildend, das die ebenfalls stark hervortretenden quaternären Nerven einschliesst. Ein mittleres Secundärsegment 2—3 axenständige und jederseits 6—9 seitenständige Tertiärnerven einschliessend.

Elaeodendron oligocarpum (Syn. Mystroxylon oligocarpum Eckl. et Zeyh.)

Cap.

Taf. I, Fig. 7.

Fig. 6

Elaeodendron oligocarpum.

Nervation schlingläufig, Typus von *Bellidiastrum Michelii.* Primärnerv von einem nur $^1/_2$—1‴ langen Stiele abgehend, hervortretend, gegen die Spitze zu etwas verfeinert und geschlängelt. Secundärnerven unter Winkeln von 40 bis 50° entspringend, mittlere Distanz $^1/_4$—$^1/_3$. Schlingen sehr breit, in der Länge kaum etwas die Breite übertreffend, die grundständigen auffallend lang und spitz, fast die Hälfte der Blattlänge erreichend. Schlingenbogen bis auf 1‴ dem Rande genähert, Schlingenäste unter sehr stumpfen Winkeln divergirend. Hervortretende Aussenschlingen spärlich; Winkel der unteren Schlingenaxen mit dem Primärnerv kaum spitzer als die der oberen. Tertiärnerven spärlich; unter verschiedenen Winkeln entspringend, ein lockeres Blattnetz bildend. Quaternäres

Netz unvollkommen entwickelt, aus ovalen oder länglichen Maschen zusammengesetzt. Ein mittleres Secundärsegment 5—7 axenständige und jederseits 3—4 seitenständige Tertiärnerven umfassend.

Elaeodendron papillosum Hochst.

Cap.

Taf. I, Fig. 6.

Fig. 7.

Elaeodendron sp. Cap.

Nervation schlingläufig, Typus von *Elaeodendron reticulatum.* Primärnerv von einem 2—3‴ langen Stiele abgehend, sehr stark hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich verschmälert. Secundärnerven unter Winkeln von 70—80° entspringend, mittlere Distanz $^1/_6$—$^1/_5$. Schlingen kaum noch einmal so lang als breit, Schlingenäste unter sehr stumpfen Winkeln divergirend, Bogen dem Rande fast parallel laufend, demselben bis auf 1‴ genähert, mit mehreren hervortretenden Aussenschlingen umgeben. Winkel der oberen und unteren Schlingenaxen mit dem Primärnerv nahezu gleich. Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln abgehend, hervortretend, stark verästelt, einige verbindend, ein grobmaschiges Netz bildend. Quaternäre Nerven unvollkommen entwickelt. Ein mittleres Secundärsegment 3—4 axenständige und jederseits 5—7 seitenständige Tertiärnerven umschliessend. Eine nahezu übereinstimmende Nervation zeigt das Blatt Fig. 7 einer noch unbestimmten Elaeodendron-Art vom Cap.

Elaeodendron reticulatum (Syn. Lauridia reticulata Eckl. et Zeyh.).

Cap.

Taf. III, Fig. 4—5.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv von einem beiläufig 1‴ langen Stiele abgehend, bis zur Spitze stark hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 55—65° entspringend, mittlere Distanz $^1/_7$—$^1/_6$. Schlingen noch einmal so lang als breit oder auch länger, Schlingenäste unter sehr stumpfen Winkeln divergirend. Bogen dem Rande fast parallel, bis auf $^1/_2$‴ genähert. Hervortretende Aussenschlingen vorhanden. Winkel der unteren Schlingenaxen mit dem Primärnerv spitzer als die der oberen. Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln entspringend, fast so stark hervortretend als die secundären, verästelt, nicht verbindend, ein grobmaschiges Netz bildend. Quaternäres Netz unvollkommen entwickelt. Ein mittleres Secundärsegment enthält 2—3 spitzwinklig entspringende axenständige, und jederseits 4—5 seitenständige Tertiärnerven.

Diese Form stimmt im Typus der Nervation mit den Blättern von *Elaeodendron papillosum* und *Celastrus lucidus* überein, mit welchen Arten sie insbesondere ein unvollkommen entwickeltes quaternäres Netz theilt.

Von ersterer ist dieselbe durch die spitzeren Abgangswinkel der Secundärnerven, von letzterer durch die geringere Distanz dieser und durch die Verbindenden meist längsläufigen Tertiärnerven verschieden.

Eine der Nervation nach sehr ähnliche Form sammelte ich in den Tertiärschichten von Sagor. Dieselbe ist nur noch mit Arten von Sapotaceen zu vergleichen.

Elaeodendron pubescens (Syn. Mystroxylon pubescens Eckl. et Zeyh.).

Cap.

Taf. I, Fig. 2—3.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv von einem $^1/_2$—1‴ langen Stiele abgehend, stark hervortretend, unter der Spitze verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 40—55° entspringend, die 2—3 untersten Secundärnerven unter stumpferen Winkeln, auffallend der Basis genähert, beinahe strahlläufig gruppirt; mittlere Distanz $^1/_4$—$^1/_3$. Die mittleren und oberen Schlingen fast so breit als lang, die untersten schmäler und doppelt oder dreifach so lang als breit. Schlingenäste unter stumpfen Winkeln divergirend. Schlingenbogen dem Rande bis auf $1^1/_2$‴ genähert, mit einigen hervortretenden Aussenschlingen umgeben. Die untersten Schlingenaxen bilden mit dem Primärnerv spitzere Winkel als die übrigen. Tertiärnerven unter dem Winkel von 90° entspringend, oft verbindend, ein sehr lockeres Netz bildend. Quaternäre Nerven fast unentwickelt. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 axenständige und jederseits 3—4 seitenständige Tertiärnerven.

Elaeodendron athranthum (Syn. Mystroxylon athranthum Eckl. et Zeyh.).

Cap.

Taf. II, Fig. 10.

Nervation netzläufig, Typus von *Salix reticulata*. Primärnerv von einem $^1/_2$—1‴ langen Stiele abgehend, etwas hervortretend, schwach geschlängelt, unterhalb der Spitze fast verschwindend. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend, stark hin und her gebogen, mittlere Distanz $^1/_3$—$^1/_4$, die mittleren und oberen Secundärsegmente kaum länger als breit, die untersten schmäler und doppelt so lang. Anastomosenäste unter sehr stumpfen Winkeln divergirend, Anastomosen dem Rande bis auf $^1/_2$‴ genähert. Hervortretende Aussenschlingen selten. Die Axen der untersten Secundärsegmente bilden mit dem Primärnerv spitzere Winkel als die übrigen. Tertiärnerven sehr spärlich, unter rechtem Winkel abgehend. Quaternäre Nerven fehlend.

Elaeodendron psilocarpum (Syn. Mystroxylon psilocarpum Eckl. et Zeyh.).

Cap.

Taf. II, Fig. 11.

Fig. 8. Fig. 9.

Elaeodendron psilocarpum.

Nervation netzläufig, Typus von *Salix reticulata*. Primärnerv aus einem 1—$1^1/_2$‴ langen Stiele hervorgehend, fein, gegen die Spitze zu oft fast verschwindend. Secundärnerven unter Winkeln von 40—50° entspringend, fein, geschlängelt, nicht auffallend hin- und her gebogen, mittlere Distanz derselben $^1/_4$—$^1/_3$. Secundärsegmente noch einmal so lang als breit, ziemlich stark bogig gekrümmt, Anastomosenäste der Secundärnerven meist unter spitzen Winkeln divergirend, Anastomosen dem Rande bis auf 1‴ genähert; keine hervortretenden Aussenschlingen. Die Axen der untersten

viel schmäleren Secundärsegmente bilden mit dem Primärnerv spitzere Winkel als die oberen. Tertiärnerven sehr zerstreut, unter rechtem Winkel abgehend, kaum in ein Netz vereinigt. Quaternäre Nerven fehlend.

Elaeodendron eucleaeforme (Syn. Mystroxylon eucleaeforme Eckl. et Zeyh).

Cap.

Taf. III, Fig. 1—3.

Nervation schlingläufig, Typus von *Bellidiastrum Michelii*. Primärnerv aus einem $^1/_2$‴ langen Stiele abgehend, wenig hervortretend, gegen die Spitze zu oft im dicken lederartigen Parenchym verborgen. Secundärnerven etwas schlängelig, die untersten unter Winkeln von 40—45°, die mittleren und oberen unter 50—60° entspringend, mittlere Distanz $^1/_4$—$^1/_3$. Die grundständigen Schlingen vorgezogen, spitz, die übrigen Schlingen kürzer oder kaum so lang als breit, Schlingenäste unter rechtem Winkel, seltener unter wenig spitzem divergirend. Bogen dem Rande bis auf $^1/_2$‴ genähert, mit einigen hervortretenden Aussenschlingen umgeben. Die Axen der grundständigen Schlingen bilden mit dem Primärnerv spitzere Winkel als die übrigen. Tertiärnerven zerstreut, unter verschiedenen, meist wenig spitzen Winkeln abgehend; in ein kaum hervortretendes grobmaschiges Netz vereinigt. Ein mittleres Secundärsegment 3—5 axenständige und jederseits 3—4 seitenständige Tertiärnerven umfassend.

Wimmeria discolor.

Mexico.

Taf. III, Fig. 16—17.

Nervation netzläufig, Typus von *Salix fragilis*. Primärnerv aus einem 2—4‴ langen Stiele abgehend, stark hervortretend, gegen die Spitze zu verschmälert, unter derselben oft fast aufgelöst. Secundärnerven unter Winkeln von 45—70° entspringend, sehr fein, kaum hervortretend, gegen den Rand zu geschlängelt und an demselben eine kurze Strecke hinaufziehend; mittlere Distanz $^1/_{12}$—$^1/_{10}$. Tertiärnerven querläufig, aus dem Primärnerv unter nahezu rechten, aus den secundären unter sehr spitzen Winkeln entspringend, genähert; erstere, oft fast von der Stärke der Secundärnerven, verbinden sich mit den nächststehenden unteren secundären. Maschen des wenig hervortretenden Tertiärnetzes länglich. Quaternäres Netz nicht entwickelt. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 3—5 axenständige und 20—30 meist gabelspaltige seitenständige Tertiärnerven.

Diese interessante Nervationsform stimmt wegen der geschlängelten Secundär- und der querläufigen Tertiärnerven mit *Catha edulis*, *Hartogia Thea*, *Celastrus ruber* und *C. trigynus* überein. Am nächsten stehen derselben die beiden letztgenannten Arten. Von der Nervation des *Celastrus ruber* unterscheidet sie sich durch die auffallend mehr genäherten Secundär- und die feinen, bei weitem zahlreicheren seitenständigen Tertiärnerven; von der des *C. triginus* durch die etwas grössere Anzahl der axenständigen Tertiärnerven. Von der ebenfalls ähnlichen Nervation der *Catha edulis* ist sie durch die geringere mittlere Distanz der Secundärnerven, welche niemals $^1/_8$ erreicht, leicht zu trennen.

Eine sehr ähnliche Blattform lieferte die fossile Flora von Sotzka.

Hartogia Thea.

Cap.

Taf. III, Fig. 12—13.

Fig. 10 Fig. 11

Hartogia Thea.

Nervation netzläufig, Typus von *Salix fragilis.* Primärnerv aus einem 1—$1^1/_2$‴ langen Stiele abgehend, hervortretend, gegen die Spitze zu verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 40—55° entspringend, scharf hervortretend, gegen den Rand zu geschlängelt, oft gabelspaltig, die Ästchen versorgen die Zähne des Blattrandes; mittlere Distanz der Secundärnerven $^1/_{15}$—$^1/_{18}$. Tertiärnerven meist querläufig, verzweigt, ziemlich scharf hervortretend, ein lockeres, aus rundlichen Maschen bestehendes Netz bildend, das ein feineres, wenig entwickeltes quaternäres einschliesst. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 1 bis 3 rechtwinklige axenständige und 10—15 verzweigte seitenständige Tertiärnerven.

Eine Blattform, welche mit manchen Myrica-ähnlichen Blattfossilien zu vergleichen wäre.

Hartogia capensis Linn.

Cap.

Taf. III, Fig. 14—15.

Nervation schlingläufig, Typus von *Senecio nemorensis.* Primärnerv aus einem 2—3‴ langen Stiele abgehend, bis zur Spitze hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend, mittlere Distanz $^1/_{12}$—$^1/_{10}$. Schlingen noch einmal so lang als breit, Schlingenbogen dem Rande bis auf $^1/_2$‴ genähert, Äste unter sehr stumpfen Winkeln divergirend. Keine Aussenschlingen vorhanden; die Axen der grundständigen schmäleren Schlingen bilden spitzere Winkel mit dem Primärnerv als die mittleren und oberen. Tertiärnerven sehr zerstreut, unter wenig spitzen Winkeln entspringend, selten verbindend, kaum in ein Netz vereinigt. Quaternäre Nerven unvollkommen entwickelt. Secundärsegment 1—2 spitzwinklige axenständige und 3—4 seitenständige Tertiärnerven enthaltend.

Ähnliche Blattformen bieten die fossilen Floren von Parschlug und von Sotzka. Sie wurden gewöhnlich als Myrica- oder Quercus-Blätter bezeichnet.

Hartogia sp. n. 6739. Drege.

Cap.

Taf. III, Fig. 9—10.

Nervation schlingläufig, Typus von *Myosotis sylvatica.* Primärnerv aus einem $^1/_2$—1‴ langen Stiele abgehend, fast durch die ganze Blattlänge scharf hervortretend, nur unter der Spitze verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 70—80° entspringend; mittlere Distanz derselben $^1/_5$—$^1/_4$. Schlingensegmente, wenigstens die mittleren, länger als breit, Schlingenbogen dem Rande parallel und demselben bis auf $^1/_2$‴ genähert, daher fast saumläufig

erscheinend, Äste unter sehr stumpfen Winkeln divergirend. Keine Aussenschlingen vorhanden. Die Axen der etwas schmäleren grundständigen Schlingen bilden mit dem Primärnerv kaum spitzere Winkel als die übrigen. Tertiärnerven spärlich, unter sehr stumpfen Winkeln abgehend, manchmal verbindend, kaum in ein Netz vereinigt. Quaternäre Nerven nicht entwickelt. Inhalt eines Secundärsegments 2—4 seitenständige verzweigte Tertiärnerven.

Hartogia sp. 6740, Drege.

Cap.

Taf. III, Fig. 11.

Fig. 12.

Hartogia sp. Cap.

Nervation schlingläufig, Typus von *Doronicum austriacum*. Primärnerv aus einem 2—3‴ langen Stiele abgehend, durch die ganze Blattlänge hervortretend, nur unter der Spitze verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 65—80° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_6$—$^1/_5$. Schlingen, wenigstens die mittleren, fast breiter als lang, Schlingenbogen scharf hervortretend, dem Rande ziemlich parallel und bis auf $1^1/_2$‴ entfernt, mit zahlreichen Aussenschlingen in zwei- bis dreifacher Reihe umgeben. Schlingenäste unter rechtem oder stumpfem Winkel divergirend. Die Axen der unteren Schlingen bilden mit dem Primärnerv fast stumpfere Winkel als die der oberen. Tertiärnerven vorherrschend unter rechtem Winkel entspringend, scharf hervortretend, nicht verbindend, sondern nach mehrmals wiederholter Verästelung ein lockeres, aus rundlichen Maschen bestehendes Netz erzeugend, das ein feineres quaternäres einschliesst.

Secundärsegment 1—2 hervortretende ästige axenständige und 6—8 seitenständige Tertiärnerven enthaltend. Tertiärsegmente von verschiedener Grösse, in der Regel 5—7 quaternäre Maschen einschliessend.

Pterocelastrus tricuspidatus Walpers.

Cap.

Taf. IV, Fig. 2.

Nervation schlingläufig, Typus von *Senecio nemorensis*. Primärnerv aus einem beiläufig 2‴ langen Stiele abgehend, die ganze Blattlänge hindurch bis zur Spitze hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_7$—$^1/_6$. Schlingen nahe noch einmal so lang als breit, Bogen dem Rande bis auf 1‴ genähert, Äste unter rechtem Winkel oder stumpfem divergirend. Axen der grundständigen Schlingen mit dem Primärnerv spitzere Winkel bildend als die übrigen. Tertiärnerven sehr spärlich, unter meist stumpfen Winkeln entspringend, kaum in ein Netz vereinigt. Quaternäre Nerven unvollkommen entwickelt. Inhalt eines Secundärsegments 1—2 spitzwinklige axenständige und jederseits 3—4 seitenständige Tertiärnerven.

Pterocelastrus rostratus Walpers.

Cap.

Taf. III, Fig. 6.

Nervation schlingläufig, Typus von *Cynoglossum officinale*. Primärnerv aus einem $1^1/_2$—2″ langen Stiele abgehend, durch die ganze Blattlänge bis zur Spitze hervortretend. Secundär-

nerven unter Winkeln von 40 — 65° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_6$—$^1/_5$. Mittlere Schlingen noch einmal so lang als breit, Bogen dem Rande bis auf 1‴ genähert, ohne Aussenschlingen, Äste unter nahezu spitzem Winkel divergirend. Axen der grundständigen Schlingen spitzere Winkel mit dem Primärnerv bildend als die der mittleren und oberen. Tertiärnerven sehr spärlich, kaum hervortretend, unter stumpfen Winkeln entspringend, nicht verbindend, ein lockeres Netz bildend, welches ein unvollkommen entwickeltes Quaternärnetz umschliesst. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 spitzwinklige axenständige und jederseits 5—7 seitenständige Tertiärnerven.

Pterocelastrus sp. 6727, Drege.

Cap.

Taf. III, Fig. 8.

Nervation schlingläufig, Typus von *Cynoglossum officinale*. Primärnerv aus einem 1—2‴ langen Stiele abgehend, etwas hervortretend, unter der Spitze fast aufgelöst. Secundärnerven unter Winkeln von 40—65° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Schlingen kaum noch einmal so lang, die mittleren manchmal nur unbedeutend länger als breit. Bogen dem Rande bis auf 1‴ genähert, ohne Aussenschlingen. Äste unter rechtem oder spitzem Winkel divergirend. Axen der grundständigen Schlingen viel spitzere Winkel mit dem Primärnerv bildend als die mittleren und oberen. Tertiärnerven sehr spärlich, nicht hervortretend, unter stumpfen Winkeln entspringend, ein lockeres Netz bildend, welches ein unvollkommen ausgebildetes quaternäres Netz einschliesst. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 1 — 2 spitzwinklige axenständige und jederseits 2—4 ästige seitenständige Tertiärnerven.

Pterocelastrus tetrapterus Walpers.

Cap.

Taf. IV, Fig. 1.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem $^1/_2$—1‴ langen Stiele abgehend, nur an der Basis hervortretend, gegen die Spitze zu im derben lederartigen Blattparenchym aufgelöst. Secundärnerven unter Winkeln von 55—65° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Die untersten und obersten Schlingen so lang, die mittleren fast noch einmal so lang als breit; Bogen dem Rande fast parallel, bis auf 1‴ demselben genähert; Schlingenäste unter stumpfen Winkeln divergirend. Die grundständigen Schlingenaxen bilden stumpfere Winkel mit dem Primärnerv als die der übrigen. Tertiärnerven sehr spärlich, unter rechtem Winkel entspringend, einige verbindend. Quaternäre Nerven fehlend. Ein mittleres Secundärsegment enthält 2—3 axenständige rechtwinklige und jederseits 3—5 seitenständige Tertiärnerven.

Pterocelastrus stenopterus Walpers.

Cap.

Taf. III, Fig. 7.

Nervation schlingläufig, Typus von *Pterocelastrus tetrapterus*. Primärnerv aus einem $^1/_2$—1‴ langen Stiele abgehend, nur an der Basis hervortretend, gegen die Spitze zu im derben Blattgewebe aufgelöst. Secundärnerven unter Winkeln von 50—55° entspringend, in der mittleren

Distanz $^1/_4$—$^1/_3$. Schlingen meist unbedeutend länger als breit. Bogen wenig hervortretend, dem Rande bis auf $^1/_2'''$ genähert. Schlingenäste unter rechtem oder wenig spitzem Winkel divergirend. Axen der grundständigen Schlingen mit dem Primärnerv spitzere Winkel bildend als die der mittleren und oberen. Tertiärnerven sehr spärlich, unter rechtem oder wenig spitzem Winkel entspringend, in ein lockeres, nicht hervortretendes Netz vereinigt. Ein mittleres Secundärsegment enthält 1—2 spitzwinklige axenständige und jederseits 3—4 seitenständige Tertiärnerven.

Microtropis coriacea Wall.

Ost-Indien.

Taf. IV, Fig. 12.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem 1—$1^1/_2'''$ langen Stiele abgehend, bis zur Spitze scharf hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 45 bis 65° entspringend, mittlere Distanz $^1/_7$—$^1/_6$. Schlingen nach dem Rande aufwärts gezogen, bogig, fast zweimal so lang als breit, Schlingenbogen durch einige querlaufende Anastomosenäste abgetheilt, welche für den nächst oberen Schlingenbogen eben so viele Aussenschlingen bilden, endlich den Rand fast tangiren. Schlingenäste unter nahezu spitzen Winkeln divergirend. Axen der schmäleren untersten Schlingen spitzere Winkel als die oberen mit dem Primärnerv bildend. Tertiärnerven zahlreich, unter spitzen Winkeln entspringend, scharf hervortretend, netzläufig, ein aus lockeren, eckigen, etwas in die Quere gestreckten Maschen bestehendes Netz hervorbringend. Quaternäre Nerven nicht hervortretend, ein feines rundmaschiges Netz bildend. Inhalt eines Secundärsegments 7—10 axenständige und 12—15 seitenständige Tertiärnerven. Tertiärsegment 6—10 grosse Maschen, eine Tertiärmasche über 15 quaternäre umschliessend.

Microtropis bivalvis Wall.

Penang.

Fig. 13

Microtropis bivalvis.

Taf. IV, Fig. 11.

Nervation schlingläufig, Typus von *Cynoglossum officinale*. Primärnerv aus einem $1^1/_2$—2‴ langen Stiele hervorgehend, nur bis zur Mitte scharf hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich sich verlierend. Secundärnerven unter Winkeln von 30—45° entspringend; in der mittleren Distanz $^1/_7$ bis $^1/_6$. Schlingen noch einmal so lang als breit, nicht gekrümmt, Bogen dem Rande bis auf $^1/_2'''$ genähert, mit einigen Aussenschlingen umgeben. Äste unter wenig stumpfen Winkeln divergirend. Winkel der Schlingenaxen alle nahezu gleich. Tertiärnerven sehr fein, kaum deutlich erkennbar, unter spitzen Winkeln abgehend, oft querläufig, ein aus länglichen Maschen bestehendes Netz bildend, welches das feinere, aus quer-ovalen Maschen zusammengesetzte quaternäre umschliesst. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 4—6 axenständige schiefwinklige und 4—7 seitenständige Tertiärnerven. Tertiärsegment nur 2—3 Maschen, eine Tertiärmasche ein aus zahlreichen ovalen oder länglichen quaternären Maschen zusammengesetztes Netz einschliessend.

Ähnliche Blattformen findet man unter den Fossilien der Flora von Sotzka in Untersteiermark und von Sagor in Krain.

Maytenus Boaria Molina.

Chili.

Taf. IV, Fig. 4—6.

Fig. 14. Fig. 15. Fig. 16. Fig. 17.

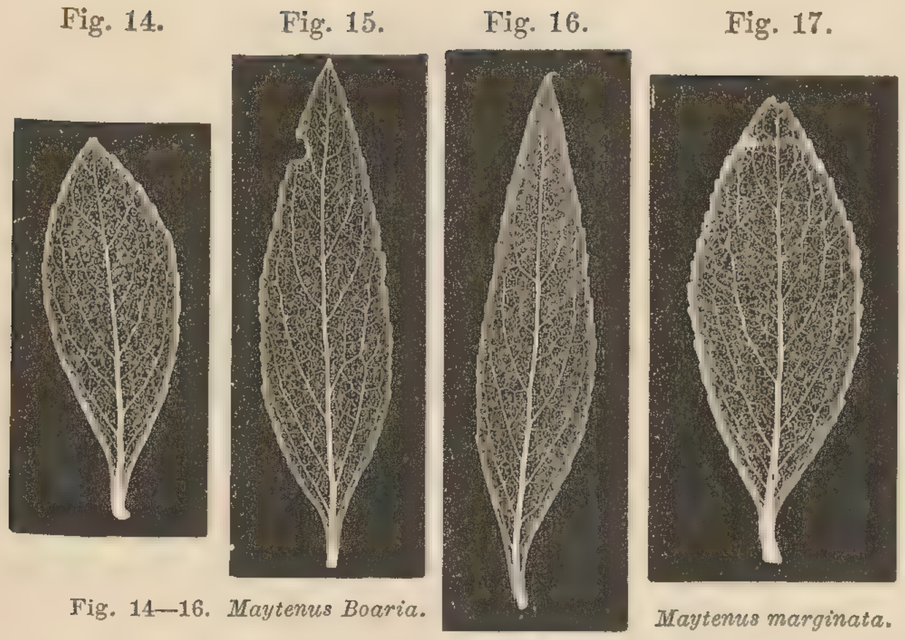


Fig. 14—16. *Maytenus Boaria.* *Maytenus marginata.*

Nervation netzläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem $^1/_2'''$ langen Stiele abgehend, bis zur Spitze scharf hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 35—65° entspringend, geschlängelt, gabelspaltig, mit kürzeren untermischt, mittlere Distanz $^1/_6$—$^1/_5$. Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln entspringend, fast längsläufig, ein unregelmässiges lockeres Maschennetz bildend. Quaternäre Nerven nicht hervortretend, ein kaum deutlich erkennbares, aus rundlichen Maschen bestehendes Netz erzeugend. Ein mittleres Secundärsegment enthält 2—3 seitenständige Tertiärnerven.

Die sehr verwandte Blattform von *Maytenus marginata* (Taf. IV, Fig. 3) einer ebenfalls in Chili einheimischen Art unterscheidet sich nur durch die gleichförmiger unter spitzen Winkeln von 30—45° entspringenden Secundärnerven, die etwas geringere Distanz ($^1/_7$—$^1/_6$) derselben und die grössere Zahl der Tertiärnerven. Ähnliche Blätter fanden sich an fast allen tertiären Localitäten.

Maytenus brasiliensis Mart.

Brasilien.

Taf. IV, Fig. 9—10.

Nervation schlingläufig, Typus von *Prunus Padus*. Primärnerv aus einem 1—2‴ langen Stiele abgehend, fast die ganze Blattlänge hindurch bis vor der Spitze hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 60—75° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_8$—$^1/_7$. Schlingensegmente meist noch einmal so lang als breit, nicht oder nur sehr wenig gekrümmt, Bogen dem Rande bis auf 1‴ genähert, mit Aussenschlingen umgeben, Schlingenäste unter wenig stumpfen Winkeln divergirend, Winkel der Schlingenaxen einander nahezu gleich. Tertiärnerven unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln entspringend, geschlängelt, ein unregelmässiges, aus im Umrisse rundlichen Maschen zusammengesetztes Netz bildend, die sehr feinen, kaum hervortretenden, zu quer-ovalen Maschen vereinigten quaternären Nerven umschliessend.

Sehr ähnlich einem Blattfossil aus den Schichten von Sotzka.

Celastrus scandens Linn.

Nord-Amerika.

Taf. IX, Fig. 3.

Nervation bogenläufig, Typus von *Lonicera Xylosteum*. Primärnerv an der Basis hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65°

entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_6$—$^1/_5$. Tertiärnerven zahlreich, sehr fein, querläufig. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 4—6 spitzwinklig entspringende axenständige und 15—20 einfache oder gabelspaltig verästelte seitenständige Tertiärnerven.

Celastrus nutans Roxb.

Ost-Indien.

Taf. V, Fig. 14—15.

Fig. 18.

Celastrus nutans.

Nervation bogenläufig, Typus von *Lonicera Xylosteum*. Primärnerv aus einem 2—3‴ langen Stiele abgehend, nur von der Basis gegen die Mitte zu hervortretend, unter der Spitze bis zur Haardünne verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend, mittlere Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Die unteren Secundärnerven gegen die Basis zu genähert. Tertiärnerven zahlreich, vorherrschend querläufig, ein sehr zartes rundmaschiges quaternäres Netz einschliessend. Dieses umfasst ein wenig entwickeltes, nur mit der Loupe erkennbares quinternäres Netz. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 meist spitzwinklig entspringende wenig verzweigte axenständige Tertiärnerven und 8—15 seitenständige. Tertiärmasche länglich, zahlreiche quaternäre umschliessend.

Celastrus stylosus Wall.

Nepal.

Taf. V, Fig. 12.

Nervation bogenläufig, Typus von *Lonicera Xylosteum*. Primärnerv aus einem 2—3″ langen Stiele abgehend, hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend, mittlere Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Ein Paar fast grundständig, die übrigen folgenden unteren Secundärnerven gegen die Basis zu fast entfernter gestellt oder wenigstens nicht genähert. Tertiärnerven vorherrschend netzläufig, nur die aus den oberen Secundärnerven entspringenden querläufig; Tertiärnetz wenig hervortretend, ein sehr zartes rundmaschiges quaternäres umschliessend. Dieses umfasst ein noch deutlich erkennbares quinternäres Netz. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 rechtwinklig entspringende stark verzweigte axenständige Tertiärnerven und 7—9 seitenständige. Tertiärmaschen länglich, jederseits 4—6 quaternäre Nerven enthaltend. Quaternäre Maschen beiläufig 7 bis 9 quinternäre einschliessend.

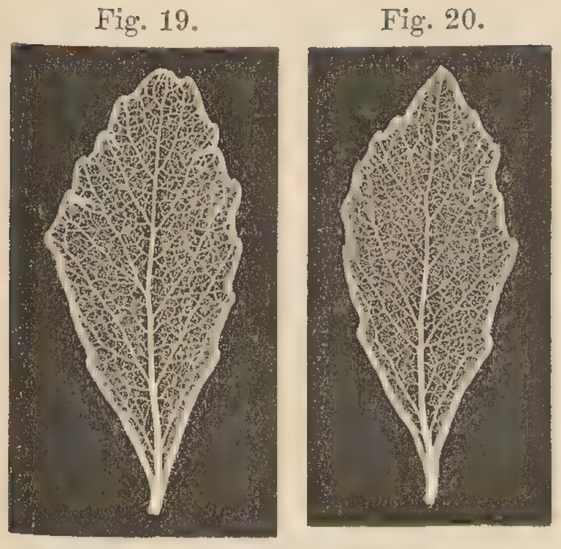
Fossile Blätter, welche in Form und Nervation mit beiden oben angegebenen *Celastrus*-Arten übereinstimmen, fanden sich in den Tertiärlocalitäten von Parschlug, Sotzka und Sagor. Sie wurden bisher meist mit Rhamneen, auch mit Malphighiaceen *(Hiraea)* verglichen. Da das quaternäre Netz bei diesen Fossilien nicht mehr erkennbar und selbst das Tertiärnetz unvollkommen erhalten ist, so muss die Bestimmung derselben wohl noch zweifelhaft bleiben.

Celastrus illicinus Burch.

Cap.

Taf. V, Fig. 6—7.

Fig. 19. Fig. 20.



Celastrus illicinus.

Nervation netzläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem $^1/_2$—1″ langen Stiele abgehend, die ganze Blattlänge hindurch ziemlich scharf hervortretend. Secundärnerven oft nur bis zur Mitte der Blatthälfte einfach, dann wiederholt gabelästig; die untersten unter Winkeln von 30—40°, die mittleren und obersten unter Winkeln von 50—60° entspringend, mittlere Distanz derselben $^1/_6$—$^1/_5$. Die Zähne des Blattrandes werden häufig von den Gabelästen oder Anastomosenästen der Secundärnerven versorgt. Tertiärnerven fast von der Stärke der secundären, unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln entspringend, stark verästelt, ein grobmaschiges hervortretendes Netz erzeugend, ein sehr feines, engmaschiges, kaum deutlich abgegrenztes quaternäres Netz einschliessend. Secundärsegmente von verschiedener Form, ein mittleres enthält 1—2 axenständige und 6—10, mehr oder weniger hervortretende seitenständige Tertiärnerven. Tertiärmaschen verschieden geformt, selten mehr als 5—7 quaternäre Maschen umfassend.

Nahe verwandt mit der beschriebenen Blattform ist die von *Celastrus nemorosus* (Eckl. et Zeyh.) vom Cap (Taf. V, Fig. 13), welche sich nur durch folgende Merkmale unterscheidet. Die Zähne des Blattrandes werden niemals von Ästen der Secundärnerven versorgt, die weniger hervortretenden, mehr zerstreuten Tertiärnerven entspringen vorherrschend unter spitzen Winkeln. Das auffallender lockermaschige Tertiärnetz schliesst ein unvollkommen ausgebildetes, aus quer-ovalen oder länglichen Maschen zusammengesetztes quaternäres Netz ein. Die Secundärsegmente sind mehr gleichförmig gebildet, meist 2—3 axenständige und kaum mehr als 4—7 stark verzweigte seitenständige Tertiärnerven einschliessend.

Celastrus leptopus Bernh. (Taf. V, Fig. 8) vom Cap unterscheidet sich von beiden obigen Arten durch auffallend geschlängelte und unter vorherrschend stumpfen Winkeln entspringende Tertiärnerven. Das sehr feine quaternäre Netz wird aus rundlichen Maschen gebildet. In den übrigen Merkmalen der Blattbildung nähert sich diese Art dem *Celastrus nemorosus*.

Celastrus collinus Eckl. et Zeyh.

Cap.

Taf. VI, Fig. 9—10.

Nervation netzläufig, Typus von *Celastrus illicinus*. Primärnerv aus einem $^1/_2$—1‴ langen, meist etwas geflügelten Blattstiele entspringend, nur an der Basis hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 30—50° entspringend, gabelspaltig, in der mittleren Distanz von $^1/_4$—$^1/_3$. Die Zweige der Gabeläste laufen manchmal in die Zähnchen oder Ausbuchtungen des Randes aus. Tertiärnerven unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln abgehend, verästelt, ein lockeres, wenig hervortretendes Netz bildend, das feine, unvollkommen entwickelte rundmaschige quaternäre Netz umschliessend. Ein mittleres Secundärsegment enthält 6—8 seitenständige einfache oder gabelspaltige Tertiärnerven.

Celastrus dumetorum Eckl. et Zeyh.

Cap.

Taf. V, Fig. 9.

Nervation netzläufig, Typus von *Celastrus illicinus*. Primärnerv aus einem kaum $^1/_2'''$ langen Stiele abgehend, fast bis zur Spitze hervortretend. Secundärnerven ziemlich stark hervortretend, die untersten unter Winkeln von 25—35°, die mittleren und oberen unter 40 bis 50° entspringend, gabelspaltig, in der mittleren Distanz $^1/_4$—$^1/_3$. Tertiärnerven sehr spärlich, vorherrschend unter spitzen Winkeln entspringend, einige in den Zähnen des Randes endigend, in ein lockeres Netz vereinigt. Ein mittleres Secundärsegment enthält 1 — 2 axenständige, spitzwinklig entspringende, und 2 — 4 hervortretende seitenständige Tertiärnerven. Quaternäre Nerven spärlich entwickelt; eine Tertiärmasche enthält 2—5 quaternäre Maschen.

Celastrus buxifolius Linn.

Cap.

Taf. V, Fig. 2—5.

Fig. 21. Fig. 22.

Celastrus buxifolius.

Nervation netzläufig, Typus von *Maytenus Boaria*. Primärnerv aus einem $^1/_2$—1‴ langen Stiele abgehend, bis zur Spitze hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 35 — 55° entspringend, gabelästig, mittlere Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Tertiärnerven zahlreich, vorherrschend unter sehr stumpfen Winkeln entspringend, fast längsläufig, ein scharf hervortretendes, aus länglichen Maschen zusammengesetztes Tertiärnetz bildend, welches ein feines, aus linealen oder lanzettlichen Maschen bestehendes quaternäres Netz einschliesst. Ein mittleres Secundärsegment enthält 4—7 hervortretende Tertiärmaschen.

Celastrus spathephyllus Eckl. et Zeyh.

Cap.

Taf. VI, Fig. 2—3.

Nervation netzläufig, Typus von *Daphne Mezereum*. Primärnerv aus einem $1^1/_2$—2‴ langen Stiele abgehend, nur an der Basis hervortretend. Secundärnerven sehr fein, an der Spitze gabelspaltig, die untersten unter Winkeln von 20—30°, die mittleren und oberen unter 40—55° entspringend, mittlere Distanz $^1/_7$—$^1/_6$. Tertiärnerven ziemlich zerstreut, die grösseren vorherrschend unter spitzen, die kleineren unter rechten Winkeln entspringend, erstere oft verbindend oder querläufig, letztere ein sehr feines, kaum deutlich hervortretendes Netz bildend, das ein noch feineres rundmaschiges quaternäres umschliesst.

Celastrus Krauseanus (Taf. VI, Fig. 1) vom Cap kommt in der Feinheit der Secundär- und Tertiärnerven und überhaupt im Blatt-Typus mit obiger Art überein, unterscheidet sich jedoch durch die nachfolgenden Merkmale. Die untersten Secundärnerven entspringen unter weniger spitzen Winkeln, alle sind noch feiner und kaum hervortretend. Die Tertiärnerven jedoch erscheinen schärfer, viel zahlreicher und entspringen unter sehr verschiedenen Winkeln, ein unregelmässiges, eckiges, zartmaschiges Netz bildend.

Ähnliche Blattformen lieferten die Tertiärschichten von Parschlug, Sagor und Sotzka. Ob diese jedoch mit den genannten Celastrineen oder mit anderen in der Nervation ebenfalls mehr oder weniger übereinstimmenden Arten aus sehr verschiedenen Familien, z. B. den Pittosporeen, Ericaceen, Sapindaceen u. s. w. zu vereinbaren sind, muss erst die weitere Untersuchung und Vergleichung lehren. Hier sollen nur die Ähnlichkeiten in Betracht gezogen werden, welche diese Fossilien mit den Blatt-Typen der Celastrineen darbieten. *Celastrus Krauseanus* dürfte wohl einer in den Sotzka-Schichten vorkommenden fossilen Form nahe stehen.

Celastrus trigynus DC.

Madagaskar.

Taf. IV, Fig. 8—9.

Fig. 23.

Celastrus trigynus.

Nervation netzläufig, Typus von *Salix*. Primärnerv aus einem 2—3‴ langen Stiele abgehend, die ganze Blattlänge hindurch bis zur Spitze hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 45—60° entspringend, stark geschlängelt, ästig, in der mittleren Distanz $^1/_{11}$—$^1/_9$. Tertiärnerven von der Stärke der secundären Äste, ziemlich scharf hervortretend, vorwiegend unter spitzen Winkeln entspringend, oft verbindend, gabelspaltig, ein zierliches, aus rundlichen Maschen zusammengesetztes Netz darstellend. Quaternäres Netz sehr fein, kaum deutlich hervortretend, aus länglichen Maschen gebildet. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 axenständige und mehr als 20 einfache oder gabelspaltige seitenständige Tertiärnerven. Tertiärsegment länglich, 2—3 Tertiärmaschen und 6 bis 11 quer-ovale Quaternärmaschen enthaltend.

Sehr ähnlich einem Blattfossil der Flora von Parschlug.

Celastrus empleurifolius Eckl. et Zeyh.

Cap.

Taf. VI, Fig. 6—8.

Nervation netzläufig, Typus von *Daphne Mezereum*. Primärnerv aus einem $^1/_2$—1‴ langen Stiele abgehend, an der Basis ziemlich scharf hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich fast bis zur Haardünne verfeinert. Secundärnerven sehr fein, kaum deutlich ausgesprochen die untersten unter Winkeln von 15—25°, die mittleren und oberen unter 35—50° entspringend, etwas geschlängelt, ästig; mittlere Distanz $^1/_5$—$^1/_3$. Tertiärnerven sehr zerstreut, an der oberen Seite der Secundärnerven unter sehr spitzen, an der unteren Seite unter stumpfen Winkeln abgehend, oft längsläufig in ein sehr lockeres Netz vereinigt. Quaternäre Nerven kaum deutlich entwickelt. Durch die spärlichen, gabelspaltig ästigen, oft längsläufigen Tertiärnerven nähert sich diese Blattform in ihrem Typus den Blättern von *Epigeron canadense*, in der Vertheilung der Secundärnerven jedoch zeigt sie den Typus von *Daphne Mezereum*.

In den Tertiärschichten von Radoboj, Parschlug und Sagor fanden sich Blattformen, welche sich mit genannter Celastrus-Form vergleichen lassen.

Celastrus rubra Wall.

Nepal.

Taf. VI, Fig. 15.

Nervation netzläufig, Typus von *Salix*. Primärnerv aus einem $1^1/_2$—$2'''$ langen Stiele abgehend, durch die ganze Blattlänge ansehnlich hervortretend, gegen die Spitze zu verschmälert. Secundärnerven unter Winkeln von 40—55°, die untersten fast unter noch weniger spitzen Winkeln entspringend, alle hin und her gebogen, verästelt, gegen den Blattrand hinauf geschlängelt, mittlere Distanz $^1/_6$—$^1/_5$. Tertiärnerven vorherrschend unter wenig spitzen oder unter stumpfen Winkeln abgehend, einige verbindend, die meisten stark verästelt und in ein grobmaschiges, ziemlich hervortretendes Netz übergehend. Quaternäre Nerven unvollkommen entwickelt. Secundärsegmente länglich, von verschiedener Form, 2—3 hervortretende rechtwinklige axenständige und 5—9 seitenständige Tertiärnerven einschliessend.

Celastrus senegalensis Lam.

Senegambia.

Taf. V, Fig. 10—11.

Nervation netzläufig, Typus von *Daphne Mezereum*. Primärnerv aus einem $^1/_2$—$1'''$ langen Stiele abgehend, bis gegen die Blattmitte zu hervortretend, dann sehr verfeinert und unter der Spitze fast verschwindend. Secundärnerven oft stark hin und her gebogen, wenig hervortretend, die untersten unter Winkeln von 20—30°, die übrigen folgenden unter 35—50° entspringend; mittlere Distanz $^1/_6$—$^1/_5$. Tertiärnerven vorherrschend unter spitzen Winkeln abgehend, meist verbindend, einige querläufig, die meisten nur wenig verästelt, in ein sehr lockeres, wenig hervortretendes Netz aufgelöst. Quaternäre Nerven fast fehlend.

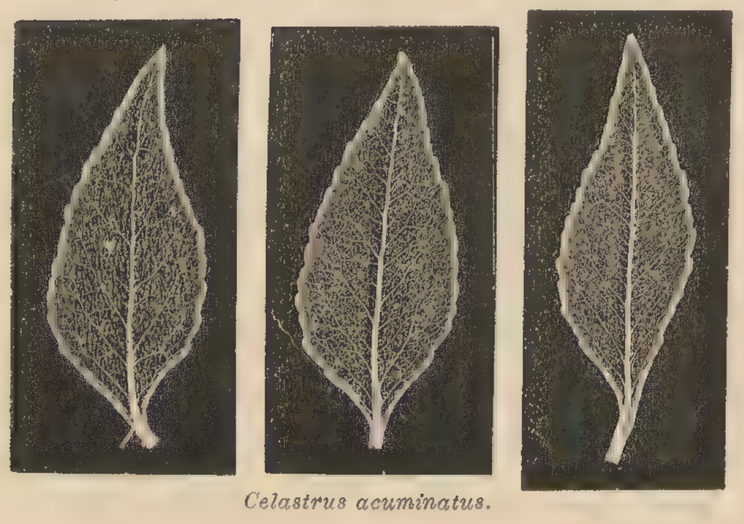
In dem Nervationstypus und in der Vertheilung der secundären und tertiären Nerven stimmt das Blatt einer noch unbestimmten, von Friedrichsthal in Guatemala gesammelten Art mit obiger Art überein, unterscheidet sich von selber jedoch durch die stärker hervortretenden, unter Winkeln von 45—60° entspringenden Secundärnerven, die reichlicher entwickelten, unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln abgehenden, stark verästelten Tertiärnerven und die Ausbildung eines aus eckigen Maschen zusammengesetzten quaternären Netzes.

Celastrus acuminatus Thunb.

Cap.

Taf. VI, Fig. 13—14.

Fig. 24. Fig. 25. Fig. 26.



Celastrus acuminatus.

Nervation netzläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem $1^1/_2$—$2'''$ langen Stiele abgehend, bis zur Mitte etwas hervortretend, gegen die Spitze zu verfeinert, unter derselben fast haarfein. Secundärnerven sehr fein, unter Winkeln von 35—50°, die unteren und die obersten unter spitzeren als die mittleren entspringend, mittlere Distanz $^1/_8$—$^1/_7$. Tertiärnerven sehr fein, unter vorherrschend spitzen Winkeln entspringend, einige verbindend, die übrigen ein lockeres, wenig hervortretendes Netz bildend. Quaternäre Nerven kaum deutlich ausgesprochen,

in ein rundmaschiges Netz vereinigt. Mit der beschriebenen Blattform ist das Blatt einer am Cap aufgefundenen Art (Taf. VII, Fig. 1) sehr ähnlich und nur durch die unter rechtem Winkel entspringenden Tertiärnerven und das minder deutlich hervortretende Tertiärnetz verschieden.

Fig. 27.

Celastrus cassinoides.

Celastrus cassinoides L'Her. vom Cap (Taf. VI, Fig. 11—12) stimmt ebenfalls sowohl in der Blattform als in der eigenthümlichen Anordnung der Secundärnerven mit *C. acuminatus* überein, ist jedoch durch folgende wenige Merkmale verschieden. Die mittlere Distanz der Secundärnerven ist etwas grösser und erreicht $^1/_6$ der Blattlänge; die Tertiärnerven treten noch weniger hervor, wodurch das Blattnetz noch unvollkommener ausgebildet erscheint.

C. rupestris Eckl. et Zeyh. vom Cap (Taf. VII, Fig. 2—3), welche Art die Blattform und die Vertheilung der Secundärnerven und Tertiärnerven mit *C. acuminatus* vollkommen theilt, unterscheidet sich durch die verhältnissmässig stärker hervortretenden, unter weniger spitzen Winkeln entspringenden, oft verbindenden Tertiärnerven und das aus quer-ovalen Maschen zusammengesetzte Netz.

Mit den genannten Blattformen von *Celastrus*, besonders mit *C. acuminatus*, zeigt ein Blattfossil, welches sich in den Tertiärschichten von Radoboj und Parschlug fand, die grösste Ähnlichkeit, so dass man hier auf die specifische Identität der fossilen Form mit der angegebenen jetzt lebenden Art schliessen könnte.

Celastrus cordatus Thunb.

Cap.

Taf. VI, Fig. 16.

Nervation netzläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem $^1/_2$—1‴ langen Stiele abgehend, durch die ganze Blattlänge scharf bis zur Spitze hervortretend. Secundärnerven fein, schon von der Mitte der Blatthälfte an verästelt, die grundständigen unter rechtem oder nahezu stumpfem Winkel, die mittleren und oberen unter Winkeln von 50—65° entspringend; mittlere Distanz $^1/_8$—$^1/_7$. Tertiärnerven sehr fein, unter spitzen Winkeln entspringend, häufig querläufig, ein sehr zartes, aus quer-ovalen Maschen zusammengesetztes Netz bildend. Quaternäre Nerven von den sehr feinen tertiären nicht deutlich geschieden, ein wenig hervortretendes rundmaschiges Netz erzeugend.

Celastrus ramulosus Cunn.

Neu-Holland.

Taf. VII, Fig. 14—15.

Nervation netzläufig, Typus von *Helianthemum vulgare*. Primärnerv aus einem $^1/_3$—$^1/_2$‴ langen Stiele abgehend, nur an der Basis etwas hervortretend, im weiteren Verlaufe sehr fein, unter der Spitze fast verschwindend. Secundärnerven kaum deutlich ausgeprägt, unter Winkeln von 65—80° entspringend, mittlere Distanz derselben $^1/_8$—$^1/_7$. Tertiärnerven meist unvollkommen ausgebildet, unter verschiedenen Winkeln entspringend. Quaternäre Nerven unentwickelt.

Celastrus linearis Thunb.

Cap.

Taf. VII, Fig. 10.

Nervation netzläufig, Typus von *Erigeron canadense.* Primärnerv aus einem $^1/_3'''$ langen Stiele abgehend, bis über die Mitte der Blatthälfte hervortretend, unter der Spitze jedoch fast verschwindend. Secundärnerven unter Winkeln von 20—40° entspringend, sehr fein, in dem lederartigen Blattgewebe sich verlierend. Tertiärnerven nicht entwickelt.

Diese Blattform ist wegen der spärlichen charakteristischen Merkmale kaum von den sehr ähnlichen linealen Formen der Proteaceen (bei Grevillea), Ericaceen, Apocynaceen u. s. w. zu unterscheiden.

Celastrus sp. n.

Port Jackson.

Taf. VII, Fig. 11—13.

Nervation schlingläufig, Typus von *Celastrus linearis.* Primärnerv aus einem kaum $^1/_4'''$ langen Stiele abgehend, bis gegen die Blattmitte zu hervortretend, von da an gegen die Spitze zu sehr verfeinert, unter derselben oft verschwindend. Secundärnerven unter Winkeln von 20—35° entspringend, gegen den Rand aufwärts ziehend, oft gabelspaltig mit sehr verlängerten, in der Blattfläche eine beträchtliche Strecke fortziehenden Ästen; mittlere Distanz $^1/_7$—$^1/_5$. Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln entspringend, kaum feiner als die Äste der Secundärnerven, ein hervortretendes, aus linealen oder lanzettlichen Maschen zusammengesetztes Netz bildend. Quaternäre Nerven wenig entwickelt, von den tertiären kaum deutlich verschieden.

Eine ähnliche Blattform lieferten die Tertiärschichten von Parschlug und Sagor.

Celastrus lanceolatus Eckl.

Cap.

Taf. VII, Fig. 8—9.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem 1—2‴ langen Stiele abgehend, bis über die Mitte hinaus scharf hervortretend, gegen die Spitze zu verfeinert, unter derselben meist verschwindend. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_9$—$^1/_8$. Schlingensegment etwas gekrümmt, breiter als lang; Bogen dem Rande fast parallel, demselben bis auf $^1/_3'''$ genähert. Schlingenaxen gleichwinklig mit dem Primärnerv. Tertiärnerven spärlich, kaum schwächer ausgeprägt als die Secundärnerven, unter stumpfen Winkeln entspringend, verbindend, oft fast längsläufig. Quaternäre Nerven nicht ausgebildet. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 feine, recht- oder stumpfwinklig entspringende axenständige, 3—4 seitenständige einfache oder gabelspaltige Tertiärnerven.

Der Nervationstypus dieser Art schliesst sich an die im Allgemeinen ähnlichen schlingläufigen Typen von *Valerianella olitoria* und *Myosotis sylvatica* an. Er unterscheidet sich jedoch leicht von Ersterem durch die Regelmässigkeit in der Schlingenbildung und die geringere Mitteldistanz der Secundärnerven, welche beim Valerianella-Typus $^1/_5$—$^1/_2$ erreicht; von

Letzterem durch die auffallend kleineren Schlingenbogen, welche nicht in einem saumläufigen Randnerven zusammenfliessen.

Celastrus parvifolius Eckl. et Zeyh.

Cap.

Taf. VI, Fig. 4—5.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem kaum $^1/_4'''$ langen Stiele entspringend, verhältnissmässig scharf durch die ganze Blattlänge bis zur Spitze hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 20—30° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_3$ bis $^1/_2$. Schlingensegment stark bogig gekrümmt, mindestens noch einmal so lang als breit; Bogen dem Rande bis auf $^1/_3'''$ genähert; Winkel der Schlingenaxen mit dem Primärnerv nahezu gleich. Tertiärnerven spärlich, ziemlich scharf hervortretend, meist einfach, verbindend oder querläufig. Quaternäre Nerven nicht entwickelt. Secundärsegment nur 5—10 Tertiärmaschen enthaltend.

Celastrus heterophyllus Eckl. et Zeyh. Taf. VII, Fig. 4—6 stimmt in der Nervation mit der angegebenen Art in vieler Beziehung überein und unterscheidet sich nur durch die weniger gekrümmten breiteren Schlingensegmente und die noch mehr zerstreuten, niemals querläufigen Tertiärnerven.

Celastrus capitatus Eckl. et Zeyh.

Cap.

Taf. VII, Fig. 7.

Nervation netzläufig, Typus von *Daphne Mezereum*. Primärnerv aus einem sehr kurzen Stiele abgehend, bis zur Spitze scharf ausgeprägt. Secundärnerven fein, die untersten unter Winkeln von 20—30°, die übrigen unter weniger spitzen entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_3$—$^1/_2$. Tertiärnerven spärlich, unter spitzen Winkeln abgehend, meist verbindend. Quaternäres Netz nicht entwickelt.

Den Blättern dieser und einiger verwandten Arten sehr ähnliche finden sich nicht selten unter den Pflanzenfossilien der Tertiärformation.

Celastrus campestris Eckl. et Zeyh.

Cap.

Taf. VII, Fig. 16.

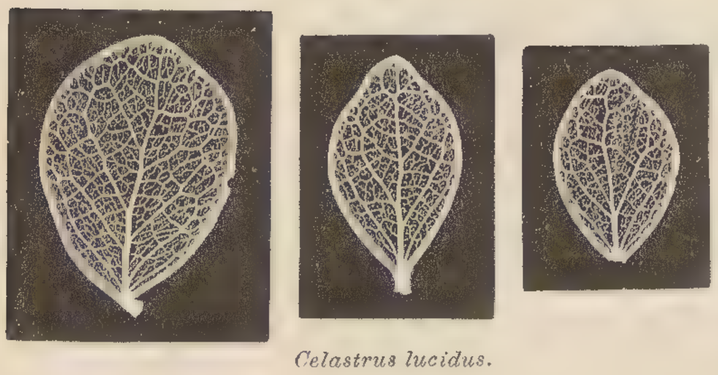
Nervation netzläufig, Typus von *Daphne Mezereum*. Primärnerv aus einem $^1/_2'''$ langen Stiele abgehend, durch die ganze Blattlänge scharf hervortretend, nur unter der Spitze sehr fein oder aufgelöst. Secundärnerven verhältnissmässig stark hervortretend, fast von der Stärke des primären, die untersten unter Winkeln von 20—30°, die übrigen unter 40—60° entspringend, mittlere Distanz $^1/_4$—$^1/_3$. Secundärsegmente meist wenig gekrümmt, die mittleren und oberen meist breiter als lang. Tertiärnerven scharf ausgeprägt, zerstreut, unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln entspringend, ein lockeres unregelmässiges Netz bildend. Quaternäre Nerven undeutlich ausgeprägt. Secundärsegment 2—3 axenständige und meist eben so viele, höchstens 5 seitenständige Tertiärnerven einschliessend.

Celastrus lucidus Eckl.

Cap.

Taf. VII, Fig. 20.

Fig. 28. Fig. 29. Fig. 30.



Celastrus lucidus.

Nervation schlingläufig, Typus von *Elaeodendron excelsum*. Primärnerv aus einem $^1/_3$—$^1/_2$‴ langen Stiele abgehend, von der Basis an bis über die Mitte scharf hervortretend, gegen die Spitze zu beträchtlich verfeinert und etwas geschlängelt. Secundärnerven fast von der Stärke des primären, die grundständigen unter Winkeln von 45—65°, die übrigen unter 50—60° entspringend, etwas hin und her gebogen; mittlere Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Schlingensegmente nicht gekrümmt, mindestens noch einmal so lang als breit, die untersten schmäler; Bogen klein, von dem Rande bis auf 1—1$^1/_2$‴ entfernt, mit einigen hervortretenden Aussenschlingen begrenzt. Die untersten Schlingenaxen bilden mit dem Primärnerv etwas spitzere Winkel als die übrigen. Tertiärnerven scharf hervortretend, ästig, unter vorherrschend stumpfen Winkeln entspringend, oft verbindend oder fast längsläufig, ein sehr lockeres, aus grossen, im Umrisse meist ovalen oder länglichen Maschen bestehendes Netz erzeugend. Quaternäre Nerven wenig entwickelt. Secundärsegment 2—3 rechtwinklige axenständige und 4—5 seitenständige Tertiärnerven einschliessend. Tertiärsegmente von verschiedener Form, 5—7 quaternäre Maschen enthaltend.

Einem Blattfossil der Flora von Parschlug sehr ähnlich.

Celastrus ovatus Eckl.

Cap.

Taf. VII, Fig. 17—18.

Nervation netzläufig, Typus von *Helianthemum vulgare*. Primärnerv fast bis zur Spitze stark hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 60—70° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_4$—$^1/_3$. Feine, nicht hervortretende Schlingenanastomosen bemerkbar. Secundärsegmente gerade, länglich, stumpf, noch einmal so lang als breit. Schlingenbogen dem Rande fast parallel, demselben bis auf $^1/_2$‴ genähert. Nerven höherer Grade nicht entwickelt.

Einige Übereinstimmung in den Merkmalen des Primärnervs und der secundären Nerven mit der eben beschriebenen Form zeigen die Blätter einer noch nicht bestimmten, von Hügel in Asien gesammelten Celastrus-Art, Taf. VII, Fig. 19. Sie unterscheiden sich von obiger Form durch die wenigen ausgebildeten, jedoch nicht in ein Netz vereinigten Tertiärnerven. Die mittlere Distanz der Secundärnerven zur Blattlänge beträgt $^1/_3$—$^1/_4$.

Sowohl mit der letztgenannten Art als mit *C. ovatus* zeigt noch *C. refractus* vom Cap, Taf. VII, Fig. 21—22 der Form und Nervation der Blätter nach grosse Ähnlichkeit. Dieser Art kommen aber bis auf $^1/_6$ der Blattlänge genäherte Secundärnerven zu. Auch hier sind weder Tertiär- noch quaternäre Nerven ausgebildet.

Mit einem Blattfossil der Flora von Sotzka zu vergleichen.

Catha edulis Forst.

Ost-Indien.

Taf. VII, Fig. 23.

Fig. 31.

Catha edulis.

Nervation netzläufig, Typus von *Salix*. Primärnerv aus einem $1^1/_2$—3‴ langen Stiele abgehend, stark hervortretend, gegen die Spitze zu verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 45—65° entspringend, gegen den Rand hinauf geschlängelt; mittlere Distanz $^1/_8$—$^1/_7$. Tertiärnerven unter spitzen Winkeln entspringend, genähert, fein, die meisten querläufig, ein zartmaschiges Netz darstellend. Quaternäre Nerven von den Gabelästen der tertiären nicht deutlich geschieden. Secundärsegmente ziemlich gleichförmig, bogig gekrümmt, gegen die Spitze zu wellig, allmählich verschmälert. Anzahl der einfachen und gabelspaltigen axenständigen Tertiärnerven in einem derselben 6—8, der seitenständigen mehr als 20. Tertiärsegmente länglich-lineal, mehr als 10 spitzwinklig abgehende quaternäre Nerven einschliessend.

Von der sehr ähnlichen Nervation des *Celastrus trigynus*, welcher auch wie der beschriebenen zahlreiche scharf hervortretende seitenständige Tertiärnerven zukommen, durch die noch grössere Anzahl der axenständigen, sowie durch entfernter gestellte Secundärnerven verschieden.

Mit dieser Form stimmen Blattfossilien der Tertiärschichten von Radoboj, Parschlug und Sagor überein.

Evonymus tingens Wall.

Ost-Indien.

Fig. 32.

Fig. 32.

Evonymus tingens.

Nervation netzläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem $^1/_2$ bis $2^1/_2$‴ langen Stiele abgehend, gegen die Spitze zu hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 60 — 70° entspringend, gegen den Rand zu geschlängelt, in der mittleren Distanz $^1/_9$—$^1/_7$. Tertiärnerven meist unter stumpfen Winkeln abgehend, entfernt, ziemlich scharf hervortretend, einige verbindend. Quaternäre Nerven unvollkommen ausgebildet.

Dem Typus der Nervation nach, insbesondere wegen der stets genäherten Stellung der Secundär- und der stumpferen Ursprungswinkeln der niemals querläufigen Tertiärnerven mit den Blättern von *Evonymus frigidus*, *E. atropurpureus* und dann mit *Elaeodendron australe* übereinstimmend. Das angegebene Merkmal der Secundärnerven trennt diese Formen vom Typus des *Elaeodendron sphaerophyllum*, bei welchem die Distanz dieser Nerven von mindestens $^1/_4$ der Blattlänge beträgt, das Merkmal der Tertiärnerven aber dem nahe verwandten Salix-Typus, dem spitzwinklig entspringende, querläufige zukommen.

Die beschriebene Nervation unterscheidet sich von der des *Evonymus atropurpureus* durch die geringere Zahl der seitenständigen Tertiärnerven.

Evonymus frigidus Wall.

Ost-Indien.

Taf. VIII, Fig. 1.

Nervation netzläufig, Typus von *Evonymus tingens*. Primärnerv von einem $2^1/_2$—4‴ langen Stiele abgehend, gegen die Spitze zu verschmälert. Secundärnerven unter Winkeln von 30—65° entspringend, ästig, geschlängelt, in der mittleren Distanz $^1/_8$—$^1/_9$. Tertiärnerven meist unter rechten, stumpfen und unter spitzen Winkeln entspringend, entfernt, nicht hervortretend oder nur die oberen schärfer, ein sehr lockeres, aus grossen rundlichen Maschen zusammengesetztes Netz bildend. Quaternäre Nerven zahlreich, ein sehr zartes, aus eckigen Maschen bestehendes Netz erzeugend. Secundärsegmente länglich, von verschiedenen Umrissen, nur 4—6 seitenständige ästige Tertiärnerven enthaltend.

Eine Form, mit welcher manche der *Myrica* ähnlichen Blätter von Parschlug, Radoboj und Sagor zu vergleichen sind. Auch müssen einige Pittosporum-Arten und selbst Ericaceen als sehr ähnliche Blattformen bietend erwähnt werden.

Evonymus attenatus Wall.

Nepal.

Taf. X, Fig. 6.

Nervation schlingläufig, Typus von *Senecio nemorensis*. Primärnerv aus einem 2—4‴ langen Stiele abgehend, von der Basis an bis zur Spitze scharf hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 70—80° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_8$—$^1/_9$. Schlingensegmente kaum oder nur die untersten ein wenig gekrümmt, die mittleren so lang als breit. Bogen dem Rande parallel, bis auf 1‴ genähert. Die unteren Schlingenaxen bilden mit dem Primärnerv spitzere Winkel als die mittleren und oberen. Tertiärnerven unter rechtem Winkel entspringend, zahlreich, netzläufig, ein aus feinen unregelmässigen eckigen Maschen zusammengesetztes Netz bildend. Quaternäre Nerven zahlreich entwickelt, rundmaschige Netze erzeugend. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 8—12 untere, 6—8 obere Tertiärnerven, aus den secundären entspringend; 1—2 grössere, 3—4 kleinere, aus dem primären; alle in das lockermaschige Netz übergehend.

Evonymus glaber Roxb.

Ost-Indien.

Taf. VIII, Fig. 8; Taf. X, Fig. 5.

Nervation schlingläufig, Typus von *Evonymus verrucosus*. Primärnerv aus einem 2—4‴ langen Stiele abgehend, von der Basis an bis zur Mitte scharf hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich bis zur Feinheit der Secundärnerven verschmälert, unter derselben oft verschwindend. Secundärnerven haarfein, unter Winkeln von 55—75° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_8$—$^1/_7$. Schlingensegmente 2—3mal länger als breit, etwas gekrümmt, Bogen klein, vom Rande $1^1/_2$—2‴ entfernt. Winkel der Schlingenaxen ziemlich gleich. Tertiärnerven am grünen Blatte kaum deutlich wahrnehmbar, unter spitzen Winkeln abgehend, oft verbindend. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 1 grösserer und 1—2 kleinere axenständige, 4 bis 5 seitenständige Tertiärnerven.

Evonymus Wallichii Ettingsh.

Nepal.

Taf. VIII, Fig. 5.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem $1^1/_2$—$2^1/_2'''$ langen Stiele abgehend, in seinem ganzen Verlaufe stark hervortretend. Secundärnerven scharf ausgeprägt, unter Winkeln von 75—90° entspringend; mittlere Distanz derselben $^1/_9$—$^1/_8$. Schlingensegmente meist kaum oder nur um Weniges länger als breit, nicht merklich gekrümmt. Bogen ansehnlich, parallel dem Rande, von demselben 1—$1^1/_2'''$ entfernt. Die Axen der unteren Schlingen bilden stumpfere Winkel mit dem Primärnerv als die oberen. Tertiärnerven vorherrschend unter stumpfen oder wenig spitzen Winkeln entspringend, manchmal verbindend. Netz locker, aus scharf hervortretenden, unregelmässig geformten Maschen gebildet. Quaternäre Nerven unvollkommen entwickelt. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 3—4 rechtwinklige axenständige, 3—4 untere und 2—3 obere seitenständige Tertiärnerven.

Evonymus Hamiltonianus Wall.

Nepal.

Taf. X, Fig. 2.

Nervation schlingläufig, Typus von *Microtropis coriacea*. Primärnerv aus einem 2—4‴ langen Stiele abgehend, bis zur Mitte hervortretend, gegen die Spitze zu allmählich verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend; mittlere Distanz derselben $^1/_6$—$^1/_5$. Schlingensegmente stark gekrümmt, die unteren zugespitzt, meist 2—3mal länger als breit. Bogen unansehnlich, vom Rande 1—$1^1/_2'''$ entfernt. Axen der unteren Schlingen spitzere Winkel mit dem Primärnerv bildend als die der mittleren und oberen. Tertiärnerven sehr fein, nicht hervortretend; die axenständigen unter rechten, die seitenständigen unter spitzen Winkeln abgehend, oft verbindend. Netz sehr locker, aus länglichen quergestellten Maschen bestehend. Quaternäre Nerven sehr zahlreich entwickelt, ein sehr feines rundmaschiges Netz bildend. Ein mittleres Secundärsegment 2—3 verbindende axenständige gabelspaltige, 3 bis 4 untere und 5—6 obere seitenständige Tertiärnerven einschliessend.

Evonymus acuminatus Benth.

Mexiko.

Taf. X, Fig. 1.

Nervation schlingläufig, Typus der vorigen Art. Primärnerv aus einem 2—4‴ langen Stiele entspringend, bis zur Mitte hervortretend, gegen die Spitze zu bis zur Dünne eines Secundärnervs verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 55—70° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_7$—$^1/_6$. Schlingensegmente, wenigstens die unteren, gekrümmt, wenig spitz oder stumpf, die mittleren und oberen kaum länger, die unteren noch einmal so lang als breit; obere Bogen ansehnlich, vom Rande 1‴ entfernt, mit einigen Aussenschlingen begrenzt. Winkel der unteren Schlingenaxen mit dem Primärnerv spitzer als die der oberen. Tertiärnerven unter rechtem oder wenig spitzem Winkel entspringend, oft verbindend. Netz aus lockeren, länglichen, oft parallel dem Primärnerv gestellten Maschen gebildet. Quaternäre Nerven unvollkommen

entwickelt. Inhalt eines Secundärsegments 1—2 spitzwinklige axenständige, 3—4 untere und 3—5 obere seitenständige Tertiärnerven.

Evonymus americanus Linn.

Virginien.

Taf. VIII, Fig. 6—7.

Nervation schlingläufig, Typus von *Evonymus verrucosus.* Primärnerv aus einem $^1/_2'''$ langen Stiele abgehend, nur an der Basis scharf hervortretend, gegen die Spitze zu bis zur Feinheit der Secundärnerven verschmälert. Secundärnerven unter Winkeln von 55—65° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_6$—$^1/_5$. Schlingensegmente unmerklich gekrümmt, noch einmal so lang als breit; Bogen klein, dem Rande bis auf $^1/_2'''$ genähert. Winkel der Schlingenaxen ziemlich gleich. Tertiärnerven spärlich, unter rechtem Winkel entspringend, oft verbindend. Quaternäre Nerven nicht entwickelt. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 1—2 spitzwinklige axenständige, 2—3 seitenständige Tertiärnerven.

Evonymus angustifolius Pursh. Flor. am.

Nord-Amerika.

Taf. VIII, Fig. 2—4.

Nervation schlingläufig, Typus von *Evonymus verrucosus.* Primärnerv aus einem $^1/_2$—$1'''$ langen Stiele abgehend, nur an der Basis scharf hervortretend, gegen die Spitze zu bis zur Dünne der secundären verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Schlingensegmente unmerklich gekrümmt, kaum noch einmal so lang als breit. Bogen dem Rande fast parallel und bis auf $^1/_2$—$1'''$ genähert. Winkel der Schlingenaxen nahezu gleich. Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln abgehend, meist verbindend. Quaternäre Nerven nicht entwickelt. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 1—2 rechtwinklige axenständige, 3—4 verbindende seitenständige Tertiärnerven.

Evonymus dichotomus Heyne in Roxb. Flor. Ind.

Ost-Indien.

Taf. X, Fig. 3—4.

Nervation schlingläufig, Typus von *Cynoglossum officinale.* Primärnerv aus einem 2—$4'''$ langen Stiele abgehend, nur an der Basis hervortretend, gegen die Spitze zu verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 40—45° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Schlingensegmente nicht gekrümmt, so lang oder meist kürzer als breit. Bogen dem Rande parallel und bis auf $^1/_2'''$ genähert. Winkel der untersten Schlingenaxen mit dem Primärnerv spitzer als die der oberen. Tertiärnerven spärlich, unter stumpfen Winkeln abgehend, meist verbindend. Quaternäre Nerven unentwickelt. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 1—2 spitzwinklige axenständige, 2—3 verbindende seitenständige Nerven.

Durch die auffallend spitzen Ursprungswinkel der Secundärnerven, besonders der unteren von fast allen *Evonymus*-Blättern verschieden.

Eine sehr ähnliche Blattform fand ich unter den Tertiärfossilien von Radoboj in Croatien.

Evonymus obovatus Nutt.

Nord-Amerika.

Fig. 33.

Evonymus obovatus.

Nervation schlingläufig, Typus von *Evonymus europaeus*. Primärnerv aus einem $1^1/_2$—2‴ langen Stiele abgehend, bis zur Mitte hervortretend, gegen die Spitze zu schnell verfeinert. Secundärnerven unter Winkeln von 50—65° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Schlingensegmente etwas gekrümmt, stumpf, die mittleren und unteren mindestens noch einmal so lang als breit. Bogen klein, bis auf 1‴ vom Rande entfernt, ohne Aussenschlingen. Winkel der unteren Schlingenaxen mit dem Primärnerv spitzer als die der mittleren und oberen. Tertiärnerven unter rechtem Winkel entspringend, meist verbindend. Quaternäre Nerven undeutlich entwickelt.

Mit Blattformen von Prunus leicht zu verwechseln.

Einige als Prunus- Arten bestimmte Blattfossilien der Tertiärflora scheinen hieher zu gehören.

Evonymus fimbriatus Wall.

Ost-Indien.

Taf. IX, Fig. 1—2.

Nervation schlingläufig, Typus von *Microtropis coriacea*. Primärnerv aus einem 2—4‴ langen Stiele abgehend, bis unter die Blattspitze noch ziemlich ansehnlich hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 45—60° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_4$—$^1/_3$. Schlingensegmente bogig gekrümmt, nach aufwärts verschmälert, die mittleren und unteren mindestens noch einmal so lang als breit. Bogen klein, vom Rande bis auf 1—2‴ entfernt, mit Aussenschlingen umgeben. Winkel der unteren Schlingenaxen spitzer. Tertiärnerven zahlreich, unter rechtem Winkel entspringend, meist verbindend. Quaternäre Nerven ansehnlich entwickelt, unter rechtem Winkel abgehend, ein feines, aus länglichen Maschen zusammengesetztes Netz bildend, das in ein sehr feines rundmaschiges quinternäres übergeht. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 1—2 grössere, 5—7 feinere axenständige, 4—5 grössere, 7—9 kleinere seitenständige Tertiärnerven. Tertiärsegment länglich, enthaltend 2—4 seitenständige Quaternärnerven erster, 7—10 zweiter Ordnung. Quaternärmasche beiläufig 5—9 quinternäre Maschen umfassend.

Evonymus Schottii Ettingsh.

Cultivirt im k. k. Hofgarten zu Schönbrunn.

Taf. IX, Fig. 6.

Nervation schlingläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem 2—3‴ langen Stiele abgehend, bis zur Spitze hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 50—60° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_{10}$—$^1/_9$. Schlingensegmente etwas gekrümmt, stumpf, noch einmal so lang als breit, Bogen klein, vom Rande 1—$1^1/_2$‴ entfernt, mit hervortretenden

Aussenschlingen begrenzt. Winkel der Schlingenaxen nahezu gleich. Tertiärnerven zahlreich, stark hervortretend, unter rechtem Winkel entspringend, meist verbindend. Quaternäre Nerven ein lockeres rundmaschiges Netz bildend. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 1 spitzwinkliger grösserer, 1 — 3 rechtwinklige kleinere axenständige, 3 — 4 verbindende seitenständige Tertiärnerven. Tertiärsegmente länglich, 5 — 7 rundliche quaternäre Maschen umschliessend.

Evonymus atropurpureus Jacq.

Nord-Amerika.

Taf. VIII, Fig. 9—10.

Nervation netzläufig, Typus von *Evonymus tingens*. Primärnerv aus einem 3—5‴ langen Stiele abgehend, bis über die Blattmitte stark hervortretend, gegen die Spitze zu schnell verschmälert. Secundärnerven unter Winkeln von 65—80° entspringend, hin und her gebogen, grössere mit kleineren abwechselnd; mittlere Distanz derselben $^1/_{12}$—$^1/_{10}$. Tertiärnerven zahlreich, unter wenig spitzen oder fast rechten Winkeln abgehend, selten verbindend, meist netzläufig. Maschen des Tertiärnetzes von verschiedener Gestalt, des quaternären Netzes queroval. Inhalt eines Secundärsegments 1—2 spitzwinklige kürzere Secundärnerven oder längere axenständige Tertiärnerven, 10 — 20 seitenständige untere und eben so viele obere Tertiärnerven. Eine Tertiärmasche umfasst 12—15 quaternäre.

Evonymus javanicus Blume.

Java.

Taf. IX, Fig. 4—5.

Nervation bogenläufig, Typus eigenthümlich. Primärnerv aus einem 1—2‴ langen Stiele abgehend, bis über die Mitte stark hervortretend, gegen die Spitze zu bedeutend verschmälert und daselbst etwas hin und her gebogen. Secundärnerven unter Winkeln von 45—60° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_5$—$^1/_4$. Tertiärnerven unter spitzen Winkeln entspringend, die der secundären fast querläufig; quaternäre Nerven noch scharf hervortretend, unter rechtem Winkel abgehend, ein lockeres rundmaschiges Netz bildend, welches die sehr kleinen rundlichen Maschen des quinternären Netzes einschliesst. Inhalt eines Secundärsegments 4—5 grössere spitzwinklige axenständige und jederseits 5 — 7 verbindende seitenständige Tertiärnerven. Tertiärsegment länglich, beiläufig 6—8 quaternäre Maschen umfassend.

Evonymus pendulus Wall.

Ost-Indien.

Taf. X, Fig. 7—8.

Nervation schlingläufig, Typus von *Senecio nemorensis*. Primärnerv aus einem 2 — 4‴ langen Stiele abgehend, von der Basis bis gegen die Spitze zu scharf hervortretend. Secundärnerven unter Winkeln von 70—80° entspringend, in der mittleren Distanz $^1/_9$—$^1/_8$. Schlingensegmente schwach gekrümmt, mindestens noch einmal so lang als breit. Bogen dem Rande bis auf 1‴ genähert. Die unteren Schlingenaxen bilden mit dem Primärnerv stumpfere Winkel als die mittleren und oberen. Tertiärnerven unter stumpfen Winkeln entspringend, entfernt

gestellt, meist verbindend. Quaternäre Nerven nicht entwickelt. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 4—5 untere und 3—4 obere, meist einfache geschlängelte Tertiärnerven.

Ein mit dieser Blattform sehr ähnliches Fossil fand sich in den Tertiärschichten von Sotzka vor.

Putterlickia pyracantha Endl.

Cap der guten Hoffnung.

Taf. X, Fig. 9—12.

Fig. 34.

Putterlickia pyracantha.

Nervation schlingläufig, Typus von *Cynoglossum officinale*. Primärnerv aus einem 1—3‴ langen Stiele abgehend, bis zur Spitze scharf hervortretend. Secundärnerven fast von der Stärke des primären, die unteren mit letzterem Winkel von 25—30°, die mittleren und oberen Winkel von 45—50° bildend. Schlingensegmente nicht gekrümmt, stumpf, nur unbedeutend länger als breit. Bogen dem Rande parallel laufend, mit einigen Aussenschlingen umgeben. Die Axen der untersten Schlingen spitzwinklig. Tertiärnerven stark hervortretend, unter rechtem Winkel entspringend, ein lockeres, aus länglichen Maschen zusammengesetztes Netz bildend. Quaternäre Nerven fehlend oder unvollkommen entwickelt. Inhalt eines mittleren Secundärsegments 2—3 untere, 1—2 obere, an der Spitze gabelspaltige Tertiärnerven.

Diese Nervationsform schliesst sich den Nervenbildungen von *Evonymus dichotomus*, *Pterocelastrus rostratus* und *Microtropis bivalvis* an, welche sich insbesondere durch die unter spitzeren Winkeln (30—45°) entspringenden Secundärnerven und den Mangel der hervortretenden Aussenschlingen charakterisiren. Sie unterscheidet sich aber von der Nervation ersterer Art durch die Form der Secundärsegmente, welche stets stumpfer und meist länger als breit sind. Von der Nervation der beiden letzteren Arten weicht sie wesentlich ab durch die beträchtlich geringere Zahl der Tertiärnerven in einem mittleren Secundärsegmente, denn sowohl *Pterocelastrus rostratus* als *Microtropis bivalvis* enthalten in einem solchen mindestens 2—4 axenständige und 4—7 seitenständige Tertiärnerven.

Unter den Pflanzenfossilien der Tertiärflora von Parschlug in Steiermark fand sich ein mit den Blättern von *Putterlickia* in Form und Nervation übereinstimmendes Blatt.

VERZEICHNISS DER TAFELN.

Taf. I.

Fig. 1. *Elaeodendron excelsum* vom Cap.
„ 2—3. „ *pubescens* vom Cap.
„ 4. Blatt einer asiatischen Myginda-Art.
„ 5. *Elaeodendron curtipendulum* von der Insel Norfolk.
Fig. 6. *Elaeodendron papillosum* vom Cap.
„ 7. „ *oligocarpum*, Südafrika.
„ 8. „ *orientale* von Madagaskar.
„ 9. Blatt einer neuholländischen Elaeodendron-Art.

Taf. II.

Fig. 1—3. Blätter einer Dalongia-Art aus Mexiko.
„ 4—5. *Myginda latifolia* von Westindien.
„ 6. *Elaeodendron sessiliflorum* vom Cap.
„ 7—8. „ *sphaerophyllum*, Südafrika.
„ 9. „ *capense* vom Cap.
„ 10. „ *athranthum* vom Cap.
Fig. 11. *Elaeodendron spilocarpum* vom Cap.
„ 12. Blatt einer neuholländischen Elaeodendron-Art.
„ 13. Blatt von *Elaeodendron undulatum*, cultivirt im k. k. Hofgarten zu Schönbrunn.
„ 14. *Elaeodendron glaucum* von Ostindien.

Taf. III.

Fig. 1—3. *Elaeodendron eucleaeforme* vom Cap.
„ 4—5. „ *reticulatum* von Südafrika.
„ 6. *Pterocelastrus rostratus* vom Cap.
„ 7. „ *stenopterus* von ebendaher.
„ 8. Blatt einer südafrikanischen Pterocelastrus-Art.
Fig. 9—10. Blätter einer südafrikanischen Hartogia-Art.
„ 11. Blatt einer Hartogia-Art vom Cap.
„ 12—13. *Hartogia Thea* vom Cap.
„ 14—15. „ *capensis* vom Cap.
„ 16—17. *Wimmeria discolor* von Mexiko.

Taf. IV.

Fig. 1. *Pterocelastrus tetrapterus* vom Cap.
„ 2. „ *tricuspidatus* vom Cap.
„ 3. *Maytenus marginata* aus Chile.
„ 4—6. „ *Boaria* aus Chile.
Fig. 7—8. *Maytenus brasiliensis* aus Brasilien.
„ 9—10. *Celastrus trigynus* von Madagaskar.
„ 11. *Microtropis bivalvis* aus Ostindien.
„ 12. „ *coriacea* aus Ostindien.

Taf. V.

Fig. 1—2. *Celastrus leptopus* vom Cap.
„ 3—6. „ *buxifolius* von ebendaher.
„ 7—8. „ *illicinus* von ebendaher.
„ 9. „ *dumetorum* von Südafrika.
Fig. 10—11. *Celastrus senegalensis*, Senegambien.
„ 12. „ *stylosus* aus Nepal.
„ 13. „ *nemorosus* vom Cap.
„ 14—15. „ *nutans* aus Ostindien.

Taf. VI.

Fig. 1. *Celastrus Krauseanus* vom Cap.
„ 2—3. „ *spathephyllus* vom Cap.
„ 4—5. „ *parvifolius* vom Cap.
„ 6—8. „ *empleurifolius* vom Cap.
„ 9—10. „ *collinus* vom Cap.
Fig. 11—12. *Celastrus cassinoides* vom Cap.
„ 13—14. „ *acuminatus* vom Cap.
„ 15. „ *ruber* aus Nepal.
„ 16. „ *cordatus* vom Cap.
„ 17—18. Blatt einer Celastrus-Art von Guatemala.

Taf. VII.

Fig. 1. Blatt einer südafrikanischen Celastrus-Art.
„ 2—3. *Celastrus rupestris* vom Cap.
„ 4—6. „ *heterophyllus* von ebendaher.
„ 7. „ *capitatus* von ebendaher.
„ 8—9. „ *lanceolatus* von Südafrika.
„ 10. „ *linearis* vom Cap.
„ 11—13. Blätter einer Celastrus-Art vom Port Jackson.
Fig. 14—15. *Celastrus ramulosus* von Neuholland.
„ 16. „ *campestris* vom Cap.
„ 17—18. „ *ovatus* vom Cap.
„ 19. Blatt einer asiatischen Celastrus-Art.
„ 20. *Celastrus lucidus* vom Cap.
„ 21—22. „ *refractus* von ebendaher.
„ 23. *Catha edulis*, Ostindien.

Taf. VIII.

Fig. 1. *Evonymus frigidus* aus Ostindien.
„ 2—4. „ *angustifolius*, Nordamerika.
„ 5. „ *Wallichii* von Nepal.
Fig. 6—7. *Evonymus americanus* aus Virginien.
„ 8. „ *glaber* aus Ostindien.
„ 9—10. „ *atropurpureus*, Nordamerika.

Taf. IX.

Fig. 1—2. *Evonymus fimbriatus* aus Ostindien.
„ 3. *Celastrus scandens*, Nordamerika.
„ 4—5. *Evonymus javanicus*, Java.
Fig. 6. Blatt von *Evonymus Schottii*, cultivirt im k. k. Hofgarten zu Schönbrunn.

Taf. X.

Fig. 1. *Evonymus acuminatus* aus Mexiko.
„ 2. „ *Hamiltonianus Wall.*, Nepal.
„ 3—4. „ *dichotomus* aus Ostindien.
„ 5. „ *glaber*, Ostindien.
Fig. 6. *Evonymus attenuatus*, Nepal.
„ 7—8. „ *pendulus*, Ostindien.
„ 9—12. *Putterlickia pyracantha* vom Cap.

Fig. 1. *Elaeodendron excelsum.*
Fig. 2 u. 3. *Elaeodendron pubescens.*
Fig. 4. *Myginda sp. Ostind. occident.*
Fig. 5. *Elaeodendron curtipendulum.*
Fig. 6. *Elaeodendron papillosum.*
Fig. 7. *Elaeodendron oligocarpum.*
Fig. 8. *Elaeodendron orientale.*
Fig. 9. *Elaeodendron sp. Nov. Holl.*

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

Fig. 1—3. *Dalongia sp. mexic.*
Fig. 4 u. 5. *Myginda latifolia.*
Fig. 6. *Elaeodendron sessiliflorum.*
Fig. 7 u. 8. *Elaeodendron sphaerophyllum.*
Fig. 9. *Elaeodendron capense.*
Fig. 10. *Elaeodendron athranthum.*
Fig. 11. *Elaeodendron psilocarpum.*
Fig. 12. *Elaeodendron sp. Nov. Holl.*
Fig. 13. *Elaeodendron undulatum.*
Fig. 14. *Elaeodendron glaucum.*

Fig. 1—3. *Elaeodendron eucleaeforme.*
Fig. 4 u. 5. *Elaeodendron reticulatum.*
Fig. 6. *Pterocelastrus rostratus.*
Fig. 7. *Pterocelastrus stenopterus.*
Fig. 8. *Pterocelastrus sp. Cap.*
Fig. 9 u. 10. *Hartogia sp. Cap.*
Fig. 11. *Hartogia sp. Cap.*
Fig. 12 u. 13. *Hartogia Thea.*
Fig. 14 u. 15. *Hartogia capensis.*
Fig. 16 u. 17. *Wimmeria discolor.*

Fig. 1. *Pterocelastrus tetrapterus.*
Fig. 2. *Pterocelastrus tricuspidatus.*
Fig. 3. *Maytenus marginata.*
Fig. 4—6. *Maytenus Boaria.*
Fig. 7 u. 8. *Maytenus brasiliensis.*
Fig. 9 u. 10. *Celastrus trigynus.*
Fig. 11. *Microtropis bivalvis.*
Fig. 12. *Microtropis coriacea.*

Fig. 1 u. 2. *Celastrus leptopus.* Fig. 7 u. 8. *Celastrus illicinus.* Fig. 10 u. 11. *Celastrus senegalensis.*
Fig. 3—6. *Celastrus buxifolius.* Fig. 9. *Celastrus dumetorum.* Fig. 12. *Celastrus stylosus.*
Fig. 13. *Celastrus nemorosus.* Fig. 14 u. 15. *Celastrus nutans.*

Fig. 1. *Celastrus krauseanus.*
Fig. 2 u. 3. *Celastrus spathephyllus.*
Fig. 4 u. 5. *Celastrus parvifolius.*
Fig. 6 — 8. *Celastrus empleurifolius.*
Fig. 9 u. 10. *Celastrus collinus.*
Fig. 11 u. 12. *Celastrus cassinoides*
Fig. 13 u. 14. *Celastrus acuminatus.*
Fig. 15. *Celastrus ruber.*
Fig. 16. *Celastrus cordatus.*
Fig. 17 u. 18. *Celastrus sp. Guatemala.*

Fig. 1. *Celastrus sp. Cap.*
Fig. 2 u. 3. *Celastrus rupestris.*
Fig. 4—6. *Celastrus heterophyllus.*
Fig. 7. *Celastrus capitatus.*
Fig. 8 u. 9. *Celastrus lanceolatus.*
Fig. 10. *Celastrus linearis.*
Fig. 11—13. *Celastrus sp. Nov. Holl.*
Fig. 14 u. 15. *Celastrus ramulosus.*
Fig. 16. *Celastrus campestris.*
Fig. 17 u. 18. *Celastrus ovatus.*
Fig. 19. *Celastrus sp. asiat.*
Fig. 20. *Celastrus lucidus.*
Fig. 21 u. 22. *Celastrus refractus.*
Fig. 23. *Catha edulis.*

Fig. 1. *Evonymus frigidus.*
Fig. 2—4. *Evonymus angustifolius.*

Fig. 5. *Evonymus Wallichii.*
Fig. 6 u. 7. *Evonymus americanus.*

Fig. 8. *Evonymus glaber.*
Fig. 9 u. 10. *Evonymus atropurpureus.*

1

3

2

4

6

5

Fig. 1 u. 2. *Evonymus fimbriatus.*
Fig. 3. *Celastrus scandens.*
Fig. 4 u. 5. *Evonymus javanicus.*
Fig. 6. *Evonymus Schottii.*

Fig. 1. *Evonymus acuminatus.*
Fig. 2. *Evonymus Hamiltonianus.*
Fig. 3 u. 4. *Evonymus dichotomus.*
Fig. 5. *Evonymus glaber.*
Fig. 6. *Evonymus attenuatus.*
Fig. 7 u. 8. *Evonymus pendulus.*
Fig. 9—12. *Putterlickia pyracantha.*

Zweite Abtheilung.

Abhandlungen von Nicht-Mitgliedern der Akademie.

Mit 9 Tafeln.

ABHANDLUNG

ÜBER

DIE RICHTUNG DER HAARE AM MENSCHLICHEN KÖRPER.

VON

Dr. CHRISTIAN AUGUST VOIGT,

O. Ö. PROFESSOR DER ANATOMIE AN DER UNIVERSITÄT ZU KRAKAU.

Mit 2 Tafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 24. JULI 1856.

ÜBER DIE RICHTUNG DER HAARE AM MENSCHLICHEN KÖRPER.

Über diesen Gegenstand hat schon Professor Dr. Eschricht in Kopenhagen eine in dänischer Sprache geschriebene Abhandlung in den Denkschriften der Kopenhagener Akademie veröffentlicht, die in der Folge in deutscher Übersetzung in Müller's Archiv der Anatomie und und Physiologie, Jahrgang 1837, erschienen ist. — Meine Untersuchungen liefern zum Theil Ergänzungen, zum Theil Berichtigungen seiner Beobachtungen, und wenn Eschricht den Grund, die Bedeutung der verschiedenen Haarrichtung nicht anzugeben vermochte, sondern blos gewissen Punkten der Oberfläche des Körpers und des Skelets auf die Haarspitzen eine grössere Anziehung, andern eine grössere Abstossung zuschrieb und zuletzt das ganze Phänomen blos der sich überall in der Natur kundthuenden Regelmässigkeit in der räumlichen Anordnung der Theile anreihte, so glaube ich den Grund dieser verschiedenen Anordnung der Haarrichtung gefunden zu haben, indem ich dieses Phänomen auf das Wachsthumsgesetz der Oberfläche des menschlichen Körpers, auf die Entwickelungsgesetze des Hautorganes selbst, so wie auch zugleich auf die Gesetze des Wachsthums des in der Tiefe liegenden Skelets und der zwischenliegenden Weichtheile zurückführe und daraus erkläre. Zur Erklärung der Anordnung der Haare in divergirende Wirbel, auf welche ich die Ausströmungspunkte der verschiedenen Haarrichtungen zurückführe, wende ich das für das grosse Reich der Pflanzen bereits mathematisch nachgewiesene Gesetz der spiralen und schraubenförmigen Anordnung der Triebe, Äste, Zweige, Blätter, Warzen etc., der Blüthen und Samen auf den Fruchtböden, z. B. auf der Scheibe der Sonnenblume und auf den hemisphärischen Anthoklinien an. — Die Giltigkeit dieses Gesetzes hat noch an Ausdehnung gewonnen durch die erst in der neuesten Zeit hinzugefügten

Beobachtungen, dass sich auch im Bau und Gefüge der Baumstämme die Spirale und Schraube in den aussen sichtbaren Windungen der Stämme und in der spiralen Richtung der Holzfaser nachweisen lasse. — Dieses Gesetz übertrage ich nun auf den thierischen Organismus und stelle die Behauptung auf, dass sich dasselbe auch in der Bildung des Animalen wird nachweisen lassen, und bringe die Beweise bei, dass sich dasselbe zunächst hier auf die wirbelförmige Anordnung der Haare anwenden lasse.

In dieser angeführten Abhandlung sagt Eschricht, Seite 48: „Ich habe versucht, die Richtung der Haare unter dem Bilde einer Strömung anschaulich zu machen.

Als Ausströmungspunkte betrachte ich solche Stellen, denen alle Haare ihre Wurzeln zukehren. Unter einem Strom verstehe ich aber eine doppelte Reihe von krummen Bögen, die an der einen Seite an einander liegen. Sind es hier die Haarwurzeln, die von beiden Seiten an einander geneigt sind, so nenne ich den Strom divergirend; sind es die Haarspitzen, convergirend. Von einem Ausströmungspunkte können also nur divergirende Ströme ausgehen.

Ein Kreuz nenne ich eine viereckige Stelle, wo zwei divergirende Ströme senkrecht auf einander stossen und verschwinden, während von den anderen beiden Ecken neue aber convergirende Ströme ausgehen. — Überhaupt betrachte ich die divergirenden Ströme als primäre, die convergirenden als secundäre.

Die Bedeutung des Ausdrucks Wirbel ist allgemein angenommen.“ S. 57 führt er an: „Eine sehr merkwürdige Varietät sah ich an einem Fötus. In der Mittellinie auf dem Kreuzbein fand sich ein Wirbel. Er war aber ein convergirender. Alle Haarspitzen kehrten sich ihm zu, übrigens drehten sie sich wie sonst bei der Wirbelbildung. Es ist das der einzige Fall eines convergirenden Wirbels, der mir bei keinem Menschen vorgekommen ist.“

Ich behalte die von Eschricht gewählten Benennungen, jedoch mit einigen Modificationen, bei. Meine Beobachtungen lehren, dass alle Ausströmungspunkte divergirende Wirbel seien, deren Anzahl nicht immer gleich ist. Sehr selten ist das Centrum des Wirbels ein Punkt, viel öfter eine längere oder kürzere Linie, die manchmal $\mathcal{S}$ förmig gekrümmt ist; ferner ist der innere Augenwinkel sammt der Augenlidspalte, der Eingang in den äusseren Gehörgang und der Bock *(tragus)* ein solches Centrum. Die Ausströmungslinien aus solchen Wirbeln werden nach kürzerem oder längerem Lauf oder erst am Ende divergirend, und so entstehen längere, kürzere oder ganz kurze divergirende Ströme; nie beginnen die divergirenden Ströme unmittelbar aus dem Centrum eines divergirenden Wirbels, sondern immer erst, nachdem der Wirbel in einem geringeren oder grösseren Umfange ausgebildet ist, fangen die Ausströmungslinien an zu divergiren.

Convergirende Ströme finde ich überall da, wo die aus dem Centrum kommenden Haarausströmungslinien, sei es nur eines und desselben Wirbels, wie an den Extremitäten oder zweier Nachbarwirbel, schief auf einander stossen; mithin bilden dieselben in der Regel die Grenze zweier Wirbel, oder an den Extremitäten bezeichnen sie die bald auf- bald absteigenden Scheidelinien, in denen die Ausströmungslinien eines und desselben Wirbels schief auf einander stossen.

Kreuze nenne ich jene viereckigen Stellen in diesen Grenzlinien eines und desselben Wirbels oder zweier Nachbarwirbel, wo zwei divergirende Ströme nach längerem oder kürzerem Lauf senkrecht auf einander stossen, oder wo die Wirbelausströmungslinien erst durch dieses senkrechte Aufeinanderstossen divergirend werden, und wo an den zwei anderen Ecken

die nun schief auf einander treffenden Haarrichtungslinien zwei in entgegengesetzter Richtung verlaufende convergirende Ströme bilden. Mithin liegen die Kreuze entweder in der Mittellinie des Körpers in der Grenzlinie zweier gleichnamiger Wirbel, oder an den Seiten des Körpers in der Grenzlinie zweier über einander liegender Wirbel, oder an den Extremitäten in der Scheidelinie der Wirbelausströmungen eines und desselben Wirbels.

Normal vorkommende convergirende Wirbel habe ich beim Menschen ebenfalls mehrere gefunden, deren Anzahl auch nicht immer dieselbe ist. Auch hier laufen die spiralförmig gewundenen Haarrichtungslinien nicht immer in einem Punkte convergirend zusammen, sondern endigen manchmal in einer gewundenen längeren oder kürzeren Linie oder am Umfange, z. B. des Nabels, der Haut, welche das männliche Glied umkleidet. Sind die Härchen länger geworden, so erheben sie sich über die Oberfläche und bilden spiralförmig gewundene Haarspitzen, ähnlich den Haarbüscheln an der Schwanzspitze der Thiere.

Convergirende Wirbel liegen entweder innerhalb der Grenzlinie der Ausströmungen eines und desselben Wirbels, wie z. B. in der Grenzlinie der Ausströmungen des Achselhöhlenwirbels der Ellbogenwirbel liegt, oder an Stellen, wo die Grenzlinien zweier oder dreier Nachbarwirbel zusammentreffen. — Da in den Grenzlinien immer convergirende Ströme laufen, so endigen in einem convergirenden Wirbel wenigstens zwei, aber auch vier und fünf solcher Ströme laufen im Centrum eines solchen Wirbels aus und finden ihr Ende allda. — Die divergirenden Wirbel sind primäre, die convergirenden secundäre Bildungen.

Am menschlichen Körper kommen bei regelmässiger Bildung folgende ausgebildete divergirende Wirbel vor:

1. ein Kopf- oder Scheitelwirbel, manchmal ein Doppelwirbel,
2. und 3. zwei Augen- oder Gesichtswirbel,
4. und 5. zwei Ohrwirbel,
6. und 7. zwei Achselhöhlenwirbel,
8. und 9. zwei Leistenwirbel.

An der Seite des Körpers zwischen dem Achselhöhlen- und Leistenwirbel kommen ein oder zwei Wirbel eingeschaltet vor. Ich habe auch folgende Anomalie beobachtet: Bei einem Embryo von Zwillingen waren an der rechten Seite zwischen dem Achselhöhlen- und Leisten- oder Schenkelwirbel zwei, an der linken Seite nur ein Wirbel eingeschoben.

Unvollkommen entwickelte divergirende Wirbel kommen am Rücken der Hände und Füsse vor. Das Centrum des Handrückenwirbels liegt am Armspindelrande der Hand, da wo in der Tiefe das Gelenk zwischen der Basis des Mittelhandknochens des Daumens und dem *Os multangulum majus* zu treffen. Der rudimentäre Fussrückenwirbel war von der deutlich wellenförmig gestalteten Grenze der Haarausströmungslinien des Leistenwirbels, welche beide Fussknöchel frei liess, durch einen haarlosen Zwischenraum geschieden.

Die convergirenden Wirbel liegen entweder in der Mittellinie des Körpers oder an den Seitenhälften. In der Mittellinie liegende convergirende Wirbel sind bei regelmässiger Bildung:

1. der vordere Kopfwirbel am vorderen Ende der Kopfwirbelsäule,
2. der Steisswirbel am unteren Ende der Rückenwirbelsäule,
3. der Nabelwirbel,
4. der Penis-Wirbel.

Seitlich liegende convergirende Wirbel:

5. und 6. zwei Halswirbel;

7. und 8. zwei Ellbogenhöckerwirbel.

Eine Vermehrung der Anzahl der convergirenden Wirbel fand ich zweimal: auf dem Rücken in der Höhe der unteren Winkel beider Schulterblätter war ein convergirender Wirbel ausgebildet; sein Centrum lag nicht ganz in der Mittellinie des Rückens; in diesem Falle waren beide divergirende Leistenwirbel von ihrer Stelle an die Seite der Brustwand hinauf gerückt; die Wirbel waren rechtswendig und ihre starken Ausströmungen bewirkten ein Abwenden des Rückenstromes, und die gewundenen Enden der Haarrichtungslinien bildeten einen convergirenden Wirbel.

Um einen convergirenden Halswirbel weniger zählte ich bei einem Embryo, wo statt zweier nur der rechtseitige sich vorfand, der aber der Mittellinie des Halses ganz nahe gerückt war. Diese Anomalie war in Verbindung mit dem Abweichen des aus dem Scheitelwirbel kommenden Rückenstromes in der Nackengrubengegend nach links. Dieselbe Anomalie, nur modificirt, fand ich bei einem Erwachsenen: der rechte convergirende Halswirbel war sehr deutlich ausgebildet und lag an seiner gewöhnlichen Stelle in der Unterohrgrube, der linke fehlte; die in denselben fliessenden und sich einrollenden Endströme liefen, ohne sich einzurollen, über die linke Oberzungenbeingegend, dann über die Mittellinie hinüber, spitzten sich zu und endigten im rechten Halswirbel. Ähnliche Anomalie des Halswirbels fand ich mehrere Male am Halse der Pferde.

Bei ungestörter Haarentwicklung findet man nachfolgende regelmässig ausgebildete Kreuze vor:

In der Mittellinie des Körpers, in der Grenzlinie zwischen zwei gleichnamigen divergirenden Wirbeln

1. das Nasenwurzelkreuz,
2. das Zungenbeinkreuz,
3. das Brustkreuz,
4. das Bauchkreuz,
5. das Penis-Kreuz,
6. das Steisskreuz.

An der Seite des Körpers in der Grenzlinie zweier über einander liegenden divergirenden Wirbel:

7. und 8. zwei Augenbraukreuze,
9. und 10. zwei Nackenkreuze,
11. und 12. zwei Oberohrkreuze,
13. und 14. zwei Seiten- (Brust-) Kreuze.

An den Extremitäten in der Scheidelinie der Wirbelausströmungen eines und desselben divergirenden Wirbels:

15. und 16. zwei Delta- oder Schulterkreuze,
17. und 18. zwei Ulnar-Kreuze,
19. und 20. zwei Handwurzelkreuze (nicht immer vollkommen ausgebildet),
21. und 22. zwei Schenkelkreuze.

Sind zwischen dem Achsel- und Leistenwirbel, auf beiden oder blos auf einer Seite, ein oder selbst zwei divergirende Wirbel eingeschaltet, so kann die Anzahl der Kreuze um 1,

2, 3, selbst 4 vermehrt sein. Bei anomal vorkommendem convergirenden Wirbel auf dem Rücken bildet sich in Folge der Verwerfung der Haarströmungen unterhalb des Wirbels in der Mittellinie oder ihr nahe ein abnormes Kreuz aus. Bei anomaler Ausbildung blos eines convergirenden Wirbels am Halse habe ich das Zungenbeinkreuz fehlend und bei der damit in Verbindung vorkommenden Abweichung am Nacken das eine Nackenkreuz herabgerückt und in die Mittellinie auf die Stachelfortsätze der obersten Brustwirbel versetzt gefunden.

BESCHREIBUNG DER DIVERGIRENDEN WIRBEL UND IHRER SECUNDÄREN BILDUNGEN.

1. Das Centrum des divergirenden Kopf- oder Scheitelwirbels ist bald in der Mittellinie, bald an den Seiten gelagert, seine spiralen Ausströmungen bilden öfter einen rechts- als linkswendigen Wirbel, manchmal kommt auch ein unvollkommenes Verschmelzen zweier Wirbel — ein Doppelwirbel — vor, wo der eine rechts, der andere links gewunden ist, dann treffen die gegenseitigen Ausströmungen in der Mittellinie senkrecht auf einander, bilden ein Scheitelkreuz und zwei kurze nach vor- und rückwärts laufende convergirende Ströme; hierauf legen und drängen sich die Strömungsbögen an einander, schieben sich auch über einander, und nach einem längeren oder kürzeren parallelen Laufe, die einen vor- die andern rückwärts, wenden sie sich wieder von einander ab und fliessen auf der Stirn und in dem Nacken divergent herab.

Die Wirbelausströmungen sind auf dem Schädelgewölbe *(Calvaria)* mehr oder weniger regelmässig ausgebildet. Der Scheitelwirbel grenzt mit seinen Ausströmungen an beide Augenwirbel, an beide Ohrwirbel und an die aufsteigenden Ausströmungen beider Achselhöhlenwirbel und bildet mit ihren Ausströmungen an seinen Grenzen convergirende Ströme, Kreuze und convergirende Wirbel.

Die nach vorne sich wendenden Ausströmungen dieses Wirbels bilden den mittleren und die zwei seitlichen Stirnströme, welche am oberen Augenhöhlenrande auf die zwei mittleren und die zwei seitlichen Ausströmungen der beiden Augenwirbel treffen. An der Stelle des oberen Augenhöhlenrandes, wo in der Tiefe das *Foramen supra orbitale*, die Nerven und Gefässe liegen, treffen diese Ausströmungen des Scheitel- und Augenwirbels senkrecht auf einander und bilden das Augenbraukreuz und von diesem aus die zwei entgegengesetzt verlaufenden convergirenden Augenbrauströme, den inneren und äusseren. Beide inneren Augenbrauströme treffen in der Mittellinie an der Stelle auf einander, wo in der Tiefe an der *pars nasalis ossis frontis* die aufwärts verlaufende Stirnnath und die abwärts gerichtete *Spina nasalis* beginnt, wo mithin das vordere Ende der Kopfwirbelsäule liegt; hier bilden sie mit dem vom Nasenwurzelkreuz aufwärts steigenden convergirenden Strome aus beiden Augenwirbeln und mit der abwärts steigenden ebenfalls convergirend in eine Spitze zusammenlaufenden Strömung der beiden Hälften des mittleren Stirnstromes den convergirenden Kopfwirbel am vorderen Ende der Kopfwirbelsäule. In diesem convergirenden Wirbel finden demnach vier convergirende Ströme ihr Ende. Bei grösseren Embryonen verlängern sich die Härchen und bilden eine spiral gewundene Haarspitze, ähnlich der an der Schwanzspitze der Thiere. Die Richtungslinien des mittleren Stirnstromes sind manchmal stark geknickt, die Convexität der Knickung liegt nach links, die Concavität nach rechts, welche Knickung dann die seitlichen Stirnströme in Unordnung bringt und das Centrum des convergirenden Wirbels, wie ich einmal sah, von der Mittellinie nach rechts vorschiebt.

Die seitlichen Ausströmungen des Scheitelwirbels bilden die beiden Schläfen und hinteren Ohrströme. Die beiden Schläfenströme verlaufen zwischen den seitlichen Stirnströmen und den beiden hinteren Ohrströmen abwärts und bilden mit den letzteren das Oberohrkreuz, indem sie hier gleich oberhalb der Ohrmuschel senkrecht auf die Ausströmungen des Ohrwirbels treffen, welche dann ebenfalls aus einander weichen und zwei in entgegengesetzter Richtung verlaufende convergirende Ströme, den Vorderohr- und den Ohrmuschelrandstrom, erzeugen, welche beide die Ausströmungen des Ohrwirbels von den sie umgreifenden Ausströmungen des Scheitelwirbels scheiden. Der Schläfenstrom drängt sich nun mit seiner Strömung zwischen die Grenzlinien des Ohr- und Augenwirbels ein, hält sie aus einander, läuft, schmäler geworden, sich rückwärts wendend über den Winkel des Unterkiefers und endet, sich einrollend, in der hinter und unter diesem Winkel gelegenen Unterohrgrube im convergirenden Halswirbel.

Die hinteren Ohrströme wenden sich rück- und abwärts; ihre bogenförmigen Strömungslinien übergehen von der Seitenwand des Kopfes zur Rückenfläche der Ohrmuschel; an der Übergangsstelle sind sie geknickt und zusammengeschoben, breiten sich dann wieder aus, folgen der Einrollung des Ohrmuschelrandes, treffen hier am Rande auf die Grenze der Ausströmungen des Ohrwirbels und bilden mit denselben den Ohrmuschelrandstrom.

Dieser convergirende Strom zerfällt bei Thieren, wo die Ohrmuschel in eine Spitze ausgeht, in zwei convergirende Ströme, welche, den Rändern der Ohrmuschel folgend, an der Spitze zusammenlaufen. Hier laufen die Haarrichtungslinien von beiden Flächen der Ohrmuschel ebenfalls spitzig zusammen, so wird hier an der Spitze ein convergirender Wirbel erzeugt, dessen Härchen, wenn sie sich verlängern, eine gewundene Haarspitze erzeugen.

Eine solche Haarspitze habe ich auch bei grösseren menschlichen Embryonen gefunden; sie liegt, nach hinten und oben sehend, in diesem Ohrmuschelrandstrome. Da der Rand der Helix beim Menschen nur ausnahmsweise in eine Spitze ausgeht, in der Regel mehr oder weniger abgerundet ist, so ist beim Menschen die Bildung eines convergirenden Ohrwirbels nur angedeutet, nicht ausgebildet.

Der Rest der Ausströmung des Scheitelwirbels läuft rückwärts über das Hinterhaupt in den Nacken und zerfällt in zwei seitliche und eine mittlere Strömung. Die beiden seitlichen Ströme kann man untere Ohr- oder seitliche Nackenströme nennen; ihre Richtungslinien winden sich, unter dem Ohre verlaufend, nach vorne; sie trennen sich demnach von der mittleren Strömung, — dem mittleren Nackenstrome. Diese Trennungsstelle liegt zu beiden Seiten der Nackengrube auf den Nackenmuskelwülsten; hier findet man demnach die Nackenkreuze, welche gebildet werden, indem diese divergirenden Nackenströme auf die aufsteigenden ebenfalls divergirenden, schräg verlaufenden seitlichen Halsströme (welche Ausflüsse der Achselwirbel sind) stossen. Von jedem Nackenkreuze verlaufen in der Grenzlinie zwischen dem Scheitel- und Achselwirbel zwei convergirende Ströme in entgegengesetzter Richtung: der eine, der quere seitliche Halsstrom, läuft quer nach vorne, steigt auf dem *sterno-cleido-mastoideus* etwas abwärts, dann wieder aufwärts und windet sich in den convergirenden Halswirbel hinein. Der zweite ist der seitliche Rückenstrom, steigt abwärts und endet im convergirenden Steisswirbel. Die unteren Ohrströmungen verlaufen demnach zwischen den hinteren Ohr- und den convergirenden queren seitlichen Halströmen nach vorne, treffen hier auf die aus dem divergirenden Ohrwirbel abwärts in den convergirenden Halswirbel hinein verlaufenden vorderen Ohrströme und bilden mit denselben einen

convergirenden Strom, welcher mit dem sich zuspitzenden Ende der unteren Ohrströmung ebenfalls dem Mittelpunkte des convergirenden Halswirbels zuläuft.

Der mittlere Nackenstrom als letzte Ausströmung des Scheitelwirbels wird im Laufe abwärts zum mittleren Rückenstrome und verläuft als solcher zwischen den zwei Nackenkreuzen und den zwei seitlichen convergirenden Rückenströmen, ist oben breiter, wird im Laufe immer schmäler und endet im convergirenden Steisswirbel. Das Centrum dieses Wirbels liegt nicht unmittelbar auf der Spitze des Steissbeines, die einwärts gebogen ist, sondern ist etwas höher gerückt, ungefähr auf die Verbindung des Kreuz- und Steissbeines. Bei grösseren Embryonen findet man auch hier, dass sich die länger gewordenen Härchen winden und eine Haarspitze bilden, ähnlich der auf der Schwanzspitze der Thiere. So wie demnach die vordere Ausströmung des Scheitelwirbels am vorderen Ende der Kopfwirbelsäule endet und hier zur Bildung des convergirenden Kopfwirbels beiträgt, eben so endet die hintere Ausströmung desselben am unteren Ende der Rückenwirbelsäule und trägt zur Bildung des ebenfalls convergirenden Steisswirbels bei.

3. u. 4. Als Centrum der paarigen divergirenden Augen- oder Gesichtswirbel kann man blos den inneren Augenwinkel oder die ganze Augenlidspalte betrachten. Thut man das erstere, so liegt die Augenlidspalte in der Mittellinie eines vom inneren Augenwinkel auslaufenden divergirenden Stromes; thut man das letztere, so könnte man die Cilien als stärkere Haare, welche das Centrum einfassen, betrachten. Ich ziehe das erstere vor, weil die Augenlidspalte zur Zeit der Haarbildung von einer hautartigen Epidermis-Lage geschlossen ist und die von derselben gedeckten Anlagen der Cilien einen divergirenden Strom darstellen. Beide Augenwirbel grenzen mit ihren Ausströmungen in der Mittellinie an einander, nach oben und an den Seiten an die Ausströmungen des Kopf- oder Scheitelwirbels, und nach unten an die Ausströmungen der paarigen Achselwirbel.

Die von den inneren Augenwinkeln als Mittelpunkten der Augenwirbel in wagerechter und der Augenlidspalte entgegengesetzter Richtung verlaufenden Ausströmungen treffen auf der Nasenwurzel auf einander und bilden hier das Nasenwurzelkreuz. Die aufwärts weichenden Strömungen erzeugen einen aufsteigenden convergirenden Strom, der im convergirenden Kopfwirbel endet. Die abwärts sich wendenden bilden einen convergirenden Strom, der in der Mittellinie des Gesichtes über die Nase, die Oberlippe, die Unterlippe, das Kinn bis zum Zungenbein abwärts verläuft und durch die Mundspalte blos unterbrochen wird. Auf dem Zungenbein treffen diese abwärts gerichteten Strömungen aus beiden Augenwirbeln auf die in der Mittellinie, von dem Brustkreuze angefangen, aufwärts gerichteten Ausströmungen beider Achselwirbel, und da sie beim Zungenbein senkrecht auf einander treffen, so bilden sie hier das Zungenbeinkreuz, und von diesem aus die zwei convergirenden vorderen queren Halsströme, welche auswärts laufend im convergirenden Halswirbel enden.

Die von den inneren Augenwinkeln über die Seiten der Nase, die Nasenflügel, verlaufenden Strömungen werden durch die Nasenlöcher und die Seitenhälften der Mundspalte in ihrer Stromrichtung nicht abgeändert, sondern blos unterbrochen; sie hören an einem Rande der Öffnung auf und beginnen am entgegengesetzten Rande in derselben Richtung wieder. Nur die Vibrissæ als stärkere Haare sind gegen das Lumen der Nasenöffnungen gekehrt.

Die nächsten vom inneren Augenwinkel auslaufenden Strömungen wenden sich nach ab- und rückwärts, laufen über die Backen und Wangen als Backen- und Wangenströme,

setzen über den Kaumuskel und den Rand des Unterkiefers ihren Lauf fort, wenden sich rückwärts, vereinigen sich mit denen, die von der Seite der Nase, von der Unterlippe über die Seiten des Kinns herabkommen und sich ihnen anschliessen. Von diesen letzteren laufen die der Mittellinie näher liegenden in den convergirenden vorderen Halsstrom. Die hinteren längsten, welche als die eigentlichen Fortsetzungen des Backenstromes zu betrachten sind, fliessen, schmäler geworden sich einrollend, in den convergirenden Halswirbel hinein, begrenzt von den Strömungen des Schläfen- und des convergirenden vorderen queren Halsstromes.

Der in der Augenlidspalte liegende, vom inneren Augenwinkel ebenfalls auslaufende divergirende Augenspaltenstrom hat in erster Reihe die stärkeren Augenwimpernhaare, mit welchen dieser divergirende Strom beginnt; hierauf folgen die feineren, in enge an einander gedrückte schräg verlaufende Haarrichtungsbögen geordnet. Die das untere Augenlid deckenden schliessen sich im weiteren Laufe dem Wangenstrome an. Die über das obere Augenlid laufenden wenden sich auf- und auswärts und legen sich an die letzte Ausströmung vom inneren Augenwinkel an, die aufwärts steigt und, wie ich bereits beschrieben habe, am Augenbraukreuz in zwei divergirende Hälften sich theilt, von denen die äussere, welche in ihrer letzten Ausströmung stärkere Härchen treibt, die äussere und untere Hälfte der Augenbraue bildet, während die obere und ebenfalls äussere Hälfte der Augenbraue und des Augenbraustromes ebenfalls von stärkeren Härchen der Randströmung des seitlichen Stirnstromes gebildet wird. Die innere Hälfte des convergirenden Augenbraustromes ist nur bei wenigen erwachsenen Menschen mit stärkeren Augenbrauhaaren versehen und ausgebildet. In einem solchen Falle kommen wie bei denen, welche die Griechen Synophryes nannten, die inneren Enden beider Augenbrauen in der Mittellinie zusammen.

4. u. 5. Die paarigen divergirenden Ohrwirbel sind, wie ich beim Scheitelwirbel beschrieben habe, zwischen die am oberen Ohrkreuz sich trennenden und unter dem Ohr wieder zusammenfliessenden Schläfen- und hinteren und unteren Ohrströme eingeschoben; sie sind auf einer Hautfläche ausgebildet, die nach oben und an den Seiten abgerundet ist und nur nach unten in eine Spitze ausläuft. Am Rande oben liegt das Oberohrkreuz, den vorderen Rand derselben umsäumt der convergirende vordere Ohrstrom, den hinteren der Ohrmuschelrandstrom; der letztere läuft über den Rand des Ohrläppchens nach abwärts, scheidet hier die Spitze der vorderen Ohrströmung vom zugespitzten Ende der unteren Ohrströmung, fliesst mit dem convergirenden vorderen Ohrstrome in einen Strom zusammen und endet im convergirenden Halswirbel. Diese Hautfläche bekleidet mit ihrer hinteren Hälfte die ausgehöhlte, trichterförmige, gefaltete Fläche des Ohrmuschelknorpels, mit ihrer vorderen den Bock und die Fläche vor dem Ohre, welche bei Männern, die selbst einen starken Backenbart haben, von demselben frei bleibt.

Das Centrum dieses divergirenden Ohrwirbels liegt im Eingange des *meatus auditorius externus* und der Spitze des Tragus nahe. Dem Centrum zunächst sprossen die Caprones, die mit ihren Spitzen gegen die Höhlung des äusseren Gehörganges sehen. Die ebenfalls hier beginnenden divergirenden Ausströmungslinien dieses Wirbels liegen dem Centrum zunächst gedrängt und breiten sich dann aus. Der aus dem Centrum aufwärts steigende Strom geht über die Gegenwindung und hierauf auch über den umgekrümmten Rand der Windung, trifft hier senkrecht auf die Divergenz des Schläfen- und hinteren Ohrstromes, bildet mit denselben das Oberohrkreuz und von diesem aus nach vorne — den convergirenden Vorderohr- und nach hinten den Ohrmuschelrandstrom. Die hintere und untere Ausströmung

begränzt der Ohrmuschelrandstrom. Die vordere geht oben über den Ursprung der Helix und breitet sich dann abwärts strömend auf der Fläche vor dem Ohre aus, vereinigt sich mit der in der Rinne zwischen Tragus und dem Ursprunge der Helix hervorkommenden, so wie auch mit der, welche in der *incisura semilunaris* herausfliesst, und alle drei zusammen bilden die sich zuspitzende vordere Ohrströmung, die im convergirenden Halswirbel ihr Ende findet. Hier in diesem convergirenden Halswirbel fliessen demnach, wie ich bereits aufgezählt habe, fünf convergirende Ströme zusammen und er liegt in der Unterohrgrube, da wo in der früheren Entwickelungsperiode des Embryo die unterste Schlundspalte (Kiemenspalte) liegt.

6. u. 7. Die paarigen divergirenden Achselhöhlenwirbel haben ein weites Verbreitungsgebiet, denn sie bedecken mit ihren Ausströmungen die Brust, den Hals, den Rücken und die ganze obere Extremität. Sie grenzen somit nach oben an die Ausströmungen des Scheitelwirbels und beider Augenwirbel. In der vorderen Mittellinie des Körpers stossen ihre beiderseitigen Stromlinien auf und an einander, nach hinten legen sie sich an den zwischen ihre Ausströmungen eingeschobenen Rückenstrom. Nach unten grenzen sie bei regelmässiger Ausbildung an die oberen Ausströmungen des Leistenwirbels. Ist zwischen beide Wirbel einer oder gar zwei seitliche divergirende Wirbel eingeschoben, so reichen die unteren Ausströmungen nicht so tief herab.

Das Centrum dieses Wirbels liegt in der Tiefe der Achselhöhle ungefähr an der Stelle, wo unter der Haut das Achselnervengeflecht und die Gefässe liegen; es verschiebt sich auch nach hinten und ist manchmal in seiner Ausbildung gestört. Die Wirbelströmung ist nur in einem geringen Umfange regelmässig ausgebildet, öfter links- als rechtswendig; nicht weit vom Centrum beginnt aus derselben der divergirende, absteigende, seitliche Brustst rom, der in geschwungener Richtung verlaufend der Brustwarze sehr nahe kommt, dann fast senkrecht abwärts steigend auf den aufwärts steigenden divergirenden seitlichen Bauchstrom, der aus dem Leistenwirbel kommt, trifft und hier mit den Ausströmungen desselben das Seitenkreuz (oder seitliche Thorax-Kreuz) und zwei convergirende Ströme erzeugt, welche in der Grenze zwischen den Ausströmungen des Achsel- und Leistenwirbels verlaufen. Der nach vorne laufende endet (wenn kein seitlicher divergirender Wirbel eingeschaltet und wenn das Centrum des Leistenwirbels nicht hinauf gerückt ist) im convergirenden Nabelwirbel. Der hintere umgeht die Seitenwand des Thorax und läuft in den seitlichen convergirenden Rückenstrom hinein.

Von den aus dem divergirenden absteigenden seitlichen Bruststrome fliessenden Strömungen laufen die hintere über die seitliche Brustwand, das Schulterblatt und den Rücken, legen sich an den Rückenstrom und bilden die Fortsetzung des convergirenden seitlichen Rückenstromes, die vorderen Strömungen in ihrem Laufe zur Mittellinie überspringen die Areola und die Brustwarze, ändern hierdurch ihren Lauf nicht, neigen sich abwärts und bilden mit den gleichnamigen der anderen Seite einen Theil des Mittelstromes, und zwar den absteigenden convergirenden Bauchstrom.

Die queren Brustströme gehören ebenfalls zu den divergirenden, jedoch breiten Ausströmungen, welche aus den Achselhöhlenwirbeln kommend wagerecht laufen, in der vorderen Mittellinie auf dem Sternum senkrecht auf einander stossen und hier das Brust- oder Sternal-Kreuz bilden. Die abwärts weichenden schräg gewordenen Strömungen laufen oberhalb der Brustwarze über die Brust und bilden in der Mittellinie den convergirenden abwärts laufenden Bruststrom, der in den absteigenden Bauchstrom übergeht.

Die aufwärts weichenden Strömungen beider queren Brustströme nehmen ihren Lauf über die Schlüsselbeine; in der Mittellinie bilden sie den aufsteigenden Brust- und Halsstrom, der convergirend anfängt, dann laufen die aufwärts steigenden Strömungen parallel, legen sich in der Mittellinie blos an einander und auf dem Zungenbeine treffen sie senkrecht auf den absteigenden mittleren Gesichtsstrom und bilden hier das Zungenbeinkreuz. Die von hier sich seitlich wendende Strömung trägt zur Bildung des convergirenden queren Halsstromes bei und läuft sich zuspitzend und einrollend in den convergirenden Halswirbel hinein. Der nächste Theil dieser über die Clavicula aufsteigenden Strömung läuft schräg über den *Sterno-cleido-mastoideus*, wird zum divergirenden schräg aufsteigenden seitlichen Halsstrome, der im Nackenkreuz senkrecht auf die Divergenz des mittleren und seitlichen Nackenstromes stösst und hier dieses Kreuz und zwei convergirende Ströme bildet, von denen der nach vorne sich wendende der quere seitliche Halsstrom ist, der hinten laufende abwärts gerichtete convergirende Strom ist der seitliche Rückenstrom; er nimmt die anfangs quer über die Seiten des Halses, dann absteigend verlaufenden Ausströmungen aus diesem divergirenden seitlichen Halsstrome auf.

Die für die obere Extremität bestimmten, aus dem Achselhöhlenwirbel stammenden Ausströmungen sind eine vordere, eine hintere und eine mittlere, welche die längste ist. Sie unterscheiden sich dadurch von den am Stamme vorkommenden, dass sie nach längerem oder kürzerem Laufe auf einander stossen, Kreuze, convergirende Ströme und convergirende Wirbel bilden.

Die vordere Strömung bildet den vorderen Schulterstrom, der aus dem Achselhöhlenwirbel kommend über die vordere Wand der Achselhöhle (den unteren Rand des *pectoralis major*) sich herum windet und nun auf- und auswärts sich ausbreitet; der der Mittellinie nächste Theil desselben läuft in Bogenkrümmungen über das Schlüsselbein, über die Seite des Halses in den Nacken und mündet noch in dem seitlichen Rückenstrome. Die zunächst darauf folgenden werden immer mehr divergirend, umgreifen die vordere Fläche der Schulter und wenden sich nach hinten und aussen. Der unterste Theil dieser Strömung läuft quer, fast wagerecht um den Delta-Muskel und ist der divergirende quere Schulterstrom; er trifft auf der äusseren Fläche desselben auf einen ebenfalls quer laufenden Strom, der zur hinteren Strömung gehört (den hinteren queren Schulterstrom), beide treffen hier senkrecht auf einander und bilden das Delta-Kreuz. Die zwei convergirenden Ströme, die durch das Ablenken dieser queren Ströme entstehen, sind: Der aufsteigende Schulterstrom, der im weiter wagerechten Laufe zum queren Rückenstrome wird und sich abwärts wendend im seitlichen convergirenden Rückenstrome verliert. Zu seiner Bildung fliessen die beschriebene aufsteigende Strömung des vorderen Schulterstromes mit den hinteren ebenfalls aufsteigenden und divergirenden Ausflüssen des hinteren Schulterstromes zusammen, welche die hintere Wand der Achselhöhle umgreifen, das Schulterblatt bedecken und dann erst in diesen Strom einmünden. Der zweite vom Delta-Kreuz abwärts laufende convergirende Strom ist der absteigende äussere Armstrom; dieser läuft bis zum äusseren Knorren des Humerus aussen, wendet sich dann rückwärts und windet sich in den convergirenden Ellbogenhöckerwirbel hinein. Die aus dem vorderen und hinteren Schulterstrome abwärts sich wendenden Strömungen sind es, welche den Oberarm umgreifend in ihm zusammen laufen, während die längste Ausströmung aus dem Achselhöhlenwirbel, der innere Armsstrom, im *sulcus internus bicipitis* an die beiden anderen Strömungen sich anschliessend, herabläuft, durch

die *fossa cubiti* in den *sulcus radialis* gelangt und bis zum Handgelenk sich ausdehnt. Von der Ellbogenbeuge an wird er zu einem breiten divergirenden Strome, der an der inneren Fläche des unteren Endes des Radius halbkreisförmig abgerundet endet. Seine seitlichen Ausflüsse laufen in aufsteigenden Bogenkrümmungen, die vorderen um den Armspindelrand herum auf den Rücken des Vorderarmes, die hinteren über die innere Fläche der Antibrachiums. Die obersten Ausströmungsbögen beider fliessen zusammenlaufend in den convergirenden Ellbogenhöckerwirbel, die mittleren erheben sich noch stark, die unteren immer weniger und bilden längs der Ulna den convergirenden aufsteigenden Ellbogenstrom, der im Ellbogenhöckerwirbel sich einrollend endet. Oberhalb der unteren Enden beider Vorderarmknochen laufen die äusseren und inneren Ausströmungen quer, treffen ober dem *capitulum ulnae* senkrecht auf einander und bilden das Ulnar-Kreuz. Die von hier beginnenden Ströme sind der auf- und absteigende Ellbogenstrom; beide sind convergirende. Der absteigende ist sehr kurz, die innere Hälfte der in ihn fliessenden Ausströmungsbögen bildet oberhalb des Handgelenkes eine halbkreisförmige Grenze, die äussere Hälfte läuft über den Rücken der Handwurzel quer und schliesst sich an die ebenfalls queren Ausströmungen des rudimentär ausgebildeten divergirenden Handwirbels, welche den Metacarpus bis zum Ulnar-Rande der Hand bedecken; die aus seinem Wirbel-Centrum am Radial-Rande der Hand fliessende senkrecht aufsteigende Strömung trifft auf das Ende der absteigenden des inneren Armstromes und bildet hier ein selten deutlich ausgebildetes Kreuz; die an den Radial-Rand und nach unten gehende Ausströmung endet sehr bald. Blos der Theil der Rückenhaut der Finger, welcher die mittleren Abtheilungen der Phalangen deckt, ist behaart; auch diese Härchen laufen quer vom Armspindel zum Ellbogenrande hin; die in der obersten Reihe in jeder Abtheilung liegenden Härchen haben ihre Spitzen aufwärts und die in der untersten Reihe gelegenen abwärts gerichtet. Diese quere Richtung des Laufes der Härchen, welche den Rücken der Phalangen decken, erscheint gleichsam als eine durch die Gelenke und die Spalten zwischen den Fingern unterbrochene Fortsetzung der Ausströmung des Handwirbels. Nur die Härchen auf der Rückenfläche des Daumens haben eine entgegengesetzte Richtung, ihre Spitzen sind dem Armspindelrande zugekehrt; sie sind somit als Fortsetzung der vom Centrum des Handwirbels zum Armspindelrande der Hand gerichteten Ausströmung anzusehen. Diese entgegengesetzte Richtung der Härchen am Daumen deutet auf einen Gegensatz, welcher zwischen dem Daumen und den vier übrigen Fingern besteht.

8. u. 9. Die paarigen divergirenden Leistenwirbel. Auch ihr Verbreitungsgebiet ist weit, denn ihre Ausströmungen bedecken den Bauch, den Rücken, das Gesäss, die Genitalien und die ganze untere Extremität. Sie grenzen nach oben, vorne und hinten an die Grenzlinie des Achselhöhlenwirbels (wenn kein divergirender Wirbel eingeschoben ist); nach vorne gerathen ihre beiderseitigen Ausströmungen in der Mittellinie auf und an einander, nach hinten und oben ist zwischen ihre Stromlinien das zugespitzte Ende des Rückenstromes eingeschoben, nach hinten und unten, wo in der Mittellinie die Geschlechts- und Afteröffnung vorkommt, grenzen in den Zwischenstücken der Mittellinie ihre beiderseitigen Strömungen an einander; nach unten, wo ihre längsten Ausströmungen die untere Extremität einhüllen, enden dieselben oberhalb und zwischen dem äusseren und inneren Fussknöchel.

Das Centrum des Leistenwirbels hat eine nicht immer constante Lage, es rückt bald mehr nach innen, wo die Schenkelgefässe liegen, bald mehr nach aussen auf den Sartorius oder selbst aus der Leiste an die Seite der Bauch- oder Brustwand. Die regelmässige

Wirbelströmung ist nur in geringem Umfange des Centrums ausgebildet, Störungen derselben kommen sehr oft vor; sie ist bald rechts, bald links gewunden. Der rechte Leistenwirbel ist gewöhnlich rechts-, der linke linkswendig. Der aus derselben beginnende aufsteigende seitliche Bauchstrom ist die am deutlichsten ausgebildete divergente Ausströmung desselben; er hat einen gewundenen Lauf. Aus dem Wirbel kommend läuft er an der inneren Seite des vorderen oberen Dornes des Darmbeines vorbei, windet sich in dem Weiche rückwärts, steigt dann auf- und etwas einwärts, trifft senkrecht auf den absteigenden seitlichen Bruststrom, macht das Seitenkreuz und einen vorderen und hinteren convergirenden Grenzstrom; der vordere mündet in den convergirenden Nabelwirbel, der hintere in den convergirenden seitlichen Rückenstrom. Von den seitlichen divergirenden Ausströmungen dieses aufsteigenden Bauchstromes nehmen die oberen aus der nach hinten gerichteten Strömung über den unteren Theil der Seitenwand des Thorax ihren Lauf; sie sind anfangs kurz, werden immer länger, tragen zur Bildung des convergirenden Seitenstromes, der die Grenze bildet, bei; die mittleren strömen über die Weichen und die unteren über den Kamm des Darmbeines und den oberen Theil der Hüfte; diese haben einen grösstentheils wagerechten Lauf, am Rücken angelangt wenden sich alle schräg abwärts und legen sich an den convergirenden seitlichen Rückenstrom. Die untersten über die *cristæ ilei* gelaufenen haben sich zusammen gedrängt und fliessen von den Seiten in den convergirenden Steisswirbel hinein. Die vorderen seitlichen Ausströmungen des aufsteigenden divergirenden Bauchstromes laufen einwärts zur Mittellinie, die obersten sind die kürzesten, werden hierauf immer länger und bilden mit der vorderen einwärts gewandten Strömung des absteigenden seitlichen Bruststromes den convergirenden schrägen Bauchstrom, der in dem Nabelwirbel endet. Die mittleren endigen convergirend am seitlichen Umfange des Centrums des Nabelwirbels, die untersten laufen zur Mittellinie quer, treffen hier in der Mitte zwischen Nabel- und der Schambeinvereinigung senkrecht auf einander, bilden das Bauchkreuz, die oberen Hälften der beiderseitig aufwärts abgelenkten Strömung bilden den convergirenden aufsteigenden Bauchstrom, der am unteren Umfange des Centrums des Nabelwirbels endet. Die unteren Hälften, die abwärts ausweichen, bilden den convergirenden absteigenden Bauchstrom, der am vorderen Umfange des Penis-Wirbels endet.

Die der vorderen und hinteren Schulterströmung analogen Ausströmungen der Leistenwirbel sind die Scham- und Hüftströmung; sie gehören bereits zu den für die untere Extremität bestimmten Ausströmungen, unterscheiden sich jedoch dadurch von ihnen, dass die oberen und mittleren Ausflüsse noch verwendet werden, um das untere Ende des Stammes zu bedecken; diese erreichen auch die Mittellinie des Körpers, blos die untersten Ausflüsse derselben umfassen den obersten Theil der unteren Extremitäten und stossen wieder auf einander und bilden Ströme und Kreuze.

Die beiderseitigen Schamströmungen wenden sich einwärts, bedecken die Schenkelbeuge und den Schamberg, vereinigen sich oben mit dem Reste der vom Bauch herabkommenden, in der Mittellinie begegnen sie sich schief und bilden das Ende des convergirenden absteigenden Bauchstromes, umhüllen die Seiten der Haut des Penis an der Wurzel desselben und tragen mithin zur Bildung des Penis-Wirbels bei. Die ab- und einwärts gerichteten Theile der Schamströmung bilden mit den letzten Ausläufern des untersten Theiles der Hüftströmung, nachdem dieselbe das Gesäss und den Schenkel umgriffen und das Scrotum bedeckt hat, das obere Ende des convergirenden aufsteigenden inneren Schenkelstromes,

welcher in der Rinne zwischen der inneren Fläche des Schenkels und dem Scrotum sich einwärts wendet, in der Raphe senkrecht auf den der anderen Extremität trifft, aus einander weicht und das Penis-Kreuz bildet, während die abgelenkten Härchen in der Raphe des Penis und des Scrotums wieder zusammen fliessen.

An den äusseren weiblichen Geschlechtstheilen endigen die inneren aufsteigenden Schenkelströme nicht in der Mittellinie, sondern laufen am oberen Theile der grossen Schamlefzen aus, scheinen hier sich einzurollen, nehmen die Strömung vom *mons veneris* und die von hinten und unten kommende, welche die *labia majora* bedeckt, auf, welche letztere am seitlichen Umfange der Schamspalte sich begrenzt. Der convergirende absteigende Bauchstrom fliesst am vorderen oberen Ende der Schamspalte in dieselbe. Am hinteren unteren hört der hier viel kürzere convergirende Dammstrom auf.

Die Hüftausströmungen kommen aussen aus dem Leistenwirbel, werden divergirend, laufen oberhalb und unter dem Trochanter quer, bedecken den grössten Theil der Hüfte und des Gesässes mit ihren der hinteren Mittellinie zustrebenden Ausflüssen. Die oberen stossen auf dem Steissbein senkrecht auf einander und bilden das Steisskreuz. Die beiderseitigen kurzen nach oben abgelenkten Enden dieser Strömung legen sich in der Mittellinie an einander und laufen von unten in den Steisswirbel; wenn diese Härchen länger geworden sind, bilden sie mit den übrigen sich einrollend eine Haarspitze. Die abwärts weichenden Theile der Strömung legen sich ebenfalls in der Mittellinie an einander und laufen zum oberen Umfange der Afteröffnung. Der mittlere Theil der Strömung endigt, in der *crena clunium* angelangt, gedrängter geworden, am seitlichen Umfange des Afters, in der Mittellinie des Dammes in einem nach vorne gerichteten convergirenden Dammstrome. Die beiderseitigen untersten Ausflüsse laufen um den unteren Rand des Gesässes herum, erheben sich einwärts laufend, bedecken die Haut des Dammes des Scrotums mit ihrer Strömung und bilden in der Raphe einen convergirenden Strom, mit dem äusseren Theile der Strömung fliessen sie in das Ende des aufsteigenden inneren Schenkelstromes.

Die letzten und längsten Ausströmungen des Leistenwirbels sind der äussere, innere und vordere Schenkelstrom; sie bedecken und umgreifen den Ober- und Unterschenkel, stossen wieder auf einander und begegnen sich in convergirenden Strömen, die sie selbst bilden.

Der äussere Schenkelstrom nimmt mit seinen divergirenden Ausflüssen an der äusseren Seite des Wirbels seinen Anfang und wendet sich aus- und abwärts; seine Ausflüsse haben einen längeren Lauf als die inneren, denn sie verbreiten sich über die äussere und hintere Fläche des Oberschenkels. Seine oberen Ausflüsse lagern sich an die unterste Strömung des Hüftstromes, ihre Bögenkrümmungen sind nicht gross, denn sie laufen an der äusseren und hinteren Oberfläche des Oberschenkels fast quer, neigen sich nur etwas abwärts und erst mit ihrem Ende ein- und aufwärts.

Der innere Schenkelstrom wendet sich mit seinen aus dem Wirbel kommenden Ausströmungen ein- und abwärts. Die oberen Strömungen laufen in wenig gebogenen Krümmungen fast wagerecht einwärts, an die unteren Ausflüsse der Schamströmung sich anlegend. Die mittlere in einer stärkeren Bogenkrümmung fliessende Strömung trifft an dem hinteren Rande des Gracilis in der Mitte des Oberschenkels senkrecht auf die ebenfalls mittlere Ausströmung des äusseren Schenkelstromes, welche in einer eben solchen, nur längeren Bogenkrümmung fliessend die äussere und hintere Fläche des Oberschenkels umgriffen hat, bildet an

dieser Stelle das Schenkelkreuz und zwei convergirende Ströme: den auf- und absteigenden inneren Schenkelstrom. Der aufsteigende Strom nimmt in seinem Laufe aufwärts die nach oben abgelenkten Endtheile der mittleren und oberen Ausströmungen des inneren und äusseren Schenkelstromes auf und endet, auf- und dann einwärts strömend, am Penis-Kreuz.

Der absteigende ebenfalls convergirende innere Schenkelstrom hält sich in seinem Laufe abwärts an den hinteren Rand des Gracilis, dann an den hinteren Rand des Sartorius, umfliesst die hintere Gegend des inneren *Condylus femoris*, wendet sich herabsenkend vorwärts, gelangt auf die innere Fläche der Tibia und endigt oberhalb und am vorderen Umfange des *malleolus internus* mit einer deutlichen Begrenzung.

Die längsten ein- und abwärts laufenden Ausflüsse der inneren Schenkelströmung liegen zwischen dem vorderen Schenkelstrome und dem convergirenden absteigenden inneren Schenkelstrome, dem sie zufliessen; sie bedecken den unteren Theil der inneren Oberfläche des Oberschenkels, die innere Gegend des Kniegelenkes und reichen auf der inneren Fläche des Unterschenkels bis ungefähr zur Mitte über die Tibia hinab; sie legen sich in ihrem ganzen Verlaufe an die innere Abtheilung des vorderen Schenkelstromes.

Die unterste Ausströmung des äusseren Schenkelstromes windet sich ab- und rückwärts, dann ein- und vorwärts; sie ist die längste und breiteste, von der äusseren Oberfläche des Oberschenkels fliesst sie in die Kniekehle, dann über die Wade, die innere Fläche des Unterschenkels und endigt oberhalb und zwischen den beiden Fussknöcheln mit zwei an ihren Enden halbkreisförmig begrenzten Ausläufern, welche auf der Achilles-Sehne einander berühren. Alle ihre Ausflüsse, die ein- und vorwärts sich begeben, fliessen in den convergirenden absteigenden Schenkelstrom, die äusseren legen sich an die äussere Abtheilung des vorderen Schenkelstromes.

Der vordere Schenkelstrom als letzter Ausfluss des Leistenwirbels verläuft, zwischen die äussere und innere Schenkelströmung sich eindrängend, über die vordere Fläche des Oberschenkels; oberhalb der Kniescheibe trennt er sich in eine äussere, innere und mittlere Abtheilung. Die äussere und innere Abtheilung umgreift die Patella an ihren Rändern und unterhalb derselben, auf der *spina tibiae* begegnen sie einander wieder und bilden unter sich einen kleinen convergirenden Strom, der in den absteigenden inneren Schenkelstrom mündet. Die mittlere Abtheilung, welche die kürzeste ist, findet auf der Patella ihr Ende, und wäre das Knie so stark beugbar wie das Ellbogengelenk und würde die Kniescheibe so stark vorwärts ragen, wie der Ellbogenhöcker rückwärts ragt, so würden die mittlere und die zwei seitlichen Abtheilungen auf der Patella convergirend zusammenlaufen und es würde sich hier ein convergirender Wirbel ausbilden wie am Ellbogenhöcker, dessen Härchen sich eben so einrollen würden. Die äussere Abtheilung dieses Stromes, welche die längste ist, fliesst zwischen der Fibula und der *crista tibiae* herab auf die äussere Fläche des Unterschenkels, windet sich einwärts, unten auch über die *crista tibiae* hinüber und endigt ebenfalls oberhalb und zwischen dem *malleolus externus* und *internus* mit zwei Ausläufern, die halbkreisförmig begrenzt sind und das untere Ende der Tibia zwischen sich haben, auf welchem sie sich berühren.

Auf dem Fussrücken ist ebenfalls ein Wirbel, nur unvollkommen ausgebildet, dessen Ausströmungen aber von diesen letzten Ausläufern des Leistenwirbels durch eine haarlose deutliche Grenze geschieden sind. Dieser Wirbel windet sich auf dem rechten Fussrücken gewöhnlich rechts, auf dem linken links. Die hintere Ausströmung ist wenig, die vordere hingegen stärker

ausgebildet und reicht bis auf den Mittelfuss hinüber. Die Härchen auf dem Rücken der mittleren Abtheilungen der Zehenglieder sind wie auf dem Rücken der Finger geordnet; alle wenden sich mit ihren Spitzen auswärts, nur die in den hinteren Reihen liegenden sind etwas rückwärts, die in den vorderen liegenden vorwärts abgewendet. Diese Richtung der Härchen auf dem Rücken der Zehen kann auch als eine, blos durch die Gelenke und Zehenspalten unterbrochene Fortsetzung dieses rudimentär ausgebildeten Wirbels angesehen werden.

Kommt an der Seitenwand der Brust ein divergirender Wirbel vor, so kann dieser ein überzähliger sein, der zwischen dem Achselhöhlen- und Leistenwirbel eingeschaltet ist, oder das Centrum des Leistenwirbels ist auf die Seitenwand der Brust hinauf gerückt. Ich habe auch an einem Embryo, an der rechten Seite zwei, an der linken blos einen überzähligen Wirbel eingeschoben gefunden.

a) Ist ein überzähliger Wirbel eingeschoben, so ist durch dieses Einschalten der divergirende absteigende Seitenstrom des Achselhöhlenwirbels und der divergirende aufsteigende Bauchstrom des Leistenwirbels kürzer geworden, das Seitenkreuz mit seinen zwei convergirenden Grenzströmen rückt in die Höhe der Brustwarze und an der inneren Gegend des vorderen oberen Dornes der *crista ilei* ist ein neues Kreuz (das Darmbeinkreuz) ausgebildet, sein vorderer convergirender Grenzstrom läuft über die Leistengegend ein- und abwärts und endigt in der Mittellinie im convergirenden Penis-Wirbel; sein hinterer convergirender Grenzstrom läuft über den Darmbeinskamm dem convergirenden Steisswirbel zu. Das Centrum dieser Seitenwirbel liegt dann in der Verbindungslinie dieser beiden Kreuze höher oder tiefer, ungefähr auf der Verbindungsstelle der vorderen Endtheile der Rippen mit den Rippenknorpeln. Ich habe diese Wirbel an der rechten Seite links, und an der linken rechts gewunden gefunden; auch in dem Falle, wo rechts zwei Wirbel eingeschaltet waren, waren beide linkswendig. Aus jedem Seitenwirbel ist in einem solchen Falle ein aufsteigender divergirender Seitenbruststrom und ein absteigender divergirender seitlicher Bauchstrom ausgebildet. Alle nach rückwärts sich wendenden Ausflüsse dieser beiden divergirenden Ströme laufen über die Seiten der Brustwand und die Weichen quer und fliessen hinten in den convergirenden absteigenden seitlichen Rückenstrom. Alle vorderen einwärts sich wendenden Ausflüsse erreichen die Mittellinie und tragen ober dem Nabel zur Bildung des absteigenden Brust- und Bauchstromes bei. Die der Mittellinie unter dem Nabel zuströmenden machen in der Mittellinie das Bauchkreuz und die convergirenden auf- und absteigenden Bauchströme.

b) Rückt der Leistenwirbel aus der Leiste an die Seitenwand des Thorax, so hängt es von der Grösse der Ausbildung seiner divergirenden Ströme ab, ob das Seitenkreuz der Brustwarze näher oder entfernter gefunden wird. Das Centrum eines solchen divergirenden Wirbels habe ich in der geraden Verbindungslinie des Achselhöhlenwirbels mit dem vorderen oberen Dorne des Darmbeines an der Seitenwand der Brust auf den Rippen selbst liegend gefunden. Die Wirbelströmung war vom Centrum aus an der rechten und linken Seite rechts gewunden und so stark ausgebildet, dass ihre nach rückwärts gewandten Ausflüsse die Continuität des Rückenstromes unterbrachen und den oberen Theil seiner Strömung links ablenkten. In der Verbindungslinie beider Winkel des Schulterblattes links von der Mittellinie, ihr jedoch nahe, war ein convergirender links eingedrehter Wirbel, und unterhalb desselben in der Mittellinie ein Rückenkreuz ausgebildet, wo die sonst abwärts gerichtete convergirende Strömung in einen aufwärts gerichteten convergirenden Strom umgewandelt war, der in den convergi-

renden Wirbel hinein lief. Einen solchen convergirenden Rückenwirbel habe ich zweimal gefunden.

Der aus einem solchen an die Seitenwand der Brust versetzten Leistenwirbel beginnende abwärts laufende divergirende Strom fliesst bis unterhalb des vorderen oberen Dornes des Darmbeines und windet sich eben so, wie der bei regelmässiger Lage des Wirbels in der Leiste vorhandene divergirende aufsteigende seitliche Bauchstrom, der in der entgegengesetzten Richtung läuft. Von hier aus seinem Ende beginnen excentrisch alle sonst aus dem Leistenwirbel fliessenden Ströme.

Sind zwei Seitenwirbel eingeschaltet, so ist die Verbindungslinie zwischen dem Centrum des Achselhöhlen- und Leistenwirbels eine auf der Seitenwand des Thorax und des Bauches schlangenförmig hin und her gewundene Stromlinie, in welcher drei Kreuze und sechs divergirende Ströme vorkommen, von denen je zwei gegen einander laufen. Die Wirbel sind nur in einem sehr geringen Umfange ausgebildet und alle Ausflüsse der divergirenden Ströme von oben nach unten sehr zusammengedrückt, sonst querlaufend.

Ausser diesen Anomalien in der Wirbelbildung und den Strömen kommen noch manche andere vor, einige habe ich schon früher kurz erwähnt, hier will ich nur noch eine notiren. Auf den inneren Seitentheilen beider Waden fand ich mitten in der sich über die Wade windenden Strömung des äusseren Schenkelstromes einen unvollständig ausgebildeten convergirenden Wirbel, ein Kreuz und zwei kleine convergirende Ströme ausgebildet, welche in einer mittleren Spalte dieser Strömung lagen, die beiden seitlichen Theile strömten senkrecht auf einander, bildeten mitten in der Spalte ein Kreuz und einen ab- und aufsteigenden Strom; die hierdurch aufwärts abgelenkte Strömung bildete am oberen Ende dieses convergirenden aufsteigenden Stromes durch allgemeines Zusammenströmen einen convergirenden Wirbel.

Die bei Embryonen von circa $8^1/_2$ bis $13^1/_2$ Zoll Länge (vom Scheitel zur Sohle) sehr deutlichen Wirbel und Haarrichtungen erhalten sich auch bei Erwachsenen durch's ganze Leben; bei stark behaarten Menschen kann man die meisten noch deutlich auffinden, besonders bei dunkelhaarigen. An vielen Stellen werden sie weniger deutlich, weil die Härchen entweder ausfallen oder durch eine sehr feine Lanugo ersetzt sind, an anderen sind sie durch verschiedene Ursachen aus ihrer ursprünglichen Richtung gebracht. Selbst bei den behaarten Muttermälern, wo die Härchen stärker ausgebildet sind, erhält sich die ursprüngliche Richtung unverändert.

Über die Richtung der Haare habe ich bei einigen Hausthieren ebenfalls Beobachtungen angestellt und gefunden, dass die verschiedenen Haarrichtungen auch bei den Säugethieren sich immer auf die Ausbildung von mehreren divergirenden Wirbeln zurückführen lassen; es ist jedoch die Anzahl dieser Wirbel, ihre Ausbildung, ihre Lagerung, gegenseitige Begrenzung verschieden; ihre divergirenden Ströme und mannnigfachen Ausströmungen, die in den Wirbelgrenzen vorkommenden Kreuze und convergirenden Ströme, so wie die Ausbildung der secundären convergirenden Wirbel unterliegen ebenfalls mannigfachen Verschiedenheiten.

Die Haarrichtung, wie sie an Hunden vorkommt, welche man leicht untersuchen kann, besonders bei den kurzhaarigen, ihre Wirbel, Ströme, Kreuze habe ich genau abgebildet und mit den an Pferden und Rindern ausgebildeten verglichen. Aus dieser Vergleichung will ich hier Einiges in Kürze skizziren. Der witternde Hund hat gleich vorn am Rücken der Nase einen divergirenden Wirbel. Die vordere Ausströmung desselben ist sehr kurz, die hintere

bedeckt den Kopf, beide Augenwirbel blos umfassend, bedeckt im weiteren Laufe rückwärts die ganze Wirbelsäule und endet im convergirenden Wirbel auf der Schwanzspitze.

Beim Rinde rückt der divergirende Wirbel auf dem Nasenrücken höher bis unter die Verbindungslinie beider inneren Augenwinkel: seine vordere divergirende Strömung trifft auf eine gleiche zwischen den Nasenlöchern ihr entgegen laufende, welche aus einem rudimentären Wirbel, dessen Centrum in der Nähe der Mundspalte auf der Oberlippe liegt, kömmt und macht über den Nasenlöchern das Nasenkreuz; die seitlichen Ausströmungen umfassen ebenfalls den Augenwirbel; der aufwärts laufende divergirende Strom trifft auf der Stirne auf einen ihm von hinten entgegenströmenden divergirenden Strom des Hinterhauptwirbels und macht das Stirnkreuz. Hinter den Hörnern zwischen den Ohren liegt der divergirende Hinterhauptswirbel, dessen vordere divergirende Strömung das Stirnkreuz und den vorne zwischen den Hörnern herabhängenden Haarbusch bildet; der hintere divergirende Strom fliesst am Nacken herab und bildet wieder mit dem vorwärts laufenden divergirenden Strome des Rückenwirbels ein Nackenkreuz. Dieser divergirende Rückenwirbel liegt ungefähr auf der Mitte der Rückenwirbelsäule an der Stelle, wo die längsten Stachelfortsätze sind, ist rechts gewunden; sein hinterer divergirender Strom läuft über den Rest des Rückens, über den Schweif und endigt an dessen Spitze im Haarbusch des convergirenden Schwanzwirbels.

Das edle Ross trägt auf der Stirne das Centrum eines divergirenden Wirbels, manchmal ist hier ein Doppelwirbel ausgebildet; ein divergirender Strom geht aus demselben in der Mittellinie abwärts, in einer Spaltung der seitlichen Strömung liegen die Augenwirbel, der aufwärts gehende Strom bildet oben eine convergirende Haarspitze, die mit einer ebenfalls convergirenden sehr kurzen Ausströmung aus dem vorne am Anfange der Mähne gelegenen divergirenden Hinterhauptswirbel einen kleinen kurzhaarigen convergirenden Wirbel bildet; zu beiden Seiten desselben liegen kleine Kreuze. Die aus diesem Wirbel kommende rückwärtige Ausströmung treibt die langen Haare, welche die Mähne bilden, wovon der vorderste Theil als Haarbüschel vorne zwischen den Ohren auf die Stirne fällt. Dieser rückwärtige Mähnenstrom setzt sich, kurzhaarig geworden, längs der Wirbelsäule fort und endigt in dem langhaarigen convergirenden Schweifwirbel. Die beiden Augenwirbel sind bei diesen Thieren zwischen die Ausströmungen der in der Mittellinie des Kopfes an verschiedenen Punkten derselben gelagerten divergirenden Wirbel hineingeschoben, die Abgrenzung ist nur nach vorne, innen und oben etwas deutlicher; hier stossen die Ausströmungen, die von den Wirbeln der Mittellinie kommen, mit denen aus den inneren Augenwinkeln auf einander und bilden beim Hunde und Rinde vorne und innen, beim Pferde oben und innen beiderseits ein Kreuz und zwei convergirende Ströme, nach hinten legen sich die ober- und unterhalb der Augenlidspalte verlaufenden Hälften dieser Strömungen blos an einander.

Die beiden Ohrwirbelausströmungen bedecken die Höhlung der Ohrmuschel, sie sind in dem Mittelpunkte weniger deutlich, an der Peripherie hingegen viel deutlicher; die oberen, hier vorderen Ohrkreuze, die convergirenden Randströme und der convergirende Ohrwirbel an der Spitze beider Ohrmuscheln sammt den Haarspitzen lassen sich beim Hunde, Rinde und Pferde leicht auffinden.

Die convergirenden Halswirbel mit ihren convergirenden Strömungen vom Ohre, von der Schläfe, vom Auge und Gesichte, sowie auch vom Halse und die Eindrehungen in's Centrum lassen sich beim Hunde nachweisen, beim Pferde und Rinde sind sie weniger deutlich und

beim Pferde habe ich manchmal anstatt zweier seitlichen convergirenden Wirbel nur einen vorne am Halse gefunden.

Die paarigen divergirenden Achselhöhlenwirbel sind bei diesen Thieren einander näher gerückt und aus den Achselhöhlen nach vorne an die Seite der Brust geschoben, wie man dieses beim Hunde und Pferde deutlich sieht; beim Hunde habe ich den linken Wirbel rechts- und den rechten linkswendig gefunden. Die queren Brustströme dieser Wirbel, die in der Mittellinie senkrecht auf einander treffen, bilden das Brustkreuz, welches beim Hunde und Pferde deutlich sichtbar ist. Die rückwärts laufenden Ausströmungen fliessen in den convergirenden Nabelwirbel, die vorderen Ausströmungen, die aufwärts steigen, treffen zu beiden Seiten der Mittellinie beim Hunde und Pferde auf Ströme, die vom Halse herabkommen, stossen hiemit auf einander, und aus einander weichend bilden sie hier beiderseits ein Kreuz und einen aus- und einwärts laufenden convergirenden Strom. Da, wo die einwärts laufenden Ströme in der Mittellinie sich begegnen, entsteht durch allgemeines Zusammenströmen ein convergirender Wirbel. Die Strömungen aus diesen Achselwirbeln, welche den Humerus umgreifen und auf den vorderen Extremitäten abwärts laufen, bilden auf dem Olekranon beim Hunde einen deutlichen convergirenden Ellbogenhöckerwirbel, welcher beim Pferde und Rinde, wo das Olekranon mehr in einer Hautfalte verborgen liegt, nicht ausgebildet ist; beim Hunde habe ich den convergirenden Ulnarstrom ebenfalls deutlich ausgebildet gesehen.

Die den beiden Leistenwirbeln analogen, für die hinteren Extremitäten bestimmten Wirbel sind beim Pferde deutlich auf der Hautfalte ausgebildet zu sehen, die von den Flanken zum Knie übergeht. Vom Centrum eines jeden dieser Wirbel geht ein divergirender Strom aufwärts, nach vorne und hinten bogenförmige Ausströmungen aussendend, und trifft oben auf den Rückenstrom, wo man ein deutliches Kreuz sieht. Beim Rinde und Hunde habe ich diese Wirbel weniger deutlich ausgebildet gefunden und bei letzterem rückt er einwärts in die Leiste, seine vorderen Ausströmungen fliessen dem Nabelwirbel zu. Ein convergirender Penis-Wirbel ist beim Hunde und Rinde ebenfalls deutlich ausgebildet. Beim Hunde kommen noch ausserdem auf beiden Sitzknorren deutliche convergirende eingerollte Wirbel vor, bei kurzhaarigen Hunden kann man die in dieselben einfliessenden Strömungen deutlich verfolgen, bei langhaarigen machen die eingerollten langen Haare divergirend aussehende Wirbel. Die sich einrollenden Strömungen kommen vom Damme, vom Rücken und von der äusseren Fläche der Hüfte und des Oberschenkels. Bei menschlichen Embryonen habe ich nach diesen convergirenden Wirbeln der Sitzknorren gesucht, sie aber bis dato nicht gefunden. Beim Rinde kommen sie schwächer ausgebildet vor, sind aber tiefer und mehr einwärts gerückt.

Es wäre interessant, die Haarwirbel, ihre secundären Bildungen, ihre Anzahl, verschiedene Lagerung, Ausbildung in's Detail bei den verschiedenen Thieren zu verfolgen und durch Abbildungen zu erläutern, weil sich daraus (wie ich beim Menschen zeigen werde) Schlüsse auf den verschiedenartigen Wachsthum der Oberfläche des Thierkörpers machen lassen, welcher wieder in der ungemein mannigfaltigen Architektonik, die beim Baue der verschiedenen Thierkörper angewendet ist, seine Begründung findet.

Dass die Richtung der Federn an der Oberfläche der Vögel gleichfalls auf Wirbel sich zurückführen lasse, fliesst schon aus meinen bisherigen hierauf bezüglichen Untersuchungen, die ich noch nicht habe beendigen können. Für's erste stellt sich heraus, dass die Anzahl der divergirenden Wirbel sammt ihren secundären Bildungen, welche zur Bekleidung

der Oberfläche der Vögel verwendet ist, geringer sei als bei den Säugethieren, denn es dienen zur Umhüllung von Kopf, Hals und Körper des Vogels, die zusammen, den Schnabel voran, die Luft beim Fluge zu durchschneiden bestimmt sind, nur die Ausflüsse von einem Wirbel, in dessen Centrum der Schnabel liegt. Die Augen und Ohren liegen nur in Spalten von divergirenden Strömen. Der Schweif ist der convergirende Wirbel dieses Kopf- oder Körperwirbels; dieser convergirende Wirbel ist aber entweder von oben nach unten oder von beiden Seiten flachgedrückt und dabei noch sonst verschiedenartig gestaltet. Zur Bedeckung der Flügel dient je ein dem Achselhöhlenwirbel analoger Wirbel mit seinen Ausflüssen, und zur Umhüllung der Füsse wieder jederseits einer, der dem Leistenwirbel entspricht; mithin im Ganzen nur fünf divergirende Wirbel bei den meisten Vögelgattungen, nur bei einigen kommen noch zwei Augenwirbel hinzu, die bei den Eulen, z. B. bei *Strix flammea*, sehr schön und gross ausgebildet sind. Die ganze Augenlidspalte macht hier das Centrum und der divergirende Wirbel ist rings um das Auge gleichmässig ausgebildet. In der Mittellinie liegen die Peripherien beider Augenwirbel an einander; weniger deutlich sind die Augenwirbel bei den Falken, Adlern, Geiern, nur nach vorne ist der Wirbel deutlicher; vom inneren Augenwinkel läuft ein divergirender Strom vorwärts, mit seinen bogenförmigen Ausströmungen die Augenlidspalte umfassend. Das Plattgedrücktsein, welches ich beim convergirenden Schweifwirbel gefunden habe, finde ich an den Ausströmungen der divergirenden Wirbel, welche die Flügel bekleiden, wieder, und der convergirende Ellbogenhöckerwirbel ist ebenfalls hier plattgedrückt wie die ganze Strömung; auch die zusammengelegten Flügel liegen am Körper, demselben gleichsam angedrückt. Zum Beweise, dass sich auch die secundären Bildungen der divergirenden Federwirbel, als: divergirende Ströme, convergirende Ströme mit ihren Kreuzen, und die convergirenden Wirbel nachweisen lassen, lasse ich hier die Beschreibung und den Vergleich der Lagerung der Federn am Flügel der Vögel mit der Haarrichtung der oberen Extremität des Menschen, wie ich sie hier gefunden habe, folgen. Am vorderen Rande des Flügels liegen die kleinen Federn in einem divergirenden Strome, welcher dem inneren Armstrome entspricht, und so wie aus diesem Strome sich die Ausflüsse in Bogenkrümmungen auf die innere und Rückenfläche begeben, eben so ordnen sich auch die vom vorderen Rande kommenden Federn auf der äusseren und inneren Fläche des Flügels. Die Hauptrichtung der Haare ist an der äusseren Fläche des Oberarms schräg ab- und rückwärts, und am Vorderarm die quere vom Armspindel- zum Ellbogenrande hin mit der Neigung zum Olekranon; eben so schräg sind auch die grossen Schwungfedern und auch die kleinen Federn auf dem *Os brachii* und quer auf dem Radius und der Ulna gelagert und befestigt. In derselben queren und schrägen Richtung liegen auch die Federn am Metacarpus und auf den Phalangen-Knochen der Vögel, und vergleicht man hiemit die Haarrichtung auf der Mittelhand und die Richtung der Härchen auf der Rückenfläche der mittleren Abtheilungen der Fingerglieder, so sieht man, dass sie ebenfalls grösstentheils quer ist, indem die Härchen vom Armspindel- zum Ellbogenrande hin laufen. An der inneren Fläche der Flügel liegen und lagern sich beim Ausbreiten der Flügel die grösseren und kleineren Federn in ähnlicher, theils schräger, theils querer Richtung, wie sie an der äusseren geordnet sind. Am Oberarm findet man den absteigenden convergirenden äusseren Armstrom und am Vorderarm den convergirenden ab- und aufsteigenden Ulnarstrom, das Ulnarkreuz, und am Oberarm den Ellbogenhöckerwirbel. Analoga für diese Ströme, Kreuze und Wirbel findet man am hinteren zugeschärften Rande des Flügels ebenfalls, welcher durch das An- und Aufeinanderliegen

der Fahnenspitzen sowohl der Federn, welche die Rückenfläche, als auch derjenigen, welche die innere Fläche bedecken, gebildet wird; denn es neigen sich die Federn, welche den Oberarm aussen und innen decken, mit ihren Spitzen zum Olekranon und repräsentiren den absteigenden äusseren Oberarmstrom. Das Analogon für den aufsteigenden Ulnarstrom findet man durch die Fahnenspitzen am hinteren Rande des Vorderarms des Flügels erzeugt, die zum Olekranon sich neigen — so entsteht am Olekranon ein convergirender Federwirbel. In der Fortsetzung des hinteren Randes des Flügels, da wo nach vorne der Carpus liegt, ist im hinteren eingeknickten Rande das Ulnarkreuz, und das Ende des hinteren Randes des Flügels, von den Federn, welche den Metacarpus und die Phalangen bekleiden, erzeugt, entspricht dem absteigenden convergirenden Ulnarstrome.

Ein ähnlicher Vergleich lässt sich für die unteren Extremitäten aufstellen und en detail durchführen. Ich will hier nur erwähnen, dass der aus dem Leistenwirbel kommende divergirende Strom vorne über die Extremität herabläuft und mit seinen Ausströmungen die äussere und innere Fläche des Ober- und Unterschenkels umgreift und bedeckt und hinten wieder einen convergirenden Strom bildet. Bei einigen Vögelgattungen hört das Gefieder hier auf, bei anderen setzt sich der Strom über den Metatarsus, denselben ebenfalls umhüllend fort, wie bei den Adlern, Falken, den Eulen; und man findet an der dem Fersenhöcker entsprechenden Erhabenheit, die rückwärts stark hervorragt, einen convergirenden Wirbel. Bei *Tetrao tetrix* und bei *Tetrao lagopus* spaltet sich dieser divergirende Strom in seiner Fortsetzung auf die Zehen in drei Ströme, welche den Rücken der Phalangen bedecken; es ist jedoch die Befiederung an den äusseren Zehenrändern länger als an den inneren. Bei einer Spielart der *Columba domestica*, wo die Befiederung ebenfalls bis auf die Zehen reicht, liegen die hier langen Federn auf den Phalangen quer, mit den Spitzen auswärts gerichtet, wie die Härchen auf dem Rücken der Zehen des Menschen.

Betrachtet man bei den übrigen Thierclassen die Anordnung der Analoga für die Haare der Säugethiere, so sind mir die Stacheln der Echinodermen auf der kugeligen Oberfläche der *Echinoïdea* als ebenfalls in Wirbel geordnet aufgefallen, besonders bei einem, den ich bei Professor Oskar Schmidt zu sehen Gelegenheit hatte, dem *Schizaster canaliferus* aus Triest, dessen Stacheln fein, haarähnlich sind. Sie sind auf den Schildern der Kugelschale in deutliche divergirende Wirbel geordnet, deren Ausströmungen nicht gleich lang sind; manche dieser Ausströmungen sind zu divergirenden Strömen ausgebildet. Die Form der Schilder ist verschieden und ist aussen durch deutliche Zwischenräume angedeutet; ich habe auf der kugelförmigen Oberfläche circa acht divergirende Wirbel gezählt. In den Furchen, welche die Grenzen der Wirbel andeuten, findet man convergirende Ströme, und an der Mund- und Afteröffnung wird durch allgemeine Convergenz der Stacheln ein convergirender Mund- und Afterwirbel erzeugt.

Ob die verschiedengestalteten Analoga für die Haare der Säugethiere, welche man an der Hautbedeckung der anderen Thierclassen noch findet, in ihrer Anordnung auf der Oberfläche dieser Thiere ebenfalls in Wirbel geordnet sind, diese Frage müssen erst weitere Untersuchungen entscheiden.

Wer diese meine Beschreibung und meine Abbildungen über die Anordnung der Haare in mehrere divergirende Wirbel sammt ihren einfachen und divergirenden Ausströmungen und ihren secundären Bildungen, als: Kreuzen, convergirenden Strömen und convergirenden Wirbeln mit der von Professor Eschricht gegebenen Beschreibung und seinen Abbildungen

vergleicht, wird gleich und leicht herausfinden, worin ich übereinstimme, worin ich abweiche, und mithin, worin meine Berichtigungen und Ergänzungen bestehen, und was ich Neues bringe.

ERKLÄRUNG DER VERSCHIEDENEN HAARRICHTUNGEN, DIE DEN DIVERGIRENDEN WIRBELN ENTSTRÖMEN.

Es hat, wie ich in der Einleitung kurz erwähnt habe, bereits Professor Eschricht auch eine Erklärung des Phänomens der verschiedenen Haarrichtungen auf der Oberfläche des menschlichen Körpers zu geben versucht und es sich, wie er sagt, sehr angelegen sein lassen, die Bedeutung dieses Phänomens zu erforschen. Mit den Ausdrücken der Attraction und Repulsion, die man gewissen Punkten des Körpers für die Haarspitzen zuschreibt, lässt sich allerdings die Richtungsverschiedenheit in ihrem ganzen Detail erklären; es ist aber offenbar damit nichts gewonnen, so lange es sich nicht zugleich nachweisen lässt, was das eigentlich Bestimmende dabei ist. Im Suchen nach einer Erklärung hebt er hervor, „dass die anziehenden Punkte und Linien (die convergirenden Ströme bezeichnend) die mehr erhabenen Stellen der Oberfläche sind, zumal solche, an denen das Skelet etwas schärfer hervorsteht (Ellbogen, Ulna, Tibia, Augenbrauen, Rückgrat), und wo die Haut von demselben stärker gedrückt wird“; weiter bemerkt er, „dass mehrere dieser Stellen solche sind, die sich beim Fötus zuletzt verschliessen (*Linea alba* mit *Umbilicus*, unterer Rand des Penis, Halsbiege, auch noch die Seitentheile des Filtrum auf der Oberlippe)“. Er versucht ferner die verschiedenen Haarrichtungen mit der Gefässverbreitung in Verbindung zu bringen, steht aber wieder davon ab, „weil der Typus der Haarströmung überhaupt dem Typus der Gefässverbreitung sonst gar nicht entspricht“; auch die Regel der sich später schliessenden Hautstellen verwirft er, weil sie sich „nicht an den Säugethieren bestätigt, was sie doch nothwendig müsste, wenn die Hypothese haltbar wäre“. Er beschliesst seine Abhandlung mit der nachfolgenden Erklärung: „Man muss also meines Erachtens das Phänomen dahin beschränken, dass die Richtungen der Haare am Menschen sowohl wie in dem Thierreiche überhaupt einem ziemlich bestimmten Typus folgen, der am Fötus zwar am deutlichsten ist, sich aber zeitlebens nie verliert; dass ferner dieser Typus für jede Thierspecies ziemlich verschieden ist, im Ganzen aber wenigstens in so fern übereinstimmt, dass an jedem cylinderförmigen Theile die Haarspitzen den schärferen Hervorragungen entgegen geneigt sind und dadurch eine einzelne oder doppelte Convergenz bilden (ein oder zwei Ströme), je nachdem ihr Umfang kleiner (Unterarm und Anticrus, Hals) oder grösser (Truncus, Schenkel, Schulter) ist. Ich rechne das Ganze nur zu der sich überall in der Natur kundthuenden Regelmässigkeit in der räumlichen Anordnung der Theile“.

Ich habe, wie aus meiner Beschreibung der verschiedenen Haarrichtungen hervorgeht, vorerst die verschiedenen Haarrichtungen auf die Anordnung in mehrere divergirende Wirbel reducirt und die convergirenden Ströme, Kreuze und convergirenden Wirbel in die Wirbelgrenzen verlegt. Zur Erklärung der Ausströmungen aus den divergirenden Wirbeln sowohl der einfachen als auch der divergirenden Ströme benütze ich nun folgende Data der Entwickelungsgesetze des Hautorgans selbst und der Entwickelungsgesetze des in Tiefe liegenden Skelets und der zwischenliegenden Weichtheile.

1. Die Haarkeime für die Wollhaare erscheinen am Ende des dritten und zu Anfang des vierten Monats beim menschlichen Embryo. Diese kegelförmigen Haaranlagen stehen

im Anfange der Bildung senkrecht auf der Hautfläche und sind von einer ziemlich dicken und festen Epidermis-Schichte bedeckt. Diese Epidermis-Schichte löst sich durch Fäulniss los und kann als gleichmässiges Epidermoidal-Häutchen abgelöst werden, was ich öfter gesehen und gethan habe; unter demselben liegen erst die Haarkeime. Eschricht berichtet, dass Ybsen diesen häutigen Überzug, den er durchaus zusammenhängend abziehen konnte, für eine Fortsetzung des Amnion und mithin als eine eigene ausserepidermatische Schichte ausserhalb der Haare halte, die später im Fötus-Leben verschwindet.

2. Während des Wachsthums dieser Haaranlagen, wo dieselben sich verlängern und mehr zuspitzen, können dieselben nicht mehr senkrecht auf der Haut stehen bleiben, sondern müssen sich immer mehr neigen und mit ihren Spitzen jener Richtung folgen, in welcher die Haut, ihren eigenen Wachsthumsgesetzen, den Wachsthumsgesetzen der Oberfläche und der unterliegenden Theile folgend, stärker gedehnt wird, und in welcher Richtung hin sie wachsen und sich vergrössern muss.

3. Die Haarspitzen aber müssen dieser Richtung folgen, weil ihre Spitzen von dieser ziemlich dicken und festen Epidermis-Schichte bedeckt sind und nicht frei auf der Oberfläche stehend ihre senkrechte Richtung behaupten können und weil die Haut an ihre Unterlage nicht gleichmässig locker, sondern verschieden fest angeheftet ist.

4. Die Richtungslinien des Wachsthums der Oberfläche des menschlichen Körpers werden keine geraden, sondern müssen krumme, mannigfach geschwungene Linien sein, weil dieselben die Resultirenden aus einem sehr complicirten Wachsthume sind, und zwar: aus dem Wachsthume in die Länge, Breite und Tiefe der Theile, die unterhalb der Haut und in der Tiefe liegen und zugleich aus dem Wachsthume der Haut selbst, welche auf der mannigfaltig gewölbten, gehöhlten und sonstig gekrümmten Oberfläche des menschlichen Körpers liegend nicht blos in zwei, sondern auch in drei Dimensionen gedehnt wächst. Daraus lassen sich nun die geschwungenen Haarrichtungslinien erklären.

5. Aus diesem Bedeckt- und Eingewachsensein der Haarkeime lassen sich noch folgende Bildungsvorgänge derselben erklären, nämlich: das geringe Hinabrücken der Haarpapillen der Wollhaare in die Haut und das starke Hinabsinken der Haarwarze der grösseren Haare. Denn dadurch, dass die eingewachsenen Haarspitzen nicht herausrücken können, wird der durch Nachwuchs immer stärker werdende Haarschaft nach der Stärke der Haare die Haarwarze immer tiefer in die Haut hineindrücken, und bei den grossen Haaren wird die Haarpapille durch die ganze Dicke der Lederhaut bis in die Schweissdrüsenschicht hineingedrückt. Dasselbe Umwachsensein und Festwachsen des Nagels mit der früheren Epidermislage dient zur Ausbildung des Nagel-Follikels, indem die Nagelwurzel sich ebenfalls in die Haut hineindrückt; bei den Krallen, Klauen und den Hufen findet dasselbe Statt.

6. Auf die Richtung, in welcher die Haut vor dem Erscheinen der Haarkeime (mithin bis Anfang des vierten Monats) wächst, muss man bei der Erklärung der Haarrichtungen ebenfalls Rücksicht nehmen, weil viele der Normen, die dabei gewaltet haben, noch während der Haarbildungsperiode fortwirken.

Betrachten wir vorerst noch die Stellen, auf welchen die divergirenden Wirbel ausgebildet sind, und hierauf diejenigen, auf welchen die convergirenden Wirbel vorkommen.

Die Hautstellen, auf welchen divergirende Wirbel sich ausbilden, sind Stellen, die während des Wachsthums der übrigen Haut verhältnissmässig am ruhigsten

bleiben (wie z. B. der Scheitel), oder wenn sie sich auch etwas verschieben (wie z. B. die beiden inneren Augenwinkel, die beiden Eingänge in den äusseren Gehörgang, die beiden Achselhöhlen und die Leisten), so ist ihr Verschieben jedenfalls sehr gering im Vergleiche zu dem der anderen Hautstellen.

Die Hautstellen hingegen, auf welchen convergirende Wirbel ausgebildet vorkommen, sind entweder Stellen, die in der früheren Entwickelungsperiode ganz offen waren oder noch einen Canal einschliessen (wie z. B. der Penis, der Nabel, die Stelle des seitlichen Halswirbels in der Unterohrgrube, wo früher eine Schlundspalte war, auch die Stelle des vorderen Kopfwirbels war früher offen) oder es sind Stellen, die hervorragende Knochen (Knorpel) decken, die stark wachsen: Steissbein, Ellbogenhöcker (bei Thieren die Spitze des Ohrknorpels), mithin alles Stellen, zu welchen hin zur Zeit der Haarbildung eine Dehnung der Haut noch stattfindet oder früher statt hatte.

Die Grenzlinien zwischen den einzelnen divergirenden Wirbeln, in welchen die Kreuze sich bilden und die convergirenden Ströme laufen, bezeichnen lauter solche lineare Hautstellen, gegen welche die Haut ebenfalls gedehnt wird und wächst. Ein Theil der Grenzlinien der paarigen, über einander liegenden, divergirenden Wirbel fällt in die Mittellinie des Körpers, welche vom vorderen Ende der Kopfwirbelsäule anfängt und bis zum unteren Ende der Rückenwirbelsäule reicht und welche in der frühesten Entwickelungsperiode offen war. Der andere Theil läuft längst den Seitentheilen der Rückenwirbelsäule. Die horizontalen Grenzlinien der über einander liegenden divergirenden Wirbel scheiden vorne den Kopf vom Gesichte (liegen in den Augenbrauen) und den Gesichtstheil des Kopfes vom Halse (laufen längs des Zungenbeines), hinten den Kopf vom Nacken und unten die obere Körperhälfte von der unteren. Die Grenzlinie um die paarigen Ohrwirbel läuft längs der Peripherie des natürlichen Hörrohres, und an den Extremitäten bezeichnen die Grenzlinien die Richtungslinien, gegen welche die Dehnung und das Wachsen der Haut stattfindet.

Die Hautstellen in den Grenzlinien, auf welchen Kreuze sich ausbilden, sind verhältnissmässig ruhende Stellen, während die linearen Hautstellen, auf welchen convergirende Ströme ausgebildet vorkommen, während des Wachsthums gedehnt werden.

Das Entstehen der Kreuze in den Grenzlinien der divergirenden Wirbel wird aus dem Auseinanderweichen der Zuglinien an diesen Stellen leicht erklärt, welches Auseinanderweichen wieder in einer Verlängerung der Stücke dieser Grenzlinien, in welchen diese Kreuze vorkommen, mit Rücksichtnahme des Wachsthums der unterhalb dieser Hautstellen liegenden Weichgebilde und der Knochen seine Begründung findet. Das Einschalten eines anderen divergirenden Wirbels in die Spalte einer Strömung eines anderen Wirbels, auch das Sichhineindrängen eines divergirenden Stromes in die Strömung eines zweiten Wirbels erzeugt Kreuze.

Die Anwendung des Gesagten auf die einzelnen divergirenden Wirbel zur Erklärung ihrer einfachen Ausströmungen und ihrer divergirenden Ströme, ihrer Kreuze und convergirenden Ströme lasse ich hier nachfolgen.

Am Kopf oder Scheitelwirbel wird die Haut excentrisch gedehnt und wächst eben so vom ruhenden Scheitel ringsum abwärts, und zwar: nach vorne gegen die bestimmte, wenn auch abwärts weichende Grenze der Augenbrauen; an den Seiten vor und hinter dem

Ohre und hinten in den Nacken gegen die Grenzlinie zwischen Kopf und Rückenwirbelsäule, so wie längs derselben abwärts. Diesem Zuge folgen die Haarspitzen und es bilden sich nach vorne der mittlere und die zwei seitlichen Stirnströme aus, deren Scheidegrenze durch das Breiterwerden der Stirne entsteht; durch dieses Breiterwerden entsteht auch in der Augenbraue das Augenbraukreuz, und durch das Hinziehen der Haarspitzen in der Grenze zur Mittellinie und nach aussen bilden sich seine zwei convergirenden Ströme und der convergirende vordere Kopfwirbel. Die seitlichen Ausströmungen werden beiderseits durch das Einschalten des divergirenden Ohrwirbels in die Strömung getrennt. An der Trennungsstelle bildet sich das Oberohrkreuz. Der vordere Theil der Strömung wird als Schläfenstrom vor dem Ohre abwärts bis in den convergirenden Halswirbel hineingezogen. Die hintere Abtheilung, welche als hinterer Ohrstrom die hintere Fläche des Ohrknorpels bedeckt, wird mit seinem Wachsthume bis an seinen Rand gezogen, wodurch der convergirende Ohrmuschelrandstrom sich ausbildet. Zwischen den Rest der Ausströmung: den unteren Ohr- und mittleren Nackenstrom, welcher im weiteren Laufe zum Rückenstrome wird, drängt sich der divergirende, schräg aufsteigende, seitliche Halsstrom hinein und bildet dadurch das Nackenkreuz und seine zwei convergirenden Ströme, während der untere Ohrstrom in den convergirenden Hals-, und der Rückenstrom in den convergirenden Steisswirbel gezogen wird.

Bei den paarigen Augenwirbeln übersteigt die Dehnung und der Wachsthum ab- und auswärts jenen auf- und einwärts, weil das Centrum des Wirbels, der innere Augenwinkel, von der Mittellinie und der Augenbraulinie nur wenig wegrückt, die Grenzen ab- und auswärts aber weiter sich entfernen und in den convergirenden Halswirbel hineingezogen werden. Desshalb sind diese Wirbel excentrisch. Durch das Breiterwerden des Stirnbeines und das Auswärtsrücken des *foramen supraorbitale* spaltet sich die Augenbrauströmung dieses Wirbels und trägt zur Bildung der Augenbraue, des Augenbraukreuzes und seiner beiden convergirenden Augenbrauströme nebst dem convergirenden vorderen Kopfwirbel bei. Auf der Nasenwurzel entsteht wieder eine Spaltung der zweiten Ausströmung des Augenwirbels und es bildet sich hier das Nasenwurzelkreuz und seine zwei convergirenden Ströme, weil die *pars nasalis ossis frontis* länger wird und die *ossa nasalia* abwärts wachsen und die Haut sammt den Haaren diesem Zuge folgt. Der in der Augenlidspalte liegende divergirende Augenspaltenstrom verlängert sich wie die Augenlidspalte nach auswärts. Die Haut, auf welcher die Wangen-, Backen- und seitlichen Nasenströme ausgebildet sind, wird zum convergirenden Halswirbel am stärksten gezogen, desshalb laufen diese Ströme schräg und sind die längsten. Der Wachsthum und Zug der Haut über die Nase, die Ober- und Unterlippe, so wie über das Kinn zum Zungenbeine abwärts zu beiden Seiten der Mittellinie bedingt das Längerwerden des convergirenden Gesichtsstromes, das Aneinanderlegen seiner Haarrichtungen im Laufe abwärts, das Überspringen der Nasenöffnungen und der Mundspalte. Das Breiterwerden des Halses zwischen beiden convergirenden Halswirbeln bewirkt den Zug auswärts, durch welchen das Zungenbeinkreuz und seine beiden convergirenden vorderen queren Halsströme gebildet werden.

Die beiden Ohrwirbel sind gleichfalls excentrisch, weil der, wenn auch gefaltete Ohrknorpel rück- und aufwärts stärker wächst als nach vorne und unten, und weil die Haut, welche die gefaltete Trichterfläche desselben überkleidet, sammt ihren Haaren diesem Wachsthume und Zuge folgend, zur Peripherie hin sich vergrössert. Das Weichen beider Mittelpunkte der Ohrwirbel durch das Wachsthum der Schädelknochen nach aussen hat auf die Ausdehnung

der Ausströmungen der Ohrwirbel nur nach vorne Einfluss. Das stärkere Wachsthum des Ohrknorpels und seiner Haut aufwärts macht, dass sich aus dem *meatus auditorius externus* ein aufwärts steigender Strom bildet, der oben über den Rand der Helix strömt, hier durch den Wachsthumszug der Haut nach vor- und rückwärts sich spaltet, die zweite Hälfte des Oberohrkreuzes und den convergirenden vorderen Ohr- und den Ohrmuschelrandstrom bilden hilft. Auf der Haut vor dem Anfange der Windung und vor dem Bock bildet sich aus den vorderen Ausflüssen des Ohrwirbels die vordere Ohrströmung, weil die Haut durch das Breiter- und Längerwerden des Gesichtes hier stärker nach vor- und abwärts gezogen wird. Durch das Ausbilden und Längerwerden des Winkels des Unterkiefers und durch den Zug der ihn bedeckenden Haut zum convergirenden Halswirbel, wo einst die Schlundspalte war, bildet sich die Spitze dieser vorderen Ohrströmung, welche dem convergirenden Halswirbel zufliesst.

Complicirter ist der Vorgang bei den Extremitätswirbeln. Die Theile ihrer Haut, welche zur Bedeckung und Einhüllung des Stammes dienen, sind in der Medianlinie vorne und unten verwachsen und weichen nicht; hinten haben sie mittelst der Hautpartie, auf welcher der Rückenstrom des Scheitelwirbels ausgebildet ist, an den Seiten der Rückenwirbelsäule ebenfalls eine feste, wenig weichende Grenze, und da der Thorax während der Haarentwicklungsperiode durch die stärkere Entwickelung beider Lungen aus der embryonalen Cylinderform immer mehr in die eines verschmolzenen Doppelcylinders übergeht und auch der Bauch und das Becken durch die Entwickelung der Bauch- und Beckenorgane seitlich breiter werden, so wird die Seitenlinie des Stammes von der Mittellinie desselben immer weiter auswärts gedrückt, mithin wird die Haut von jeder Seitenlinie aus nach einwärts sowohl an der Vorderseite, als auch auf der Rückenfläche des Stammes gedehnt und wächst zur Mittellinie, welcher sich demnach auch die Haarspitzen der Ausströmungen der Achselhöhlen, Leisten- und der etwaigen eingeschalteten Seitenwirbel zuneigen werden.

In jeder dieser Seitenlinien des Stammes wird die Haut durch die Verlängerung des Stammes beim Wachsthume vom Achselwirbel abwärts und vom Leistenwirbel aufwärts gedehnt; dieses Dehnen ist die Veranlassung, dass aus dem Achselhöhlenwirbel ein absteigender divergirender seitlicher Bruststrom, und aus dem Leistenwirbel ein aufsteigender seitlicher Bauchstrom, und da, wo diese beiden Ströme auf einander treffen, ein Seitenkreuz mit seinen zwei convergirenden Grenzströmen sich ausbilden. Ist zwischen diesen beiden Wirbeln ein divergirender, oder sind sogar zwei divergirende Wirbel eingeschaltet, so entsteht aus jedem Centrum dieser Wirbel durch den Wachsthumszug nach auf- und abwärts ein auf- und ein absteigender divergirender Strom und da, wo diese divergirenden Ströme auf einander stossen, auch ein oder zwei Seitenkreuze. Die nach rückwärts gezogenen seitlichen Ausströmungen aus diesen divergirenden Strömen bilden, mit ihren Haarspitzen sich abwärts neigend, die eine Hälfte des absteigenden convergirenden seitlichen Rückenstromes. Die nach vorne durch den Zug zur Mittellinie sich wendenden überspringen den Brustwarzenhof und da der Stamm auch in die Länge wächst, so werden sie aus dem queren Laufe auch abwärts gezogen und bilden in der Mittellinie aus derselben Ursache durch gemeinschaftliches Zusammenströmen um den Nabel den convergirenden Nabelwirbel und die in ihn einmündenden convergirenden Ströme, die ebenfalls ihm zuströmend in die Länge wachsen. Diese sind: der absteigende Brust- und Bauchstrom und in der Regel zwei seitliche, schräg abwärts gerichtete Wirbelgrenzströme nebst dem aufsteigenden convergirenden Bauchstrome. Unterhalb desselben liegt das Bauchkreuz, dessen Bildung hier in der Mitte zwischen Nabel- und Schambeinvereinigung ebenfalls

aus der durch das Wachsthum bewirkten Dehnung der Mittellinie sich erklärt. In dieser Dehnung findet die Ausbildung des vom Bauchkreuz abwärts laufenden absteigenden Bauchstromes, welcher dem Penis-Wirbel zufliesst, gleichfalls ihre Begründung.

Demzufolge werden aus beiden Achselhöhlenwirbeln ausser den beschriebenen absteigenden divergirenden seitlichen Brustströmen, mit diesen jedoch noch in Verbindung die breiten queren Brustströme, in der Zug- und Verbindungslinie beider Achselhöhlen sich ausbilden, und da wo dieselben in der Mittellinie auf einander treffen, entsteht das Brustkreuz; die abwärts gezogenen Ausflüsse dieser queren Strömung bilden den vom Brustkreuz abwärts laufenden absteigenden convergirenden Bruststrom.

Die Hautpartie, welche den Hals rechts und links vorne, an den Seiten und hinten umhüllt, ist in der Median-Linie verwachsen, nach oben auf dem Zungenbein, und an den Seitentheilen des Nackens mit der Haut des Gesichts- und Scheitelwirbels verschmolzen. Da die Halswirbelsäule und die Weichgebilde vorne durch das Wachsthum sich verlängern, so wird die Haut über das Schlüsselbein aufwärts zum Zungenbeine, zum convergirenden Halswirbel und zu den Seitentheilen des Nackens auf- und auswärts, nur hinten abwärts gezogen. Diesem Zuge folgend wenden sich die oberen Ausflüsse des queren Bruststromes über das Schlüsselbein aufwärts, ihre Haarspitzen convergiren anfangs in der Mittellinie, legen sich dann an einander, bilden den convergirenden, vom Brustkreuz aufsteigenden Brust- und Halsstrom, und am Zungenbeine angelangt werden sie durch das Breiterwerden des Halses von der Mittellinie abgelenkt; so entsteht hier das Zungenbeinkreuz und seine zwei convergirenden Ströme, welche nebst der aus- und aufwärts in die Unterohrgrube hin sich noch verlängernden und einrollenden aufsteigenden Strömung im convergirenden Halswirbel ihr Ende finden. Die nächste, schräg über den *sterno-cleido-mastoideus* aufsteigende Strömung bildet sich zum divergirenden seitlichen Halsstrome aus, dessen Spitze sich zwischen den Rücken- und Unterohrstrom des Scheitelwirbels eindrängt, und auf den Seitenwülsten des Nackens das Nackenkreuz bildet. Die Spitzen der oberen Ausflüsse aus diesem divergirenden Strome werden von dem quer um die obere Seite des Halses laufenden unteren Ohrstrome abgelenkt und laufen nun als convergirender querer seitlicher Halsstrom in den convergirenden Halswirbel hinein, während die unteren Ausflüsse, dem Seitenrande des Rückenstromes angelegt, abwärts gebogen werden und so den oberen Theil des convergirenden seitlichen Rückenstromes bilden.

Die Haut, welche die obere Extremität einhüllt, wird beim vorwaltenden Wachsthume der Extremitäten in die Länge, auch vorwaltend in die Länge gedehnt und wächst dem entsprechend in dieser Richtung. An der Schulter jedoch waltet der durch das Breiterwerden des Thorax und die Entwickelung der Schulter bedingte quere Zug vor, der sich zu dem am Halse vorwaltenden Zuge auf- und auswärts hinzugesellt; daraus lassen sich nun die Richtungen der ferneren Ausströmungen des Achselhöhlenwirbels erklären, und zwar: die der divergirenden vorderen und hinteren Schulterströmung, welche sich nach auf- und auswärts wenden und die Schulter vorne und hinten umströmen; ferner die des vorderen und hinteren queren Schulterstromes, welche den Delta-Muskel quer umfassen und aussen, da wo sie wieder auf einander stossen, das Delta- oder Schulterkreuz und den aufsteigenden convergirenden Schulterstrom bilden, der hinten durch den dort überwiegenden Zug zum queren Rückenstrome wird und dann abwärts gezogen in dem seitlichen Rückenstrome endet.

Zur Erklärung der letzten Ausflüsse des Achselhöhlenwirbels und seiner secundären Bildungen, als: des convergirenden Ellbogenhöckerwirbels, des Ulnar- und Radialkreuzes und der convergirenden Ströme muss man nebst dem vorwaltenden Wachsthumszuge der Haut in die Länge auch die Modificationen desselben an den einzelnen Abtheilungen der oberen Extremität durch das Wachsthum der Theile in der Tiefe in Rechnung bringen. Alle Röhrenknochen wachsen von dem zuerst verknöchernden Mittelstück zu ihren beiden Endtheilen hin; die langen Muskeln der Extremitäten eben so von der Mitte, wo die Gefässe und Nerven eintreten, zu den Endtheilen hin, die befestigt sind. Demgemäss wird daher auch das vorwaltende Wachsthum der Haut in die Länge so modificirt, dass die Haut, welche die mittleren Theile der einzelnen Abtheilungen der oberen Extremität deckt, auch zu den beiden Endtheilen hin gezogen wird und wächst. Daraus lassen sich nun die Haarrichtungen auf der Haut des Ober- und Vorderarmes und der Hand erklären. Die zu beiden Seiten den inneren Armstrom begleitenden Ausströmungen vereinigen sich mit den abwärts sich wendenden Ausflüssen des vorderen und hinteren queren Schulterstromes, umgreifen von innen aus den Oberarm vorn und hinten und bilden an der äusseren Fläche desselben den äusseren herabsteigenden convergirenden Armstrom. Das Ende dieses Stromes und die Enden dieser Strömungen wenden sich mit dem Wachsthume des unteren Endes des Oberarmes zum Ellbogengelenk hin, dem Ellbogenhöcker zu, convergiren und winden sich in den convergirenden Ellbogenhöckerwirbel hinein. Die seitlichen Ausflüsse des divergirenden inneren Armstromes, der am Vorderarm in der Armspindelfurche herabläuft, hüllen den Vorderarm ein; die vorderen gelangen über den Radialrand des Vorderarmes an die Rückenfläche, während die hinteren die innere Fläche desselben bedecken; sie umfassen so den breiten Vorderarm in Bogenkrümmungen, kommen am Ulnarrande wieder zusammen und werden durch das Wachsthum des oberen Endes des Vorderarmes zum Ellbogengelenke hin aufwärts in den Ellbogenhöckerwirbel gezogen und bilden nebstbei den aufsteigenden Ulnarstrom, der ebenfalls in diesem Wirbel endet; so wird am Ellbogenhöcker durch den allgemeinen convergirenden Zug der Ellbogenhöckerwirbel ausgebildet.

Am Ulnarrande des Vorderarmes, da wo in der Tiefe die noch weichen unteren Theile der Vorderarmknochen und der Handwurzel liegen, werden durch das Wachsthum der Theile abwärts die untersten, hier bereits querlaufenden Ausflüsse des inneren Armstromes auf der Rücken- und an der inneren Fläche des Vorderarmes abwärts gezogen; so entstehen hier hinten das Ulnarkreuz und der absteigende convergirende Ulnarstrom, während vorne das Auseinanderweichen des Endes des inneren Armstromes zur Bildung des hier manchmal ausgebildeten Radialkreuzes beiträgt. Dieses wird vervollständigt, indem aus dem Centrum des unterhalb liegenden, rudimentär ausgebildeten divergirenden Handwirbels eine kurze aufsteigende Ausströmung entgegen kommt, auf dieselbe trifft und ebenfalls auseinander gezogen wird. Die Hauptausströmung dieses Handwirbels deckt die Mittelhand, legt sich an die aus dem Achselhöhlenwirbel, wird so wie diese durch das Breiterwerden der Hand zum Ellbogenrande derselben gezogen. Die auf den mittleren Abtheilungen der Haut, der Rückenfläche der Phalangen, der Finger vorkommenden Härchen folgen demselben Entwickelungszuge und sind mit ihren Spitzen ebenfalls dem Ulnarrande zugewendet. In jeder Abtheilung sind aber die Spitzen der in der obersten und untersten Reihe liegenden Härchen durch den stärkeren Wachsthumszug der Haut an den Enden der Phalangen auf- und abwärts abgelenkt. Die Ausströmungen dieses Wirbels, welche auf der Rückenfläche des Daumens

sich vorfinden, sind die kürzesten, die Härchen in denselben wenden sich mit ihren Spitzen dem Radialrande zu. Die Ausbildung der Ausströmungen dieses divergirenden Wirbels zu einem excentrischen Wirbel, die Lage des Centrums in der Scheidelinie, welche den Daumen von den vier übrigen Fingern trennt und durch das Radialkreuz geht, der Gegensatz in der Richtung der Härchen, welche den Daumen, und denen, welche die übrigen vier Finger bedecken, ist in dem Gegensatze, welcher zwischen dem Daumen *(manus parva — ἀντίχειρ)* und den vier übrigen Fingern besteht, begründet und ist als der durch die Haarrichtung sichtbar gemachte Reflex dieses Gegensatzes anzusehen. Auch der Fussrückenwirbel ist excentrisch, sein Mittelpunkt liegt auf dem Rist des Fussrückens in der Scheidelinie, welche die grosse Zehe von den vier kleinen Zehen trennt. Der Gegensatz in den Ausströmungen ist etwas weniger markirt.

Dass die obersten Ausströmungen beider divergirenden Leistenwirbel, die divergirenden aufsteigenden seitlichen Bauchströme mit ihren vorderen und hinteren Ausflüssen die untere Hälfte des Stammes bedecken und durch das Wachsthum desselben in die Länge, aufwärts und durch das in die Breite an der vorderen und hinteren Fläche einwärts gezogen werden und in der vorderen Mittellinie den Nabelwirbel, die ab- und aufsteigenden convergirenden Ströme und das Bauchkreuz bilden, habe ich bereits auseinandergesetzt.

Von den ferneren, für die untere Extremität bestimmten Ausströmungen eines jeden Leistenwirbels werden die divergirenden Scham- und Hüftausströmungen noch zur Mittellinie gezogen, um das unterste Ende des Stammes und die Geschlechtstheile einzuhüllen. Da auch am unteren Ende des Stammes durch die Entwickelung der Hüften- und der Beckenorgane das Wachsthum in die Breite vorwaltet, so werden diese divergirenden Scham- und Hüftausströmungen aus dem vorne und mehr aussen gelagerten Leistenwirbel ein- und abwärts gezogen. Die oberen Theile der Schamströmung bedecken die vordere Fläche und die oberen Theile der Hüftausströmung, die äussere und hintere Fläche des Beckens. Die ersteren kommen in der Mittellinie im absteigenden Bauchstrome zusammen und endigen oben und an der Seite im convergirenden Peniswirbel. Die letzteren treffen hinten in der Mittellinie wieder zusammen und tragen mit einem Theile ihrer Ausflüsse zur Vollendung des convergirenden Steisswirbels bei, mit dem anderen kommen sie oberhalb des Afters in der Mittellinie zusammen, werden durch die Verlängerung der Distanz zwischen After und Centrum des Steisswirbels durch das Wachsthum, gerade von der Mitte, nach auf- und abwärts abgelenkt; hier bildet sich das Steisskreuz. Die obere convergirende Strömung desselben fliesst in den Steisswirbel, die unteren convergiren ebenfalls, legen sich dann an einander und umsäumen mit den nächst darauf folgenden Ausflüssen die Afteröffnung. Vor derselben kommen sie wieder im convergirenden Dammstrome zusammen, der sich in der Raphe des Scrotums fortsetzt und am Peniskreuze endet. Erst die unteren, schräg abwärts laufenden Theile der Scham- und Hüftströmung umfassen den breitesten Theil des Oberschenkels und kommen auf der inneren Fläche des Gracilis im aufsteigenden convergirenden inneren Schenkelstrome zusammen, nachdem die dem Hüftstrom angehörenden das Gesäss, den Damm und das Scrotum bedeckt haben. In diesem convergirenden inneren Schenkelstrome werden die Haarspitzen aufwärts gezogen und fliessen dann der Mittellinie (der Raphe) zu, wo sie etwas aus einander weichen und das Peniskreuz bilden. Die letzten Ausläufer der Schamströmung convergiren und fliessen in den convergirenden Peniswirbel, die Enden der Hüftströmung fliessen auf's Scrotum.

In den letzten Ausströmungen des Leistenwirbels: dem äusseren, inneren und vorderen Schenkelstrome, waltet durch das vorherrschende Wachsthum auch der untern

Extremitäten in die Länge, die Längsrichtung in diesen Ausströmungen vor, die Haarspitzen werden abwärts gezogen, weil die Haut ebenfalls vorwaltend in die Länge gezogen wird. Der schräge, oben fast quere Lauf der Ausströmungen des äusseren und inneren Schenkelstromes erklärt sich aus dem Dickerwerden des oberen Endes des Oberschenkels durch die starke Entwickelung der ihn umhüllenden Muskeln, mithin durch die fast allgemeine Dehnung der Haut in die Quere. Die Bogenkrümmungen dieser Ausflüsse, die Ausbildung des Schenkelkreuzes auf der inneren Fläche des Gracilis in der Mitte des Oberschenkels und die von ihm aus beginnenden auf- und absteigenden inneren Schenkelströme sind die Resultirenden aus diesen Zugrichtungen und der Berücksichtigung des Wachsthumes des Oberschenkelbeines. Dem mittleren, mehr ruhenden, verknöcherten Theile entspricht das Schenkelkreuz, den auf- und abwärts wachsenden Enden folgen die Härchen in den Strömungszügen, bilden die Bogenkrümmungen, die geschwungenen Linien und enden aufwärts sich wendend im aufsteigenden, und abwärts geneigt im absteigenden inneren Schenkelstrome.

Der vordere, vorwiegend gerade abwärts strömende Schenkelstrom wird durch die wenig hervorragende Patella in eine äussere und innere, die Kniescheibe umfassende, und eine mittlere auf derselben endigende Abtheilung geschieden. Unter der Kniescheibe neigen sich die aus einander geschobenen Abtheilungen dieses Stromes wieder einander zu, bilden auf der *spina* und *crista tibiae* einen secundären convergirenden Strom, der in den absteigenden convergirenden inneren Schenkelstrom mündet. Wäre die untere Extremität als Stütze für den Stamm beim aufrechten Gange nicht in ihrem Baue modificirt worden, würde die Kniescheibe noch mehr hervorragen, so würde sich auch hier ein convergirender Wirbel ausgebildet haben wie am Ellbogenhöcker.

Der Unterschenkel wird vorherrschend von den längsten und breitesten Ausflüssen des äusseren Schenkelstromes bedeckt, welche von der äusseren Fläche des Oberschenkels in die Kniekehle hinab sich winden und von hier aus, nachdem sie die Wade zu beiden Seiten umfasst haben, sich nach vorne und abwärts wenden, hier in der Fortsetzung des absteigenden convergirenden inneren Schenkelstromes sich wieder begegnen und denselben bilden. Unter der Kniescheibe schiebt sich das zugespitzte Ende des vorderen und inneren Schenkelstromes ein und bedeckt das obere Ende der Tibia vorne. Das Köpfchen des Wadenbeines und sein äusserer Rand bewirkt eine Divergenz in dieser Strömung. Die Haargrenze der Ausstrahlung des Leistenwirbels ist oberhalb der Fussknöchel und zwischen denselben deutlich sichtbar und mit vier Halbmonden begrenzt, welche die beiden Knöchel, die Achilles-Sehne und das vordere Ende der Tibia frei lassen. Das Ausbilden der beim Menschen am stärksten entwickelten Wadenmuskeln und der Muskeln an der vorderen äusseren Fläche des Unterschenkels wird dieses Winden und Spalten der Strömung, so wie auch das Vorwärtswenden des unteren Endes des absteigenden inneren Schenkelstromes bedingen, welcher vor dem inneren Knöchel endet.

Die Ausströmungen des unvollkommen entwickelten Fussrückenwirbels sind durch einen deutlich haarlosen Zwischenraum von den letzten Ausläufern des Leistenwirbels geschieden; nach hinten sind die Ausströmungen am kürzesten, nach vorne am längsten, weil sie mit dem stärkeren Wachsthume der Metatarsus-Knochen vorwärts gezogen werden. Ihre Hauptströmung ist zum äusseren Fussrande hin gerichtet. Die Spitzen der Härchen auf den mittleren Abtheilungen der Rückenfläche der Zehenglieder sind gleichfalls auswärts gerichtet. Die Ablenkung der Spitzen der Härchen in jeder Abtheilung nach vorne und hinten, die am vorderen und

hinteren Rande jeder Abtheilung liegen, wird wie bei den Fingergliedern aus dem stärkeren Wachsthume beider Endtheile der einzelnen Zehenknochen erklärt.

Diese Erklärung der Richtung der verschiedenen Ströme und Ausflüsse der divergirenden Wirbel der Haare und der secundären Bildungen dieser Wirbel, als: der convergirenden Wirbel, Kreuze und convergirenden Ströme der Haut des Menschen, lässt sich leicht auf die Haarwirbel der Säugethiere und ihre secundären Bildungen übertragen. Die Anordnung der Federn auf dem Körper der Vögel in mehrere divergirende Wirbel erlaubt die von mir aufgestellten Gründe ebenfalls zu ihrer Erklärung anzuwenden, selbst auf die Stellung und Ordnung der Stacheln des *Schizaster tubuliferus* (Schmidt) auf seiner sphärischen Oberfläche in mehrere Wirbel werden sich, wie ich glaube, diese Erklärungsgründe anwenden lassen; denn die Haare der Säugethiere sind bei der Entwickelung eben so in die frühere Epidermis-Hülle eingewachsen und von ihr bedeckt. Der Flaum der Vögel-Embryonen ist ebenfalls von der alten Epidermis umhüllt, selbst die Stacheln des *Schizaster tubuliferus* sind wahrscheinlich ebenfalls zur Zeit ihrer Entwickelungsperiode von einer Epidermoidal-Hülle gedeckt.

ERKLÄRUNG DER ANORDNUNG DER HAARE IN DIVERGIRENDE WIRBEL UND ERFORSCHUNG DER GESETZE UND DER GRÜNDE FÜR DIESELBE.

Nachdem ich die verschiedenen Haarrichtungen an der Oberfläche des menschlichen Körpers auf die Anordnung derselben in mehrere divergirende Wirbel zurückgeführt habe, bin ich zur Erklärung der verschiedenartigen Ausströmungen jedes einzelnen dieser Wirbel übergegangen, habe dieselben in allen ihren Einzelnheiten aus den von mir angeführten Daten der Entwickelungsgesetze des Hautorganes selbst und der Entwickelungsgesetze des in der Tiefe liegenden Skelettes und der zwischenliegenden Weichgebilde naturgemäss erklären können. Jetzt will ich hier in Nachfolgendem eine Erklärung der Anordnung der Haare in divergirende Wirbel zu geben versuchen und die Ergebnisse meiner Erforschung der Gesetze und Gründe der Haarwirbelbildung mittheilen.

Bei der Beschreibung der einzelnen divergirenden Haarwirbel habe ich erwähnt, dass der Umfang, in welchem die Wirbelwindungen regelmässig ausgebildet gefunden werden, nicht gross und bei einigen grösser, bei den anderen kleiner sei, je nach der Art der krummen Fläche, auf welcher sich die Wirbel ausgebildet haben. Die grösste Ausdehnung in seiner regelmässigen Ausbildung erlangt der Scheitelwirbel auf der gewölbten Fläche des Schädeldaches, die man mit einer Halbkugel vergleichen kann; bei den anderen Wirbeln ist die gewölbte oder gehöhlte Fläche, auf welcher sie vorkommen, nur in einem sehr kleinen Umfange regelmässig gestaltet, ändert sich dann bald und mit ihrer Änderung beginnen die Ablenkungen in den Ausströmungen.

Betrachtet man die Stellung der Haare in den verschiedenen divergirenden Wirbeln, verfolgt man die Richtung, in welcher die einzelnen Haare vom Centrum aus auf einander folgen, so sieht man, dass die Haare vom Mittelpunkte aus in krummen Reihen wurzeln und dass die sichtbaren Härchen oder Haare in krummen Linien gelagert sind; selbst die Richtungslinien, in welchen die Härchen der divergirenden Augenwirbel vom inneren Augenwinkel als Centrum aus geordnet vorkommen, sind keine geraden, sondern ebenfalls krumme, nur weniger gebogene Linien. Schon der blosse Anblick dieser krummen Linien lehrt, dass dieselben zu den Spirallinien gehören. Ferner habe ich bei der

Beschreibung der einzelnen divergirenden Wirbel ebenfalls darauf aufmerksam gemacht, dass die spiralen Windungen, was man am Scheitelwirbel am leichtesten sehen kann, nicht von einem gemeinsamen Mittelpunkte, sondern von einer kurzen krummen Linie in der Nähe desselben oder um denselben beginnen; diese krumme Linie ist oft ∫förmig gekrümmt und diese ∫förmige Krümmung ist bei manchen Scheitelwirbeln ziemlich lang. Forscht man nach der Natur dieser Spiralen und berücksichtigt die oben angeführte Beobachtung, dass sie nicht in einem gemeinsamen Mittelpunkte beginnen oder endigen, sondern in dessen Nähe, zieht man ferner die Form und die Entfernung der einzelnen Windungen einer jeden dieser Spiralen in Betracht, so kann man schon aus diesem die Vermuthung aussprechen, dass es logarithmische Spiralen sein werden.

Die Spiralen sind in einem Wirbel rechts, im anderen links gewunden und mithin auch die divergirenden Wirbel theils rechts-, theils linkswendig; rechts gewundene kommen öfter vor. Bei den paarigen, zu beiden Seiten der Mittellinie ausgebildeten divergirenden Wirbeln kommen gewöhnlich an der rechten Körperseite linkswendige, und an der linken rechtswendige Wirbel vor. Der unpaarige Scheitelwirbel ist öfter rechts als links gewunden. Die zwischen den Achselhöhlen- und Leistenwirbel eingeschobenen divergirenden Seitenwirbel sind an der rechten Seitenwand gewöhnlich ebenfalls linkswendig. Ausnahmen, wo das Umgekehrte an einem oder dem anderen Wirbel gefunden wird, habe ich ebenfalls angetroffen. Ich habe bei dem Hinaufrücken des Centrums der Leistenwirbel an die Seitenwand des Thorax einen ganz deutlich und in ziemlich grossem Umfange ausgebildeten rechtswendigen divergirenden Wirbel an der rechten Seitenwand der Brust, und einen linkswendigen an der linken gefunden. Machen die Spiralen in der Nähe des Centrums um dasselbe viele Windungen, so sind solche Wirbel auch in ihren weiteren Ausströmungen stärker wie gewöhnlich entwickelt, und dieses gibt Veranlassung, dass dann Verwerfungen der regelmässigen Haarrichtungen sich ausbilden, welches in dem eben angeführten Falle vorgefunden wurde, wo mit der starken Ausbildung der Wirbelwindungen dieser Leistenwirbel an den Seiten des Thorax ein Ablenken des mittleren Rückenstromes nach links und ein Ausbilden eines anomalen convergirenden Wirbels auf dem Rücken der Wirbelsäule verbunden war.

Störungen in der Wirbelbildung und unvollkommene Ausbildung der divergirenden Wirbel in der Nähe des Centrums habe ich am öftesten an den Leistenwirbeln, weniger oft an den Achselhöhlenwirbeln gefunden. Sind zwischen die Achselhöhlen- und Leistenwirbel zwei divergirende Wirbel eingeschoben, so sind beide in ihrer Ausbildung gestört, drücken einer den andern mit ihren Ausströmungen und die Windungen um das Centrum sind höchst unvollkommen ausgebildet.

Bei Erwachsenen sind die Wirbelwindungen in der nächsten Nähe des Centrums, mit Ausnahme des Scheitelwirbels an den übrigen divergirenden Wirbeln, fast nicht mehr oder nur undeutlich und verdrückt, wie z. B. an den Haaren des Achselhöhlenwirbels zu sehen, während die verschiedenen Ausströmungsrichtungen dieser Wirbel an den verschieden grossen Härchen noch immer deutlich zu erkennen sind. Das Kahlwerden am Scheitel beginnt am öftesten gleichfalls in der Nähe des Centrums des Scheitelwirbels.

Auch an den convergirenden Haarwirbeln kann man die spiralen Windungen der Richtungslinien, in welchen die Haare eingepflanzt sind, von der Peripherie zum Mittelpunkte oder in dessen Nähe hin verfolgen. Sind bei Embryonen die Härchen und bei den

Thieren die Haare lang geworden, so setzt sich die spirale Eindrehung über die Oberfläche in eine spiral gewundene Haarspitze oder in die spirale Windung der langen Haare fort. Bei langhaarigen Hunden sieht man z. B. an den convergirenden Wirbeln auf dem Sitzknorren, am Ellbogenhöcker und an der Schwanzspitze, wie die spiral gewundenen Haare, nachdem sie den Mittelpunkt erreicht und um denselben sich gelagert und gedreht haben, dann noch länger geworden sich von demselben wieder immer mehr entfernen und einen divergirenden Haarwirbel zu bilden scheinen, so dass man in einem solchen Falle ohne genaue Untersuchung beim ersten Anblick einen divergirenden Wirbel vor sich zu haben glaubt.

Will man von dem Gesagten sich überzeugen und die spiralen Windungen der divergirenden und convergirenden Wirbel sehen und studiren, so muss man bei erwachsenen Menschen den divergirenden Wirbel am Scheitel und den convergirenden Halswirbel in der Unterohrgrube in den hier bei manchen recht deutlich sichtbaren Eindrehungen des Backenbartes untersuchen, oder aber man nimmt seine Zuflucht zu den divergirenden und convergirenden Wirbeln der Säugethiere, z. B. der Hausthiere, die ich beschrieben habe. Noch deutlicher und genauer kann man dieselben an Embryonen sowohl des Menschen als der Säugethiere und Vögel sehen und an denselben in den verschiedenen Entwickelungsperioden der Haar- und Wirbelbildung die ganze Entwickelungsgeschichte derselben studiren, Messungen vornehmen und, wie ich später zeigen werde, auch die Gesetze der Haarwirbelbildung erforschen.

Wenn man nun diese Regelmässigkeit und das Constante in der Anordnung der Haare in den spiralen Windungen der divergirenden und convergirenden Wirbel vom und zum Mittelpunkte und die Form der spiralen Windungen selbst betrachtet, wenn man ferner die Regelmässigkeit der verschiedenartigen Ausströmungen der divergirenden Wirbel, ihre Ablenkungen und secundären Bildungen, als: Kreuze und convergirende Ströme, die Anzahl und die Vertheilung der divergirenden Wirbel auf der Oberfläche des menschlichen und thierischen Körpers in Erwägung zieht, so drängt sich einem von selbst die Frage auf: Worin ist dieses Alles begründet? Nach welchen Gesetzen findet die Bildung, diese Anordnung statt? Kommt nicht vielleicht in einer anderen Reihe des Organischen etwas Ähnliches vor? Sind dort nicht bereits Gesetze erforscht, die auch hier Anwendung finden?

Beim Nachdenken über diese mir gestellten Fragen verfiel ich darauf, ob die Idee der spiralen Blattstellung der Pflanzen und ihre bereits mathematisch nachgewiesenen Gesetze sich nicht auch auf den thierischen Organismus und den Menschen und hier in Specie auf die verschiedenen Haarwirbel und ihre Ausströmungen anwenden, und mithin vom Vegetativen auf das Animale übertragen lassen.

Diese Idee der spiralen Blattstellung der Pflanzen hatte bereits Bonnet und Andere ausgesprochen; sie wurde von den Botanikern eifrig verfolgt, besonders waren es Karl Schimper und Alexander Braun[1]), welche zu ihrer Begründung die Mathematik in Anwendung

[1]) Karl Schimper in Geiger's Magazin der Pharmacie, 1830.
Alexander Braun in den Verhandlungen der kaiserlich Leopoldinisch-Carolinischen Akademie der Naturforscher. B. VII, 1831, sowie in der Allgemeinen botanischen Zeitung 1835, Nr. 10—12.
L. et A. Bravais (Mémoires sur la disposition géométrique des feuilles et inflorescenses. Paris 1838).
Dutrochet in „Nouvelles annales du Muséum d'histoire naturelle". Tom. III, Paris 1834.
Kunth in der Berliner Akademie der Wissenschaften. (L'Institut 1844, p. 78.)
Dr. Karl Friedrich Naumann, zuerst in Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie im Bande 56, 58, 60, später in seiner Abhandlung über Quincunx als Grundgesetz der Blattstellung vieler Pflanzen, mit einer Steindrucktafel. Dresden, Arnold, 1845.
Bernhard Ohlert. Über die Gesetze der Blattstellung. In Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie, Band 93, Jahrgang 1854, Nr. 10 und 11, Seite 260 und 349; Band 95, Jahrgang 1855, Nr. 5, Seite 139.

brachten. Schimper hat, auf vielfältige Untersuchungen gestützt, die nach ihm benannten Reihen der Blattstellungsgesetze aufgefunden und A. Braun ist es gelungen, die scheinbar so verwickelten Gesetze auf einen fast für das ganze Pflanzenreich giltigen arithmetisch-geometrischen Kanon der Blattstellung zurückzuführen. Die Gebrüder L. und A. Bravais und Dutrochet haben über denselben Gegenstand gearbeitet und ihre Abhandlungen darüber veröffentlicht; auch Kunth schrieb über die Blattstellung. Dr. C. F. Naumann suchte die Gesetze der Blattstellung vieler Pflanzen auf den parallelreihigen und concentrischen Quincunx zurückzuführen, mithin trachtete er, wie er selbst sagt, „das Gebiet der schönen Entdeckungen Schimper's und Braun's von einem etwas verschiedenen Gesichtspunkte aus einer etwas allgemeineren mathematischen Auffassung zu unterwerfen"; er glaubt, dass der Quincunx als das Grundgesetz der Blattstellung der meisten Pflanzen zu betrachten sei. In der neuesten Zeit versucht Bernhard Ohlert die einfachen und eleganten Gesetze der Blattstellung aus einem noch höheren und allgemeineren Standpunkte darzustellen und die Frage nach dem inneren Grunde dieser Gesetze zu beantworten.

In den letzteren Jahren hat die Giltigkeit des Spiralgesetzes noch an Ausdehnung gewonnen, durch die in dieser Zeit von F. Schnirch, Wichura, A. Braun und Dr. F. Cohn[1]) hinzugefügten Beobachtungen und gewonnene Überzeugung, dass sich auch im Bau und Gefüge der Baumstämme die Spirale und Schraube in den aussen sichtbaren Windungen der Stämme und in der spiralen Richtung der Holzfaser nachweisen lasse.

Diese Anordnung der Blätter in Spiralen und die Gesetze für dieselbe ist nicht blos *a)* für den cylindrischen Stengel, sondern auch *b)* für den scheibenförmigen oder die Blattrosette, und *c)* für den kegelförmigen, so wie auch für *d)* den kugelförmigen oder einen Stengel, der einen beliebigen Rotationskörper darstellt, giltig, und nicht blos für die Blätter, sondern auch für die Triebe, Äste, Zweige und die Analoga der Blätter, die Warzen, Schilder und Narben der gerippten Cacteen, der Mamillarien und Sigillarien, der Syringodendra und Lepidodendra. Auch die Schuppen der Zapfen der Coniferen sind in Spiralen gestellt und gelagert. Die hemisphärischen und scheibenförmigen Anthoklinien und Periklinien der Syngenesisten (wie z. B. die Scheibe der Sonnenblume), die Kätzchen der Amentaceen und die Ähren vieler Gramineen zeigen gleichfalls in der Stellung ihrer Blümchen oder Samen- und Kelchblätter eine bewunderungswürdige Regelmässigkeit und befolgen dieselben Gesetze; selbst die Blätter in der Knospe sind spiralig gewunden.

Um nun die Frage beantworten zu können, welche von den für die Blattstellung der Pflanzen eruirten Gesetze auf die Stellung und Lagerung der Haare in Spiralen und auf die Wirbelbildung selbst ihre Anwendung finden, und um ferner die Gründe angeben zu können, welche für die Übertragung dieser Gesetze auf die Haarwirbelbildung sprechen, will ich aus der Abhandlung B. Ohlert's früher im Auszuge dasjenige vorausschicken, was meiner Überzeugung nach seine wohlbegründete Anwendung hier finden wird. Denn dass überhaupt die Anordnung der Haare in divergirende und convergirende Wirbel und ihre Ausströmungen,

[1]) F. Schnirch, k. k. Eisenbahn-Ober-Inspector, in der Zeitschrift des österr. Ingenieur-Vereins Nr. 5, im März 1849, in seinem Aufsatze über Elektricität und elektrische Telegraphie, Seite 39.
Wichura in der Abhandlung über schraubenförmig gewundene Baumstämme. Jahresbesicht der schlesichen Gesellschaft, 1851.
A. Braun in der Monatschrift der Berliner Akademie, August 1854, über die spirale Richtung der Holzfaser.
Dr. Ferd. Cohn. Über die Einwirkung des Blitzes auf Bäume. Jahresbericht der schlesischen Gesellschaft, 1854, p. 280. und in Froriep's Notizen aus dem Gebiete der Natur- und Heilkunde, Jahrgang 1856, 1. Band, Nr. 21. Über die Drehung der Baumstämme.

so wie die Wirbelbildung selbst eine mathematische Behandlung wie eben die Blattstellung der Pflanzen zulasse, dafür spricht nicht nur das, dass das ganze Phänomen nicht blos dem Sehsinne allein, sondern auch dem Tastsinne zugänglich ist, und dass man die meisten Beobachtungen, die darauf Bezug haben, selbst mit unbewaffnetem Auge machen und Messungen mittelst Instrumenten in Anwendung ziehen kann; dass mithin die Basis, von welcher man ausgeht und auf welcher man seine Beobachtungen und Untersuchungen macht und worauf man seine Reflexionen stützt und woraus man seine Schlüsse zieht, so sicher und leicht zugänglich sei. Wird man in der Folge näher an der Quelle mit den mathematischen Untersuchungen beginnen können, so werden die Resultate noch eine höhere Begründung finden und einen noch grösseren Werth haben können als jetzt, wo man eben nur von den letzten, gleichsam fixirten oder verhornten Resultaten des animalen Lebens, den aussen sichtbaren Haaren und ihren Wirbeln nämlich, ausgehen kann.

B. Ohlert, im Forschen nach dem inneren Grunde der Blattstellungsgesetze, sagt:

(Seite 261) „Wie einfach und elegant diese Gesetze auch sein mögen, wie deutlich ein innerer Zusammenhang derselben auch in die Augen springt, ja eben desswegen fühlt man um so mehr, dass sie nicht genügen, dass sie nicht der letzte und einfachste Ausdruck des den Erscheinungen zum Grunde liegenden Princips sein können. Wenn wir, auf unzählige Beobachtungen gestützt, die Thatsache zugeben müssen, dass der Baum, wenn er in üppiger Fülle Blatt auf Blatt treibt, in der vollsten Kraftäusserung überquellenden Lebens die Näherungswerthe eines Kettenbruches bei der Stellung seiner Blätter beobachtet; so fühlen wir, dass wir uns dabei nicht beruhigen können, dass es Aufgabe der Wissenschaft ist, den Grund dieser merkwürdigen Erscheinung zu erforschen."

Diesen inneren Grund formulirt er so (275): „Es wird diejenige Stellung der Blätter die günstigste sein, bei welcher das dem Anfangsblatte am nächsten kommende Blatt möglichst weit von ihm entfernt ist", mithin werden die Blätter sich so gegen einander stellen, dass ihnen zu ihrer Entwickelung möglichst viel Raum bleibe, und gerade im ersten Anfange der Blattbildung, wo sich die Keime mehrerer Blätter des so engen Raumes wegen zusammendrängen werden, kann man sich noch vorstellen, dass dieses Raumbedürfniss bestimmend auf die Stellung der noch im Werden begriffenen Blätter einwirke.

Diesen inneren Grund kann man auf die Anordnung der Haare in Spiralen und auf die Wirbelbildung selbst übertragen und so lauten lassen: Jene Stellung der Haare wird die günstigste sein, bei welcher das dem zuerst keimenden Haare zunächst nachfolgende auf dem engen Raume, wo die Ausbildung geschieht, möglichst weit von ihm sich entfernen kann, damit zu ihrer Entwickelung möglichst viel Raum verbleibe.

Aus dem aufgestellten Principe entwickelt nun Ohlert:

1. Die Gesetze für die gleichmässige Blattvertheilung, und zwar:
   A. für den cylindrischen Stengel,
   B. für den scheibenförmigen oder die Blattrosette,
   C. für den kegelförmigen Stengel, und
   D. für den kugelförmigen Stengel oder den Stengel, der ein beliebiger Rotationskörper ist.
2. Die Gesetze der ungleichmässigen Blattvertheilung.

Aus den Gesetzen der gleichmässigen Blattvertheilung notire ich das *A* beim cylindrischen Stengel Giltige: (262) „Wie das zweite Blatt gegen das erste steht, so muss sich auch das dritte

gegen das zweite u. s. f. stellen". (263) „Es müssen daher die auf einander folgenden Blattinsertionen einestheils durch eine gleiche peripherische Differenz von einander getrennt sein, d. h. die durch die Axe und die auf einander folgenden Insertionspunkte gelegten Ebenen müssen gleiche Winkel, welche man Divergenzwinkel heisst, mit einander bilden; anderentheils muss sich auch das dritte Blatt über das zweite eben so hoch erheben, wie das zweite über das erste u. s. f. Der Winkel, durch welchen diese Erhebung gemessen wird, heisst Ascensionswinkel. Alle Insertionspunkte müssen sich demnach durch eine den Stengel umkreisende Spirale umfassen lassen." „Der die relative Lage gegen die Axe angebende sogenannte Divergenzwinkel der auf einander folgenden Blätter ist beim cylindrischen so wie bei allen Stengeln, welche Rotationskörper darstellen, stets derselbe."

Die ursprüngliche Spirale kann entweder rechtswendig oder linkswendig sein. Spiralen von gleicher Richtung heissen homodrom, von entgegengesetzter antidrom (S. 265).

Auch die Spiralen der Haarwirbel sind, wie ich bereits beschrieben habe, rechts- und linkswendige und die Benennung homodrom und antidrom kann man für die Haarwirbel gleichfalls anwenden.

Aus der auf diese Prämissen gegründeten mathematischen Deduction leitet er ab, dass sich die Blätter spiralförmig an einander reihen müssen.

(275) „Die Beobachtung hat gezeigt, dass nur Spiralen mit gewissen bestimmten Divergenzen in der Natur vorkommen, ja dass Pflanzen der früheren geologischen Perioden eben diese Divergenzen bei der Stellung ihrer Blätter eingehalten haben." Der innere Grund dieser Beobachtung liegt in dem angegebenen Principe, und man kann von diesem ausgehend die Divergenzen bestimmen, welche der im oben ausgesprochenen Principe enthaltenen Forderungen Genüge leisten; ist dieses geschehen, so wird sich zeigen, dass es dieselben sind, welche eine höchst sorgfältige Untersuchung empirisch als in der Natur vorkommend festgestellt hat.

Nachdem Ohlert diese Divergenzen mathematisch bestimmt hat, formulirt er das Resultat so (280): „Damit also das dem Anfangsblatte zunächstkommende möglichst weit von ihm entfernt sei, müssen die Divergenzen der ursprünglichen Spirale Brüche von folgender Form sein:

$$\frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\cdots+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}}} \qquad \frac{1}{3+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\cdots+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}}} \qquad \frac{1}{4+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\cdots+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}}} \qquad \frac{1}{n+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\cdots+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}}}$$

Man erhält also, je nachdem man dem Kettenbruche mehr oder weniger Glieder gibt, folgende Reihen von Divergenzen:

$$\begin{array}{lllllllll} & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 & 13 & 21 & 34 \\ \text{I.} & \frac{1}{2}, & \frac{2}{5}, & \frac{3}{8}, & \frac{5}{13}, & \frac{8}{21}, & \frac{13}{34}, & \frac{21}{55}, & \frac{34}{89} \cdots \\ \text{II.} & \frac{1}{3}, & \frac{2}{7}, & \frac{3}{11}, & \frac{5}{18}, & \frac{8}{29}, & \frac{13}{47}, & \frac{21}{76}, & \frac{34}{123} \cdots \\ \text{III.} & \frac{1}{4}, & \frac{2}{9}, & \frac{3}{14}, & \frac{5}{23}, & \frac{8}{37}, & \frac{13}{60}, & \frac{21}{97}, & \frac{34}{157} \cdots \end{array}$$

„Dies sind in der That die Divergenzen, die fast ausschliesslich in der Natur sich vorfinden; bei weitem am häufigsten aber kommen die der ersten Reihe entnommenen vor, und auch

dafür gibt unser Princip uns den Grund an.“ Unter diesen Gründen zählt er mehrere auf; ich hebe nur den zweiten hervor (284): „Dass das Intervall, innerhalb dessen die Divergenz am günstigsten ist, in der ersten Reihe grösser ist als in den anderen, wesshalb denn auch in ihr die grösste Entfernung, welche das nächste Blatt bei fortwachsendem Ascensionswinkel erreicht, ein Maximum ist.“ Später bemerkt er (355): „Nach meiner Theorie sind die verschiedenen Divergenzen die nothwendige Folge der verschiedenen Grösse des Ascensionswinkels während des frühesten Stadiums der Blattbildung.“

Das was Ohlert unter *B* für den scheibenförmigen Stengel oder die Blattrosette herleitet, lässt sich für die meisten Haarwirbel, welche auf einer flachgewölbten oder gehöhlten Fläche sich ausbilden, anwenden.

(358) „Die Blattrosette, definirt er, wird diejenige Anordnung der Insertionen genannt, wo sie in einer kreisförmigen Ebene spiralförmig gestellt sind.“ „Die Erfahrung lehrt, fügt er hinzu, dass in diesem Falle die auf einander folgenden Insertionen ebenfalls in gewissen Spiralen angeordnet sind, mit stets gleichbleibender Divergenz. Es frägt sich, nach welchem Gesetze hier die Ansteigung der Spirale erfolgen werde? Suchen wir es nach dem als naturgemäss erkannten Principe, dass nämlich jedes folgende Blatt gegen das vorhergehende sich so stelle, wie dieses gegen das ihm vorhergehende zu bestimmen.“ Aus der hierauf basirten geometrischen Deduction zieht er den Schluss, „dass die Masse der *radii vectores* der Spirale eine geometrische Reihe bilden, während die Winkel, unter welchen die Spirale die *radii vectores* schneidet, stets gleich bleiben. Die Spirale, welche sämmtliche Insertionen umfasst, ist also eine logarithmische Spirale“, welche auch die Eigenschaft hat, dass sie den Mittelpunkt nie vollkommen erreicht. Ohlert bestimmt auch für die Blattrosette mathematisch die günstigsten Stellungsverhältnisse der Blätter und schliesst mit dem Satz (364): „Dass auch bei einer Blattrosette das günstigste Stellungsverhältniss des Blattes stattfindet, wenn die Divergenz von der Form ist:

$$\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1}}}$$
$$\ddots$$
$$+\cfrac{1}{2}$$

Auch hier können für gewisse Ascensionswinkel dieselben Modificationen wie beim cylindrischen Stengel Platz greifen.“

Auf das, was hier Ohlert für die Blattrosette deducirt hat, wollen wir etwas näher eingehen. Betrachtet man nämlich die Einpflanzung der Haare in den einzelnen Spirallinien der Haarwirbel, misst man die Entfernungen der einzelnen Haare in diesen Spirallinien, so findet man, dass alle diese Abstände auf der flachgekrümmten Fläche, worauf der Haarwirbel regelmässig ausgebildet ist, gleich sind; mithin sind auch die Haare durch eine gleiche peripherische Divergenz von einander getrennt und ihre Divergenzwinkel sind ebenfalls alle gleich, welche von zwei Ebenen, die durch den Mittelpunkt der krummen Fläche, worauf der Haarwirbel vorkommt, und durch je zwei neben einander liegende Einpflanzungspunkte der Haare der spiralen Richtungslinien gehen. Da auch hier jedes folgende Haar gegen das vorhergehende sich eben so stellt, wie dieses gegen das vorhergegangene, so wird die Ansteigung der Spirale wie bei der Blattrosette dieselbe

sein und die Masse der *radii vectores* der Spirale werden eine geometrische Reihe bilden, während die Winkel, unter welchen die *radii vectores* und die Spirale einander schneiden, stets gleich bleiben; mithin wird die Spirale, in welcher die Haare eingepflanzt sind, eine logarithmische sein. Die fernere Eigenschaft der logarithmischen Spirale, dass sie nie den Mittelpunkt vollkommen erreicht, ist ebenfalls vorhanden, denn ich habe schon in der Beschreibung der Haarwirbel darauf aufmerksam gemacht, dass die Spirallinien der Haarwirbel nicht vom Mittelpunkte, sondern von einer krummen, oft ∞förmig gestalteten Linie in der Nähe oder um denselben beginnen. Eben so wird das günstigste Stellungsverhältniss für die Haare dann stattfinden, wenn die Divergenz ein Kettenbruch von derselben Form wie bei der Blattrosette ist. Eine Arbeit die hier zu machen wäre, bestünde nun darin, die Entfernung der Haare in den Haarwirbeln sowohl bei erwachsenen Menschen und Thieren, als auch bei Embryonen zur Zeit der Bildungsperiode der Haarwirbel zu messen, die Zahlenwerthe zu finden und die Reihen der Divergenzen zu bestimmen, wie es in der Botanik bereits geschehen ist. Die Erfahrung, dass nur Spiralen mit gewissen bestimmten Divergenzen in der Natur vorkommen, wird sich bei den Haarwirbeln ebenfalls bestätigen.

Auch das, was unter *D* für den Stengel der einen beliebigen Rotationskörper darstellt, von Ohlert deducirt wird, und was er für den besonderen Fall, dass der Rotationskörper eine Kugel ist, findet, lässt sich auf den Haarwirbel am Scheitel anwenden, wenn man die gewölbte Fläche des Schädelgewölbes der gekrümmten Fläche eines Rotationskörpers oder einer Halbkugel gleich setzt.

Er sagt (368), dass, auch wenn der Stengel ein Rotationskörper ist, „die Divergenzen der auf einander folgenden Blätter, welche durch die Winkel gemessen werden, welche die durch dieselben gelegten Meridian-Ebenen mit einander machen, einander gleich sein müssen.“ Der Ascensions-Winkel der Spiralen auf der Oberfläche der Rotationskörper wird während ihres Verlaufes ein unveränderlicher sein. Ohlert deducirt nun eine Formel für den Fall, dass der Rotationskörper eine Kugel ist, und sagt (371): „Die Curve nähert sich also den Polen, ohne sie jemals zu erreichen, welche Eigenschaft der Curve der Blattinsertionen in der Natur ihre vollkommene Bestätigung findet.“ Seine mathematische Deduction für den kugelförmigen Stengel beschliesst er mit nachfolgenden Worten (379): „Man erhält also auch beim kugelförmigen Stengel dieselben Divergenzen als die günstigsten, dem aufgestellten Principe entsprechenden, wie bei den vorher behandelten Stengelformen.“

Von den Gesetzen der ungleichmässigen Blattvertheilung, die Ohlert aufstellt, können einige angewendet werden, um die Haarstellung in den verschiedenen Ablenkungen der Haarwirbelausströmungen zu erklären. Eine regelmässige Ausbildung der Wirbelwindungen kommt, wie aus meiner Beschreibung der verschiedenen Haarwirbel zu entnehmen ist, nur in einem geringen Umfange des Wirbelcentrums vor, weil die regelmässig gekrümmte Fläche, auf welcher sich die Wirbel ausbilden, klein ist, und weil dieselbe sich so bald ändert, desshalb werden auf der vielgestaltigen Oberfläche des menschlichen Körpers und der der Thiere mehr Modificationen in den Ablenkungen der Haarwirbelspiralen vorkommen als bei den Pflanzen.

Ohlert sagt (Bd. 95, S. 139): „Selten herrscht in allen Theilen einer Pflanze dieselbe Divergenz, was als eine nothwendige Folge der verschiedenen Gestaltung des Stengels in seinen Theilen anzusehen ist. Die Herren Braun und Schimper haben durch Beobachtungen hierüber folgende Gesetze gefunden: Bei sich ändernder Divergenz gehen meistens die auf einanderfolgenden Glieder einer Reihe in einander

über. Seltener folgen derselben Reihe entnommene Divergenzen, die durch ein oder mehrere Glieder getrennt sind, auf einander. Noch seltener folgen Divergenzen verschiedener Reihen auf einander.“ „Der Grund dafür, dass überhaupt die Divergenzen an einem Stengelstück sich ändern, liegt in der von mir nachgewiesenen Abhängigkeit der Divergenz vom Ascensionswinkel und es ergibt sich dabei im Allgemeinen das durch Beobachtung vollkommen bestätigte Gesetz, dass bei zunehmender Blattentwickelung, wenn also der Ascensionswinkel kleiner wird, spätere Glieder der Divergenzreihen Platz greifen.“ Weiter (144) sagt er: „Wenn zwei Spiralen auf einander folgen, deren Divergenzen derselben Reihe entnommen und entweder successive oder nur durch eine Stelle getrennte Glieder derselben sind, so ist ersichtlich, dass die Entfernungen der sich am nächsten kommenden Blätter aus den verschiedenen Spiralen fast dieselben sind, als die derjenigen Insertionen, die innerhalb einer und derselben Spirale sich am nächsten kommen.“ Ferner fügt er hinzu (145): „Aus den Beobachtungen der Herren Braun und Schimper ergibt sich, dass beim Übergange verschiedener Spiralen in einander die Natur eine Einrichtung getroffen hat, welche geeignet ist, den eben von mir hervorgehobenen Übelstand, dass nämlich die benachbarten Blätter der verschiedenen Spiralen eine der Entwickelung ungünstige Stellung erhalten, zu beseitigen. Die vorhergehende Stellung geht nämlich nicht plötzlich in die nachfolgende über, sondern durch einen oder mehrere Vermittlungsschritte, bei denen die Divergenz einen Mittelwerth zwischen den Divergenzen der verschiedenen Spiralen hat.“

Bei der Stellung der Haare in den spiralen Windungen der Haarwirbel herrscht ebenfalls im ganzen Verbreitungsgebiete der Ausströmungen eines divergirenden Wirbels nicht dieselbe Divergenz; es sind nämlich die Härchen oder Haare in den Ausströmungen, die den Wirbelgrenzen näher liegen, weiter von einander entfernt, als dem Centrum näher, was eine nothwendige Folge des verschiedenen Zuges, welchen die Haut bei ihrer Entwickelung von den in der Tiefe liegenden Gebilden erleiden musste, ist, und dieses ist auch die Ursache, dass die spiralen Windungen ihre Richtung ändern, abbiegen, wobei der Ascensionswinkel und mit demselben die Divergenz sich ändert. Ferner sieht man und kann es messen, dass, wenn die Spirale ablenkt, die Entfernungen der zunächst auf einander folgenden Haare fast dieselben sind; mithin geht auch hier wie bei der Pflanze die vorhergehende Einpflanzungsart der Haare in die nächstfolgende nicht plötzlich, sondern durch einen oder mehrere Vermittlungsschritte über; erst im weiteren Verlaufe wird das Grösserwerden der Entfernung zwischen den einzelnen Haaren sichtbar und messbar. Durch Messungen wäre auch hier zu bestimmen, welche Glieder einer Reihe oder der auf einander folgenden Reihen bei sich ändernder Divergenz auf einander folgen.

Der spiralen Eindrehung der krausen Haare will ich hier noch Erwähnung thun; es wäre gewiss von Interesse, den Grund dieser Haarbildung zu erforschen; eben so interessant wäre es, die Ursache der Gruppirung der krausen Haare zu einer Haarflocke nachzuforschen, wie man sie auf der Haut der Pudels und an dem Fliess verschiedener Thiere findet; die verschiedene Form der Krümmung der Haare in den Haarflocken müsste man ebenfalls zu eruiren trachten. Da sich die Haare im Centrum eines convergirenden Haarwirbels zu einer Haarspitze oder einem Haarbüschel eindrehen, so wäre zu bestimmen, ob nicht jede Haarflocke ein convergirender Wirbel sei? wäre dieses der Fall, so müssten in den Zwischenräumen zwischen denselben die Centra von divergirenden Wirbeln liegen. Es könnte auch jede Haarflocke der Summe der spiral eingedrehten Haare eines divergirenden Wirbels entsprechen? dann müsste

im Mittelpunkte der Haarflocke das Centrum des divergirenden Wirbels sich vorfinden; oder endlich wäre zu ermitteln, welcher sonst andere Grund die Anordnung und Gruppirung der Haare zu dieser Form bedinge?

Forscht man nach dem inneren Grunde der Haarwirbelbildung weiter, so muss man suchen folgende Fragen zu beantworten: Was bedingt diese Anordnung der Haare in Spiralen? Was bedingt ferner die Wirbelbildung und die Lagerung der Wirbel-Centra gerade an den Stellen, wo sie vorkommen? Von was hängt das Verschieben der Wirbelmittelpunkte, das Einschalten von einem oder mehreren Wirbeln ab? Was bewirkt das Verschmelzen zweier Wirbel in einen, das Verwerfen in der Bildung der Wirbel-Centra und das Ablenken bei den verschiedenen Anomalien der Wirbelausströmungen und ihrer secundären Bildungen?

Ich will hier zuerst darauf aufmerksam machen, dass das Haar eine Bildung der Haarpapille sei, dass in derselben zahlreiche Blutgefässe und Nervenendigungen vorkommen, welche bei der Bildung der Haare betheiligt sind, dass mithin in der in gleichen Abständen und spiral auftretenden Aufeinanderfolge der Anlage und Ausbildung der Haarpapillen eher das Bestimmende der Stellung der Haare in Spirallinien zu suchen sei, und dass diese wieder in einer, in bestimmter Zeitfolge auftretenden Vermehrung und in einer in gleicher Entfernung von einander spiral vor sich gehenden Lagerung der Nervenröhrchen, welche in den Papillen endigen, und in dem ebenfalls in gleichen Zwischenräumen und nach Verlauf von bestimmten gleichen Zeitabschnitten auftretenden Vermehren und Emporwachsen der Blutgefässe eher begründet sei; dass mithin in den Bildungs- und Entwickelungsgesetzen der Nerven und der Gefässe der innere Grund dieses Phänomens zu suchen sei, unter welchem ein Vermehren der Nervenröhrchen und der Blutgefässe, mithin der Haarpapillen vor sich gehe, während die Haare selbst nur als der Reflex und das Product dieser stattgefundenen Entwickelung anzusehen sind.

Sucht man nun nach, wo im Baue des menschlichen und Thierkörpers, an welchen Organen eine analoge, in Spirallinien auftretende Lagerung und Endigung von Nervenfasern vorkomme und bereits bekannt sei, so ist es der Bau des im Labyrinthe des Gehörorganes vorkommenden Schneckengehäuses, welches gleich und zuerst auffällt. Hier an demselben fällt einem Jeden die Spirale auf, welche, wenn Messungen vorgenommen werden, sich ebenfalls als logarithmische Spirale erweisen wird, da es bereits erwiesen ist, dass die mannigfach verschiedenen Schneckengehäuse der Conchylien nach logarithmischen Spiralen geformt sind, so dass Naumann in seiner Abhandlung über den Quincunx vorgeschlagen hat, die logarithmische Spirale die Concho-Spirale zu nennen.

Gewiss wäre es von höchstem Interesse, wenn an den so schönen und vollkommen naturgetreuen Präparaten über den Bau der Gehörschnecke sowohl des Menschen, als auch der Repräsentanten aller Ordnungen der Säugethiere, welche Herr Professor Hyrtl mit ungemein grossem Aufwande von Geschicklichkeit, Mühe, Kosten und Zeit dargestellt hat und besitzt, welche auch in der darüber veröffentlichten Abhandlung[1]) abgebildet sind, Messungen angestellt würden, um mathematisch die Zahlenverhältnisse der mannigfach modificirten Spiralwindungen der Schnecke bei den verschiedenen Ordnungen der Säugethiere zu finden und in Reihen zu ordnen. Schon am knöchernen Spiralblatte, wo man die Ansteigung der Windung so deutlich sieht und messen kann, bemerkt man die Rinnen und Canäle, wo die Nerven und

[1]) Joseph Hyrtl, Über das innere Gehörorgan des Menschen und der Säugethiere, mit 9 Kupfertafeln. Prag 1845. 4.

Gefässe eingelagert sind und verlaufen. Noch interessanter wäre freilich die Erforschung der Verbreitung und Lagerung der Nervenröhren des Gehörnervens auf dem häutigen Spiralblatte, die mathematische Bestimmung der Entfernung der einzelnen Nervenröhrchen von einander während ihres Verlaufes und ihrer Endigungen an der Peripherie. Schon aus dem Gesagten folgt, und die mathematischen Bestimmungen werden es zur Gewissheit erheben, dass sowohl im Baue des knöchernen Gehäuses für die Ausbreitung des Gehörnervens, als auch in der Verbreitung und in der Lagerung der Endigungen seiner Fasern am Spiralblatte die logarithmische Spirale sich wird nachweisen lassen.

Von gleich hohem Interesse wäre gewiss die Ergründung der Anordnung der Sehnervenfasern sowohl während ihres Verlaufes, als auch die Reihenfolge in der Lagerung ihrer Endigungen auf der Kugelfläche der Retina. Auch hier müsste man die Richtungslinien der Lagerung der letzten Nervenenden des *Nervus opticus* zu bestimmen suchen, ob sie nicht ebenfalls, wie ich vermuthe, in Spirallinien geordnet liegen, und zwar in logarithmischen Spiralen, und ob sich der gelbe Fleck nicht als Centrum eines Wirbels für die Spirallinien herausstellen würde. Man könnte dann die Lagerung der letzten Enden des Sehnervens mit der Lagerung der Samen auf der Scheibe der Sonnenblume in gewisser Hinsicht vergleichen.

Forscht man weiter nach, ob für dieses spirale Auftreten in der Bildung der Haarpapillen nicht vielleicht Thatsachen und Beobachtungen an den Tastpapillen der Haut selbst oder an den Papillen anderer Epidermoidal-Gebilde sprechen, so kann ich aus meinen langjährigen Untersuchungen über die Haut und die verschiedenen Epidermoidal-Gebilde des Menschen und der Thiere folgende von mir gemachte Entdeckung anführen, welche hiefür spricht. Bei der Untersuchung der Hörner nämlich habe ich nicht blos die Verschiedenheit des mikroskopischen Baues, sondern auch den Grund der verschiedenen Form der Hörner zu eruiren getrachtet; hiebei habe ich die Entdeckung gemacht, dass die verhältnissmässig ungemein grossen Papillen an der Spitze der Knochenkegel, des Auswuchses des Stirnbeines, welcher mit einer Fortsetzung der Haut überkleidet ist, es sind, welche die in der Spitze und dem Centrum des festen Theiles der Hörner vorkommenden dicken, mit blossen Augen schon deutlich sichtbaren Hornröhren bauen. Von der verschiedenen Anordnung und Stellung dieser Papillen, von der verschiedenen Reihenfolge in der Vermehrung und Wucherung derselben und von der Menge des von ihren Blutgefässen gelieferten Hornmaterials hängt die verschiedenartige Krümmung der Hörner ab.

So habe ich gefunden, dass an der Spitze des Hornes des Rindes nur eine solche verhältnissmässig riesige Papille, und mithin nur ein centraler, nicht immer gleich dicker Horncanal vorkommt und dass von der stärkeren oder schwächeren Wucherung seiner Papille die geringe spirale Windung des soliden Theiles des Rindshornes abhängt. Bei dem einfach nach hinten gekrümmten Horne der Gemse ist während der verschiedenen Perioden der Entwickelung des soliden Theiles des Hornes die Anzahl der grossen Papillen, und mithin auch der dicken Hornröhren und die Anzahl der Reihen, in welche sie gestellt sind, verschieden gross. Anfangs sind nur wenige Papillen, die nach und nach blos eine Reihe bilden; vorne in der Reihe entstehen immer die neu emporwachsenden Papillen, hierauf vermehren sich die Reihen der Papillen auf zwei, drei, selbst mehr. Durch die stärkere Wucherung und das Emporkeimen neuer Papillen vorne in den Reihen wird im vorderen Umfange des Hornes mehr Hornzellenmaterial geliefert und die Spitze des Hornes nach und nach immer mehr nach hinten gedrückt und endlich umgebogen. Beim spiral gewundenen Horne des Schafes

findet man an der etwas breiteren, abgerundeten Spitze des Knochenkegels einen ganzen Büschel von solchen grossen Hautpapillen. Anfangs ist auch hier die Anzahl dieser Papillen gering und vergrössert sich immer mehr; sie sind in eine Spiralreihe gestellt. Die Reihenfolge, in welcher die Wucherung in diesen so geordneten grossen Papillen und das Emporwachsen neuer auftritt, befolgt somit auch eine Spirallinie. Es wird mithin an der Stelle des Umfanges des Hornes, wo eben die Gefässe der Papillen wuchern und neue sich bilden, viel mehr Zellenmaterial gebildet als an den übrigen Stellen, welches, wenn es verhornt, das Horn langsam auf die entgegengesetzte Seite drückt und biegt, und so wird durch dieses Fortschreiten der Wucherung in einer Spirallinie der spiral gewundene solide Theil des Schafhornes gebildet, während der übrige hohle, auf dem ebenfalls spiral gewundenen Knochenkegel aufsitzende Theil des Hornes der spiralen Krümmung des Knochens folgen muss. Von der Länge der Dauer dieser spiral auftretenden Wucherung in jeder dieser Papillen, von der Schnelligkeit, mit welcher die Wucherung die Spiralreihe durchläuft, wird die Menge des um und auf jeder Papille abgelagerten Hornmaterials abhängen, und mithin auch die Form der Spiralwindung des Hornes selbst, ob nämlich die Spirale ausgezogen — lang oder zusammengeschoben — kurz sich ausbildet, bedingt sein. Ich habe Präparate angefertigt, welche diese Vorgänge deutlich nachweisen und werde in meiner Abhandlung über diesen Gegenstand ausführlicher darüber abhandeln.

Diese in Spirallinien auftretende Keimung und Wucherung dieser Haarpapillen muss von einer ebenfalls eine Spirale beschreibenden Vertheilung und Ordnung der Nervenfasern und Fäserchen herrühren. Man kann demnach auch hier aus den erstarrten Producten des animalen Lebens auf den Bau und die Bildungsvorgänge Schlüsse ziehen und die Mathematik zur genaueren Begründung und Formulirung der Bildungsgesetze anwenden.

Benütze ich das bisher Gesagte, so glaube ich die gewiss nicht unbegründete Vermuthung noch aussprechen zu können, ob nicht vielleicht auch in der Anordnung der Tastpapillen der Haut selbst die Spirale in mannigfacher Modification sich wird nachweisen lassen, sei es nur an kleineren oder grösseren Abtheilungen der Hautoberfläche des menschlichen Körpers oder in ihrer gesammten Ausdehnung.

Wie sind nun die Tastpapillen auf der verschieden grossen und verschieden geformten Fläche der Weber'schen Gefühlskreise geordnet? Stehen sie auf diesen Flächen vielleicht ebenfalls in Spiralreihen geordnet und wären somit als dem Verästelungsgebiet jeder einzelnen Nervenfaser angehörig zu betrachten, welche mit ihren ebenfalls spiral geordneten Endverzweigungen die Papillen versieht? Wie verhält sich eine Summe von Nervenfasern, ein Nervenbündel zu einer grösseren Gruppe von Gefühlskreisen? Lässt sich vielleicht ein Dolden *(umbella)* oder einer Doldentraube *(corymbus)* ähnliches Auseinandergehen der Nervenfasern aus dem Nervenbündel nachweisen? Dann wäre das mehr oder weniger Nervenästchen enthaltende Verästelungsgebiet jeder einzelnen Nervenfaser mit einer Nebendolde oder einem Döldchen *(umbellula)*, welches mehr oder weniger Blüthchen trägt und die Nervenfaser selbst mit der Nebenaxe oder einem Strahl einer zusammengesetzten Dolde *(umbella composita)* vergleichbar, oder gibt es vielleicht auch eine solche Vertheilungsart einer Nervenfaser, dass sie allein mit ihren Nervenverästelungen und Endigungen eine zusammengesetzte Dolde nachahmt?

Unter den verschiedenen möglichen Arten der Vertheilung und Endigung der Nervenfasern und Fäserchen in den Hautpapillen wollte ich auf diese hier aufmerksam machen; ob

sich nun eine derartige Art der Vertheilung und Endigung der Nervenfasern nur an einzelnen grösseren oder kleineren Abtheilungen der Haut oder in ihrem gesammten Gebiete wird nachweisen lassen, müssen Untersuchungen erst lehren.

Der Ausbildung der Haarwirbel-Centra gerade an den Stellen, wo sie vorkommen, muss ein noch höherer Grund der Architektonik im Baue des menschlichen und Thierkörpers zu Grunde liegen, denn ich habe schon aus den wenigen Untersuchungen, die ich bis dato zu machen Gelegenheit hatte, gefunden, dass z. B. mit der stärkeren Ausbildung einzelner Sinne auch eine stärkere Ausbildung der divergirenden Haar- oder Federwirbel im äusseren Bereiche derselben oder das Auftreten sogar neuer, bei den übrigen Säugethieren und dem Menschen nicht vorkommenden Wirbel sich nachweisen lasse. Beim Menschen, wo der Sehsinn gegen den Geruch- und Geschmacksinn im Gesichte verhältnissmässig am stärksten ausgebildet ist, bedeckt der divergirende Augenwirbel mit seinen Ausströmungen die ganze Gesichtshälfte, denn die Nasenöffnungen und die Mundspalte bewirken keine Ablenkung der Richtung der Ausströmungen; sie werden blos übersprungen. Bei den meisten Vögeln habe ich keine eigenen Augenwirbel gefunden, die Augenlidspalte und die Augenlider liegen in einer Spalte der Ausströmungen von dem Wirbelcentrum, in welchem der Schnabel liegt. Bei den Geiern und Falken aber, wo der Blick so scharf ist, habe ich schon einen eigenen divergirenden Augenwirbel, besonders im vorderen Umfange gegen den Schnabel zu deutlich ausgebildet gefunden; noch schöner und gleichmässiger habe ich den Augenwirbel bei den Eulen, besonders schön bei der Schleiereule ausgebildet gesehen, wo die Peripherien der fast kreisrund begrenzten, gleichmässig breiten Ausströmungen der beiden Augenwirbel in der Mittellinie einander berühren. Der mit dem starken Geruchsorgane begabte Hund trägt in der Mittellinie der Nase das Centrum eines divergirenden Nasenwirbels, dessen hinterste und längste Ausströmung den Kopf bedeckt und über den Rücken bis zur Schwanzspitze sich fortsetzt. Bei den Ziegen, Gemsen und dem Steinbock, wo das Geruchsorgan so ungemein kräftig ausgebildet ist und wo die Nasenschleimhaut, welche das Labyrinth der Nasenmuscheln deckt, eine so ungemein grosse Fläche einnimmt, bildet jedes Nasenloch das Centrum eines eigenen divergirenden Nasenwirbels, so dass die Ausströmungen desselben ringsum vom Umfange jedes Nasenloches beginnen. Mitten auf der Unterlippe dieser Thiere kommt ein excentrischer divergirender Wirbel auch vor. Beim *Lama peruana alba* finde ich dasselbe. Beim *Lama huanaco* aber liegt die Mundspalte zwischen drei divergirenden excentrischen Wirbeln, von denen einer ebenfalls mitten auf der Unterlippe, und die zwei anderen nahe der Mittellinie auf jeder Hälfte der Oberlippe gelagert sind.

Bei vielen Wiederkäuern liegt das Centrum eines divergirenden Wirbels mitten auf der Oberlippe, gleich oberhalb der Mundspalte. Die Mundspalte bildet blos eine Unterbrechung der ab- und rückwärts laufenden Ausströmung dieses Wirbels, so dass die Ausströmungslinien von der Oberlippe die Mundspalte überspringend auf der Unterlippe weiter laufen, was ich beim Rennthiere *(Tarandus rangifer)* am deutlichsten ausgebildet gesehen habe. Die zwischen den Nasenlöchern aufsteigende und sich ausbreitende Ausströmung dieses Wirbels reicht beim Elendthiere, wo diese Ausbildung ebenfalls vorkommt, am höchsten hinauf. Bei denjenigen Ruminantien aber, bei welchen die Haut zwischen und um die Nasenlöcher nackt und feucht ist, sieht man von dieser Ausströmung nur einen Theil oberhalb der Nasenlöcher aufsteigen; das Wirbelcentrum ist da nicht mehr sichtbar. Das muthige Pferd hat, wie ich bereits früher beschrieben habe, auf der Stirne seinen divergirenden einfachen oder Doppelwirbel.

Um die übrigen früher aufgestellten Fragen, welche das Verschieben der Wirbelmittelpunkte, das Einschalten von neuen Wirbeln, das Verschmelzen zweier Wirbel in einen, das Verwerfen in der Bildung der Wirbel-Centra und die Bildung verschiedener Anomalien der Wirbelausströmungen und ihrer secundären Bildungen betreffen, beantworten zu können, liegen bis dato noch zu wenig Beobachtungen vor und wir wissen auch noch zu wenig darüber.

Zum Schlusse möchte ich zu diesen Fragen noch eine hinzufügen: Steht die Anordnung der Haare, der Haarpapillen und der Nervenendigungen in denselben in Spirallinien und die Bildung von Wirbeln mit dem Ein- und Ausströmen und den Bewegungsgesetzen der verschiedenen Dynamiden aus dem Mikrokosmus in den Makrokosmus und umgekehrt in einer ursächlichen Verbindung oder nicht, und in welcher? Dieses zu beantworten muss man der Zukunft überlassen.

Einen Nachtrag zu dieser Arbeit: Über die Entwickelungsgeschichte der Haarwirbel nämlich, die Abbildungen über die von mir beobachteten Anomalien der Haarwirbel, ihre Ausströmungen und secundären Bildungen, die vergleichenden Beobachtungen und Zeichnungen über die Haarwirbel der Thiere beabsichtige ich in der Folge nachzuliefern.

ERKLÄRUNG DER TAFELN.

Die Richtung der Haare am menschlichen Körper ist hier an einem Embryo in natürlicher Grösse, welcher vom Scheitel zur Sohle $13^1/_2$ W. Zoll misst, dargestellt. Die divergirenden Wirbel als primäre Bildungen sammt ihren einfachen Ausströmungen sind leicht aufzufinden, ihre divergirenden Ströme, welche näher oder entfernter vom Wirbelcentrum durch die Divergenz der Wirbelausströmungen entstehen, so wie auch die Scheidelinien der einfachen Ausströmungen, die erst an den Wirbelgrenzen divergirend werden und zur Bildung der Kreuze Veranlassung geben, sind roth bezeichnet. Die Wirbelgrenzen nebst den in denselben vorkommenden secundären Bildungen, als Kreuzen und den von ihnen aus in entgegengesetzter Richtung verlaufenden convergirenden Strömen, welche in den convergirenden Wirbeln ihr Ende finden, sind durch blaue Linien kenntlich gemacht.

TAFEL I.

Fig. 1. Front-Ansicht des Embryo.

Am Kopf sieht man die paarigen divergirenden Augen- oder Gesichtswirbel am deutlichsten sammt ihren Ausströmungen und Grenzen, die Begrenzung der zwischen die Ausströmungen des Scheitelwirbels hineingeschobenen paarigen divergirenden Ohrwirbel ist deutlich, die Ausströmungen derselben hingegen wegen der schiefen Lage der Ohrmuschel nur undeutlich sichtbar. Vom Scheitelwirbel sieht man blos den mittleren sammt den zwei seitlichen Stirn- und Schläfenströmen und das Ende der sich einrollenden Unterohrströmungen.

In den Augenbrauen liegen die Augenbraukreuze und die inneren und äusseren convergirenden Augenbrauströme; die äusseren übergehen in die convergirenden Schläfengesichtsströme, welche in den convergirenden Halswirbeln endigen. In der Mittellinie trifft man das Nasenwurzelkreuz und den absteigenden convergirenden Gesichtsstrom, der die Mundspalte überspringt und am Zungenbeinkreuz endet; der aufsteigende convergirende Gesichtsstrom ist sehr kurz und endet mit den beiden inneren Augenbrauströmen im convergirenden vorderen Kopfwirbel; in denselben fliessen der sich zuspitzende mittlere Stirnstrom und die von beiden inneren Augenwinkeln aufsteigenden Strömungen. Die länger gewordenen Härchen dieses convergirenden Wirbels rollen sich, wie man hier sieht, in eine Haarspitze ein. Vom Zungenbeinkreuz aus laufen in entgegengesetzter Richtung die convergirenden vorderen queren Halsströme, welche in dem convergirenden Halswirbel sich einrollen und endigen; hier finden noch folgende convergirende Ströme ihr Ende: der Schläfengesichtsstrom, der vom Oberohrkreuz auslaufende vordere Ohr- und der Ohrmuschelrandstrom und das Ende des vom Nackenkreuz herkommenden seitlichen queren Halsstromes, mithin fünf Ströme, die mit blauen Linien bezeichnet sind.

Von den Ausströmungen der paarigen divergirenden Augenwirbel, die vom inneren Augenwinkel als Centrum auslaufen, sind die Nasenwurzel- und Augenbrauströmungen roth bezeichnet. Der divergirende Augenspaltenstrom hat in erster Linie die hier noch kurzen Augenwimperhaare als erste Ausströmung, seine übrigen Ausströmungen bedecken das obere und untere Augenlid; die Wangen-, Backen- und Seitennasenströmungen sind leicht zu unterscheiden.

Am Halse findet man in der Mittellinie den vom Brustkreuz beginnenden aufsteigenden convergirenden Brust- und Halsstrom, der am Zungenbeinkreuz divergirend geworden endet, durch den blauen Strich kenntlich. Die rothen Linien an der Seite des Halses bezeichnen den Anfang des schräg aufsteigenden divergirenden seitlichen Halsstromes.

Auf der Brust und am Bauche liegen um den Nabel die Strömungen, welche zur Bildung des convergirenden Nabelwirbels beitragen. In der Mittellinie sieht man den vom Brustkreuz beginnenden absteigenden convergirenden Brust- und Bauchstrom im Nabelwirbel auslaufen. Der vom Bauchkreuz beginnende aufsteigende convergirende Bauchstrom endet ebenfalls im Nabelwirbel. Der absteigende Bauchstrom hingegen fliesst in den Peniswirbel. An der rechten Seitenwand des Thorax und des Bauches sieht man zwischen dem divergirenden Achselhöhlen- und Leistenwirbel einen divergirenden Seitenwirbel eingeschoben. An der linken Seite ist dies nicht der Fall, desshalb sind die mit rothen Linien bezeichneten divergirenden Ströme und die durch blaue Striche kenntlich gemachten convergirenden Grenzströme dieser Wirbel verschieden geordnet. Der absteigende divergirende seitliche Brustström des Achselhöhlenwirbels und der aufsteigende seitliche Bauchstrom des Leistenwirbels sind beide rechts kürzer, links länger. An der linken Seite ist nur ein Seitenkreuz mit seinen zwei convergirenden Grenzströmen, wovon der vordere als schräg absteigender Bauchstrom im Nabelwirbel mündet. An der rechten Seite sind zwei Seitenkreuze; das obere ist höher gerückt, sein vorderer convergirender Strom als schräger Brust- und Bauchstrom läuft der Mittellinie zu und fällt in den absteigenden Brust- und Bauchstrom. Das untere ist das Darmbeinkreuz, sein vorderer convergirender Strom läuft als schräg absteigender Leistenstrom dem Peniswirbel zu, der hintere läuft um die Hüfte. Aus dem divergirenden Seitenwirbel an der rechten Seitenwand läuft ein aufsteigender divergirender Seitenbruststrom zum oberen Seiten-

kreuz, und ein absteigender divergirender seitlicher Bauchstrom zum Darmbeinkreuz. In der wagerechten Linie, welche beide Achselhöhlen verbindet, verlaufen die aus dem Achselhöhlenwirbel kommenden breiten queren Brustströme, durch rothe Linien kenntlich gemacht; wo sie auf einander treffen, ist das Brustkreuz ausgebildet. Hier will ich bemerken, dass die Lage des Brustkreuzes an der verhältnissmässig ruhigen Stelle des Sternums von der Lage der Basis des Herzens in der Brusthöhle, welche derselben entspricht, bedingt wird. Ihre schräg abwärts sich wendenden Ausflüsse laufen der Mittellinie zu, in den absteigenden convergirenden Brust- und Bauchstrom hinein. Die aufwärts abgelenkten Ausströmungen nehmen ihren Lauf über das Schlüsselbein, wenden sich dann auswärts, fliessen 1. in den convergirenden vorderen queren Halsstrom, winden sich 2. in den convergirenden Halswirbel hinein und werden 3. im Laufe über den *sterno-cleido-mastoideus* zum schräg aufsteigenden seitlichen Halsstrome.

Von den für die oberen Extremitäten bestimmten Ausströmungen des Achselhöhlenwirbels ist die Richtung des vorderen queren Schulterstromes durch eine rothe Linie beiderseits bezeichnet; wo diese Ausströmungen an der äusseren Fläche der Schulter divergirend werden, liegt das Deltakreuz. Die zwischen diesem Strome und den letzten Ausflüssen des queren Brststromes liegenden divergirenden Ausströmungen, welche aufsteigend die vordere Fläche des Delta-Muskels bedecken, bilden den vorderen Schulterstrom. Die aus dem queren Schulterstrome abwärts sich wendende Strömung im Vereine mit dem inneren Armstrome umhüllen die obere Extremität. Der im *sulcus bicipitis internus* herabfliessende innere Armstrom läuft durch die *plica cubiti* in den *sulcus radialis* und schickt, wie man an der rechten Hand des Embryo sieht, bogenförmige Ausflüsse über den Armspindelrand auf die Rückenfläche des Vorderarmes. Das unterste Ende des inneren Armstromes wird divergirend und stösst auf eine divergirende Ausströmung des rudimentär entwickelten divergirenden Handwirbels und bildet mit derselben das Radialkreuz. Die längste Ausströmung des Handwirbels legt sich auf der Rückenfläche der Handwurzel an das Ende des inneren Armstromes und läuft quer zum Ellbogenrande der Hand hin. Die quer gelagerten Härchen auf den mittleren Abtheilungen der Rückenfläche der Fingerglieder, welche ebenfalls mit ihren Spitzen dem Ulnarrande zusehen, können als Fortsetzungen der queren Ausströmung dieses Handwirbels angesehen werden, während die Härchen auf der Rückenfläche des Daumens mit ihren Haarspitzen dem Radialrande zusehen, mithin in entgegengesetzter Richtung gelagert sind und als Fortsetzung der Ausströmung angesehen werden können, welche vom Centrum abwärts zum Radialrande hin gerichtet ist. Zwischen der Strömung am Daumen und an den vier übrigen Fingern besteht demnach eine Divergenz. An der linken Hand sieht man aus dem Ulnarrande des inneren Armstromes ebenfalls bogenförmige Ausflüsse, die anfangs quer laufen und dann stark aufsteigen, um den aufsteigenden convergirenden Ulnarstrom und den convergirenden Ellbogenhöckerwirbel, welche man bei dieser Lage des Vorderarmes nicht sieht, zu bilden. Der quer verlaufende rothe Strich, welcher am Ulnarrande divergirend wird und am Ulnarkreuz endet, bezeichnet die Scheidelinien dieser queren Ausströmungen. Der unter dieser rothen Linie liegende kleine Theil dieser Ausströmung wendet sich am Ulnarrande abwärts und erzeugt die innere Hälfte des absteigenden convergirenden Ulnarstromes.

Die paarigen divergirenden Leistenwirbel sind blos in geringem Umfange regelmässig ausgebildet; der rechte ist rechtswendig, der linke links gewunden. Der aufsteigende divergirende seitliche Bauchstrom ist an der rechten Seite dieses Embryo kurz und endigt am Darmbeinkreuz; an der linken hingegen lang, läuft gewunden und endet am Seitenkreuz. Die ferneren Ausströmungen des Leistenwirbels sind: die Scham- und Hüftströmung sammt den äusseren, inneren und vorderen Schenkelströmen; sie umhüllen die untere Extremität vorne, aussen und hinten, gerathen an der inneren Fläche wieder auf einander und bilden in der Mitte des Oberschenkels auf der inneren Fläche des Gracilis das Schenkelkreuz und zwei convergirende Ströme: den auf- und absteigenden inneren Schenkelstrom, durch blaue Linien in der Abbildung hervorgehoben. Der mittlere Theil des in starker Bogenkrümmung fliessenden inneren Schenkelstromes ist mit einem rothen Strich bezeichnet; er trifft senkrecht auf den mittleren Theil des äusseren Schenkelstromes, welcher in einer noch grösseren Bogenkrümmung die äussere und hintere Fläche des Oberschenkels umgriffen hat. Die auf- und abwärts aus einander weichenden Strömungen bilden das Schenkelkreuz. Der aufsteigende innere Schenkelstrom wendet sich oben nach einwärts und endigt am Peniskreuz in der *raphe scroti*. In denselben fliesst hier von vorne der obere Theil des inneren Schenkelstromes und die untere Hälfte der Schamströmung, während die obere Hälfte der Schamströmung convergirend geworden zur Bildung des Peniswirbels beiträgt. Das Scrotum ist von dem Ende des untersten Theiles der Hüftströmung bedeckt, welche um die Hüften gelaufen mit dem Ende des oberen Theiles des äusseren Schenkelstromes von hinten kommend im aufsteigenden convergirenden inneren Schenkelstrome einmündet. In den absteigenden convergirenden inneren Schenkelstrom, welcher sich windend abwärts läuft und vor dem *malleolus internus* endet, fliessen die längsten Ausflüsse des inneren Schenkelstromes und die unterste Ausströmung des äusseren Schenkelstromes hinein, welche nach einem gewundenen Laufe, nachdem sie die hintere Fläche des Oberschenkels, die Kniekehle und die Wade eingehüllt haben, in demselben enden.

An der rechten unteren Extremität sieht man die Hüftausströmung und den äusseren Schenkelstrom aus dem äusseren Umfange des Leistenwirbels beginnen und an die äussere Fläche und abwärts sich begeben. Über die Fibula windet sich dann die äussere Hälfte des äusseren Schenkelstromes ab- und vorwärts, gelangt auch über die *crista tibiæ* und trifft hier auf die Ausflüsse der inneren Hälfte, welche, nachdem sie die Wade umflossen haben, sich vorwärts wenden und mit denselben das Ende des convergirenden inneren Schenkelstromes bilden. Oberhalb und zwischen den Fussknöcheln hören diese beiden Hälften der Ausströmungen des äusseren Schenkelstromes mit vier halbkreisförmigen, deutlich begrenzten Ausläufern auf, welche beide Fussknöchel, die Achilles-Sehne und das untere Ende der Tibia vorne frei lassen. Die Richtungslinie des vorderen Schenkelstromes ist durch eine rothe Linie angedeutet. An der rechten unteren Extremität sieht man, wie sich dieser Strom in eine äussere, innere und mittlere Strömung theilt. Die mittlere, welche die kürzeste ist, endet auf der Patella, während die beiden anderen an den Seitenrändern der Kniescheibe sich etwas zusammendrängen, dieselbe umgreifen und unterhalb derselben auf der *spina tibiæ* sich schräg begegnen und einen kurzen secundären convergirenden Strom bilden, der im absteigenden inneren Schenkelstrome sein Ende findet.

Die Fussrückenwirbel sind unvollkommen ausgebildet. Die hintere Ausströmung ist sehr kurz, die vordere und seitliche lang. Die äusseren Ausflüsse verlaufen quer zum äusseren Fussrande hin. Die Härchen auf der Rückenfläche der mittleren Abtheilung

der Zehenglieder der vier kleinen Zehen liegen in Reihen, welche quer vom äusseren zum inneren Fussrande hin verlaufen, und können als Fortsetzungen der queren Ausströmungen des Fussrückenwirbels angesehen werden, welche durch die Gelenke und Zehenspalten unterbrochen sind. Die Härchen auf der Rückenfläche der grossen Zehe folgen einer entgegengesetzten Richtung und sind mit ihren Haarspitzen dem inneren Fussrande zugewendet. Auf den Zehen findet man demnach ebenfalls eine Divergenz zwischen den Härchen der grossen Zehe und denen der kleinen Zehen wie an den Fingern der Hand. In jeder dieser Abtheilungen sieht man, dass die Härchen in den hintersten Reihen mit den Spitzen rückwärts sehen und in den vordersten Reihen vorwärts abgelenkt sind wie an den Fingergliedern der Hände.

Fig. 2. Eine Ergänzungszeichnung, um die Haarrichtungen, welche das Gesäss, die Dammgegend und die äusseren männlichen Genitalien bedecken, anschaulich zu machen.

Hier sieht man deutlich, wie der aufsteigende convergirende innere Schenkelstrom am Schenkelkreuz beginnt und am Peniskreuz endet, indem er in der Rinne zwischen der inneren Fläche des Schenkels und dem Scrotum zur Raphe verläuft. Dieser convergirende Strom wird hier divergirend und trifft auf den gleichen der anderen Extremität. Die abgelenkten Strömungen beider Seiten bilden in der Raphe des Penis und Scrotums zwei kurze convergirende Ströme, von welchen der in der Raphe der Haut des Penis liegende im Peniswirbel endet. Der convergirende Dammstrom beginnt an der Afteröffnung, läuft in der Raphe des Dammes und geht in die Raphe des Scrotums über. In der Mitte der Raphe des Scrotums begegnet er dem vom Peniskreuze kommenden kurzen convergirenden Strome und legt sich an denselben, ohne ein neues Kreuz zu bilden.

Von den Ausströmungen des linken Leistenwirbels sieht man die obere Abtheilung der Schamströmung dem Peniswirbel zufliessen. Die untere Abtheilung desselben sammt der oberen und zum Theil mittleren des inneren Schenkelstromes läuft in schwachen Bogenkrümmungen in den aufsteigenden Schenkelstrom hinein. Die rothe bogenförmige Linie aus dem Leistenwirbel kommend bezeichnet die Scheidelinie der mittleren Abtheilung des inneren Schenkelstromes, welche divergirend wird, da wo sich das Schenkelkreuz befindet. Ihr entgegen sieht das divergirende Ende der mittleren Abtheilung des äusseren Schenkelstromes. Der aufwärts weichende Theil dieser Strömung legt sich an das Ende der oberen Abtheilung desselben Stromes und diese an das Ende der untersten Abtheilung der langen Hüftströmung, welche, nachdem sie die Hüfte umflossen und das Gesäss bedeckt hat, die Dammgegend und die Hälfte des Scrotums mit ihrer Strömung bekleidet. Die aufsteigenden Bogenkrümmungen aller dieser Zuflüsse bilden die hintere Hälfte des convergirenden aufsteigenden inneren Schenkelstromes. Im convergirenden Strome des Dammes und Scrotums finden die zur Mittellinie laufenden Bogenkrümmungen der untersten Abtheilung des Hüftstromes ihr Ende.

Fig. 3. Eine ähnliche Ergänzungszeichnung, um die Haarrichtungen, welche das Gesäss, die Dammgegend und die äusseren weiblichen Genitalien bedecken, darzustellen.

Der vom Schenkelkreuz beginnende aufsteigende convergirende innere Schenkelstrom gelangt an den äusseren weiblichen Geschlechtstheilen nicht zur Mittellinie, sondern endet jederseits am oberen Theile der grossen Schamlefzen, indem er sich einzurollen scheint; er nimmt hier den vom *mons veneris* kommenden Theil der Schamströmung auf, der übrige Theil der Schamströmung fliesst mit den Ausflüssen des inneren Schenkelstromes wie beim männlichen Embryo von vorne in den convergirenden aufsteigenden inneren Schenkelstrom hinein. Die über das Gesäss und die Dammgegend in Bogenkrümmungen verlaufende Endausströmung der untersten Abtheilung des Hüftstromes bedeckt die *labia majora* und begrenzt sich am seitlichen Umfange der Schamspalte. Am hinteren Umfange derselben hört der hier viel kürzere convergirende Dammstrom auf und der der Mittellinie näher liegende Theil dieser Strömung, während die obere und mittlere Abtheilung des äusseren Schenkelstromes an diese sich anschliessend von hinten her in den convergirenden aufsteigenden inneren Schenkelstrom einströmt. Am vorderen Ende der Schamspalte endet der absteigende convergirende Bauchstrom und der vom Darmbeinkreuz beginnende, schräg ab- und einwärts laufende convergirende Leistenstrom, wenn er vorhanden ist, wie in diesem Falle hier.

Fig. 4. Die Rückenfläche dieses Embryo.

Den Kopf bedecken die spiral gewundenen Wirbelausströmungen des divergirenden Scheitelwirbels. Das Centrum dieses Wirbels liegt hier nicht in der Mittellinie, sondern rechts; es ist kein Punkt, sondern eine kurze geschwungene Linie. Die längste Ausströmung dieses Wirbels ist der von zwei rothen Scheidelinien begrenzte mittlere Nackenstrom, der im Verlaufe über die Rückenwirbelsäule zum mittleren Rückenstrome wird; im Laufe abwärts immer schmäler werdend endet derselbe am unteren Ende der Rückenwirbelsäule im convergirenden Steisswirbel, dessen Härchen, wenn sie länger geworden sind, wie bei diesem Embryo, in eine Haarspitze sich einrollen, welche dem an der Schwanzspitze der Thiere vorkommenden convergirenden Haarwirbel vollkommen analog ist. Die an der äusseren Seite dieser rothen Scheidelinien liegenden Ausströmungen sind die seitlichen Nacken- oder Unterohrströme. Auf den Muskelwülsten des Nackens, wo sie von dem mittleren Nackenstrome ablenken, liegen beiderseits die Nackenkreuze; sie laufen in querer Richtung unter dem Ohre vorwärts und rollen sich in den convergirenden Halswirbel ein. Auf diese Ausströmungen folgen die hinteren Ohrströme, welche mit ihren geschwungenen Strömungslinien die hintere Fläche der Ohrmuscheln bedecken und am Rande der Helix zur Bildung des convergirenden Ohrmuschelrandstromes sich einrollen. Nach aussen und oben sieht man von den Härchen eine Haarspitze gebildet, welche an den an der spitzigen Ohrmuschel der Thiere vorkommenden convergirenden Ohrwirbel erinnert. Oberhalb der Ohrmuschel, wo sich die hinteren Ohrströme von den Schläfenströmen trennen, liegen beiderseits die Oberohrkreuze.

Die Grenzströme, welche den Scheitelwirbel und seine Ausströmungen an der Rückenfläche von den übrigen scheiden, sind die zwei von jedem Nackenkreuz beginnenden convergirenden Ströme. Der eine, der quere seitliche Halsstrom, verläuft in ∞ förmiger Krümmung zwischen dem Unterohrstrome und den abgelenkten oberen Ausflüssen des schräg aufsteigenden divergirenden seitlichen Halsstromes und fliesst in den convergirenden Halswirbel, wo er endet. Der andere, der absteigende seitliche Rückenstrom, läuft an der Seite des mittleren Rückenstromes denselben begrenzend abwärts in den convergirenden Steisswirbel hinein.

Am Nacken und Rücken des Stammes liegen seine Zuflüsse aus dem divergirenden Achselhöhlen- und Leistenwirbel, und ist zwischen beide ein oder sind selbst zwei divergirende Seitenwirbel eingeschaltet, so strömen die hinteren Ausflüsse

derselben auch ihm zu. Am Nacken bezeichnen die rothen Linien, welche schräg aufsteigen und am Nackenkreuz divergirend werden, den Lauf des seitlichen divergirenden Halsstromes; seine unteren, bogenförmig verlaufenden Ausflüsse fliessen von den Seiten in den absteigenden convergirenden seitlichen Rückenstrom. In demselben sieht man auch den vom Deltakreuz beginnenden aufsteigenden convergirenden Schulterstrom sein Ende finden, der in seinem wagerechten Laufe über die Schulter zum queren Rückenstrome wird, sich abwärts neigt und dann erst einmündet. Dieser nimmt oben noch Ausflüsse des aufsteigenden seitlichen Halsstromes und der vorderen Schulterströmung auf. Von unten ergiesst sich in denselben die vom divergirenden Achselhöhlenwirbel — hier aus der Achselfalte — kommende divergirende hintere Schulterströmung. Unterhalb derselben strömen dem seitlichen Rückenstrome die hinteren Ausflüsse des absteigenden divergirenden seitlichen Bruststromes über die Seitenwand des Thorax und das Schulterblatt kommend zu. Diese Zuflüsse sind links breiter als rechts, weil an diesem Embryo an der rechten Seitenwand des Thorax ein divergirender Seitenwirbel eingeschoben ist. Alle hinteren Ausströmungen dieses eingeschalteten Wirbels, sowohl die aus seinem aufsteigenden divergirenden Seitenbruststrome, als auch die aus dem absteigenden seitlichen Bauchstrome gelangen über die Seitenwand theils der Brust theils des Bauches und der Hüfte hieher von den zwei convergirenden Grenzströmen, welche vom Seiten- und Darmbeinkreuze beginnen, eingefasst und fliessen sammt denselben von der Seite in das Endstück des seitlichen convergirenden Rückenstromes. An der linken Seite sieht man blos einen convergirenden Grenzstrom vom Seitenkreuz kommend in den seitlichen Rückenstrom münden; unterhalb desselben verlaufen über die Seitenwand des Bauches und der Hüfte die hinteren Ausflüsse des aufsteigenden divergirenden seitlichen Bauchstromes aus dem Leistenwirbel, welche ebenfalls im seitlichen Rückenstrome dieser Seite ihr Ende finden.

An der Rückenfläche der oberen Extremitäten bemerkt man aus der Achselhöhle die hinteren queren Schulterströme hervorkommen. Die rothe Linie, welche am Deltakreuz divergirend wird, ist die Richtungslinie ihres Laufes. Die abwärts abgelenkte Strömung des hinteren queren Schenkelstromes fliesst dem vom Deltakreuz beginnenden absteigenden convergirenden äussseren Armstrome zu, welcher im convergirenden Ellbogenhöckerwirbel sich einrollend endigt. Am Ellbogenrande des rechten Vorderarmes sieht man deutlich das Ulnarkreuz und die zwei von ihm auslaufenden convergirenden Ströme. Der obere, der aufsteigende Ulnarstrom, nimmt die bogenförmigen seitlichen Ausströmungen des inneren Armstromes, welche die Rücken- und innere Fläche des Vorderarmes bedecken, auf und fliesst mit denselben in den convergirenden Ellbogenhöckerwirbel hinein. Sind die Härchen länger, so findet man hier eine eingerollte Haarspitze. Der untere, der absteigende Ulnarstrom, ist kurz und nimmt die abwärts abgelenkten, hier bereits quer verlaufenden Ausströmungen von der inneren und äusseren Fläche auf. Die rothen divergirend werdenden Linien bezeichnen die Scheidelinien dieser Ströme.

An der Rückenfläche der linken Hand bemerkt man auch das Radialkreuz und unterhalb desselben den unvollständig ausgebildeten divergirenden Handwirbel, dessen aufsteigender divergirender Strom am Radialkreuz aus einander weicht; seine breiteste Ausströmung begibt sich auf den Rücken der Hand, läuft quer zum Ellbogenrande hin und legt sich an die auf die Rückenfläche des Vorderarmes gelangte Endströmung des inneren Armstromes. Auf den mittleren Abtheilungen der Rückenfläche der Fingerglieder sieht man hier deutlich die quere Richtung der Härchen, die ebenfalls mit ihren Haarspitzen dem Ulnarrande zusehen. Nur die Härchen der Rückenfläche des Daumens haben eine entgegengesetzte Richtung, so dass zwischen Daumen und den vier übrigen Fingern eine Divergenz in der Haarrichtung waltet. In jeder Abtheilung sind die Spitzen der Härchen in der obersten Reihe aufwärts, und in der untersten Reihe abwärts abgelenkt.

Die Hüftausströmungen aus beiden Leistenwirbeln winden sich oberhalb und unter dem *trochanter major* auf die hintere Fläche des Beckens und des Gesässes; die obersten Abtheilungen dieser Hüftausströmungen fliessen von den Seiten noch in den convergirenden Steisswirbel hinein und werden, nachdem sie die Mittellinie erreicht haben, auf dem Steissbein divergirend und bilden hier das Steisskreuz. Das aufwärts abgelenkte Ende dieser Strömung fliesst von unten in den convergirenden Steisswirbel. Der abwärts sich wendende Theil bildet einen kurzen convergirenden Strom, welcher am hinteren Umfange der Afteröffnung sich begrenzt; an diese schliesst sich das Ende der mittleren Hüftströmung an, welche mit einem Theile in die *crena clunium* sich begibt und am seitlichen Umfange der Afteröffnung endigt; der andere Theil erreicht die Mittellinie und bildet den convergirenden Dammstrom. Die untersten Abtheilungen der Hüftausströmungen laufen über den unteren Rand des Gesässes, erheben sich, laufen über die Dammgegend, bedecken das Scrotum und gelangen bis zum Peniskreuz. In der Mittellinie bilden die beiderseitigen sich begegnenden Endströmungen den convergirenden Strom in der *raphe scroti*; ihre äusseren Ausflüsse münden in das Ende des aufsteigenden inneren Schenkelstromes.

An beiden unteren Extremitäten sieht man die Schenkelkreuze und ihre auf- und absteigenden convergirenden inneren Schenkelströme deutlich.

Wie breit und mächtig der äussere Schenkelstrom ist, sieht man an den unteren Extremitäten dieses Embryo, denn er bedeckt mit seinen Ausströmungen die äussere und hintere Fläche des Ober- und Unterschenkels. Die rothen bogenförmigen Striche, die an den Schenkelkreuzen divergirend werden, bezeichnen die Strömungslinie der mittleren Abtheilung des äusseren Schenkelstromes. Die obere Abtheilung und ein Theil der mittleren dieses Stromes, nachdem sie die äussere und hintere Fläche des Oberschenkels bedeckt haben, fliessen sich erhebend von hinten in den aufsteigenden inneren Schenkelstrom. Die untere Hälfte der mittleren Abtheilung wird abwärts gezogen und fliesst schon in den absteigenden convergirenden inneren Schenkelstrom. Die unterste längste und breiteste Abtheilung dieses äusseren Schenkelstromes windet sich von der äusseren Fläche in die Kniekehle und auf die Wade, und von hier aus wendet sich die äussere und innere Hälfte dieser letzten Ausströmung vorwärts, um im Endstücke des absteigenden inneren Schenkelstromes zu münden. Die Spaltung in die äussere und innere Hälfte dieser Strömung geschieht auf der Fibula, wie man dieses am linken Unterschenkel dieses abgebildeten Embryo sieht. Die Theilung jeder dieser zwei Hälften wieder in zwei Endausläufer, die halbkreisförmig begrenzt oberhalb und zwischen den Fussknöcheln endigen, so dass die Fussknöchel und die Achilles-Sehne frei bleiben, ist in der Abbildung leicht zu unterscheiden.

Fig. 5. Eine Ergänzungszeichnung, welche ein unvollkommenes Verschmelzen zweier divergirender Wirbel in einen Doppelwirbel am Scheitel versinnlicht.

Die Wirbel-Centra liegen zu beiden Seiten der Mittellinie. Die Mittelpunkte der Wirbel sind keine einfachen Punkte, sondern kurze ∞förmige Linien. Der rechte Wirbel ist linkswendig, der linke rechts gewunden. Die Wirbelausströmungen sind vom Centrum aus in einem mässigen Umfange regelmässig ausgebildet und stellen eine Summe von Spirallinien dar, deren jede höchst wahrscheinlich eine logarithmische Spirale ist, welche mithin nicht im Mittelpunkte, sondern in dessen Nähe aus dieser ∞förmigen Linie beginnen. Diese spiralen Ausströmungen, welche an den Seiten des Schädelgewölbes verschieden abgelenkt werden, gerathen in der Mittellinie auf und an einander. Die in der Verbindungslinie beider Mittelpunkte auf einander treffenden Ausströmungen weichen nach vorne und hinten aus; dadurch entsteht hier ein Scheitelkreuz und zwei von demselben ausgehende convergirende Ströme, von welchen sich einer nach vorne, der andere nach rückwärts wendet. Im weiteren Laufe legen sich die Ausströmungen an einander, laufen eine Strecke fast parallel und die Haare an diesen Stellen schieben sich auch über einander; hierauf wenden sie sich von der Mittellinie ab und fliessen über die Stirn und das Hinterhaupt hinab.

TAFEL II.

Zwei Seitenansichten desselben Embryo zur Vervollständigung des Bildes.

Fig. 1. Die ganze rechte Seite des Embryo, der rechte Arm erhoben, um die Achselhöhle und die innere Fläche des Oberarms sehen zu können.

Die Seitenwand des Kopfes ist von den Ausströmungen des Scheitelwirbels bedeckt. Aus dem nach rechts verschobenen Mittelpunkte dieses divergirenden Wirbels sieht man, wie die Ausströmungen in spiralen Windungen auslaufen und dann abbiegen. Der mittlere Stirnstrom ist nach links geknickt. Der äussere Stirnstrom endet, die obere Hälfte der Augenbrauen bildend, im convergirenden äusseren Augenbraustrome. Eine rothe Scheidelinie bezeichnet die Grenze zwischen dem Schläfen- und hinteren Ohrstrome. Oberhalb der Ohrmuschel werden diese Strömungen divergirend, weil zwischen dieselben und den seitlichen Nacken- oder unteren Ohrstrom der divergirende Ohrwirbel eingeschoben ist und von ihnen umfasst wird. An der Stelle des Auseinanderweichens liegt das Oberohrkreuz. Von diesem aus laufen zwei convergirende Grenzströme, der vordere Ohr- und der Ohrmuschelrandstrom, welche beide auf dem Winkel des Unterkiefers zusammenmünden und in den convergirenden Halswirbel einströmen. Der Schläfenstrom ist zwischen den vorderen Ohr- und den convergirenden Schläfengesichtsstrom, die Fortsetzung des äusseren Augenbraustromes, eingeschoben; sein zugespitztes Ende rollt sich im convergirenden Halswirbel ein, wohin sich auch der untere Ohrstrom sammt seinem Grenzstrome, dem convergirenden queren seitlichen Halsstrome, begibt. Die Ausströmungen des divergirenden Ohrwirbels sieht man in dieser Ansicht am deutlichsten; sein Centrum liegt im äusseren Gehörgange, dem Tragus nahe. Seine aufsteigende Strömung fliesst über den Rand der Helix und wird am Oberohrkreuze divergirend; zu dem nach vorne abgelenkten Theile gesellen sich die Ausflüsse, welche oberhalb und unterhalb des Bockes hervorströmen. Aus diesen drei Abtheilungen entsteht die abwärts fliessende, sich zuspitzende vordere Ohrströmung, welche bei erwachsenen Männern die hinter dem Backenbarte und vor dem Ohre liegende kleine Fläche, auf der nur kleine Härchen vorkommen, bedeckt. Die hinteren und unteren Ausströmungen des Ohrwirbels fliessen dem Ohrmuschelrandstrome zu und tragen mit ihren längsten Härchen zur Bildung der am hinteren und oberen Rande der Windung sich ausbildenden Haarspitze bei. Die Form der Fläche, welche der excentrische Augen- oder Gesichtswirbel mit seinen divergirenden Ausströmungen bedeckt, nebst seinen Grenzströmen und Kreuzen sieht man in dieser Seitenansicht deutlich.

Der divergirende Achselhöhlenwirbel ist nur in einem kleinen Umfange regelmässig ausgebildet; die aus den abgelenkten Ausströmungen hervorgehenden divergirenden Ströme sind roth bezeichnet. Der absteigende seitliche Brust> strom begibt sich, in einer geschwungenen Linie nach vorne gebogen, abwärts und endigt am Seitenkreuz. Mit ihm läuft eine Strecke gemeinschaftlich der quere Brustst rom zu seinem in der Mittellinie gelegenen Brustkreuze. Der vordere und hintere quere Schulterstrom umgreift von der Achselhöhle aus die Schulter und endigt am Deltakreuz. Zwischen beiden, im *sulcus internus bicipitis* rinnt der innere Armstrom, welcher durch die *plica cubiti* in den *sulcus radialis* gelangt. Von den convergirenden Strömen, in welchen die Ausflüsse des inneren Armstromes, nachdem sie den Ober- und Vorderarm umgriffen haben, sich begegnen, sieht man an dem erhobenen Arme die vom Ulnarkreuze auslaufenden ab- und aufsteigenden Ulnarströme. Der letztere mündet sammt dem Ende des absteigenden äusseren Armstromes im convergirenden Ellbogenhöckerwirbel. Unterhalb der rothen Striche, welche den Lauf des vorderen und hinteren queren Schulterstromes bezeichnen, verlaufen die vorderen und hinteren divergirenden Schulterströmungen aufwärts. An diese schliessen sich vorne die aus dem breiten queren Bruststrome kommenden Ausflüsse an, welche über das Schlüsselbein aufwärts zum Halse sich begeben und am Zungenbein- und Nackenkreuze und in den sie verbindenden Grenzströmen, sowie auch im convergirenden Halswirbel ihr Ende finden. Die schräg abwärts laufenden Ausflüsse des queren Bruststromes überspringen die Brustwarze und den Warzenhof und münden nebst der vorderen Ausströmung des absteigenden divergirenden seitlichen Bruststromes in den vom Seitenkreuz auslaufenden schräg absteigenden convergirenden Grenzstrom, sowie auch in den vom Brustkreuz beginnenden absteigenden convergirenden Brust- und Bauchstrom, der im convergirenden Nabelwirbel ausläuft. Vom Brustkreuz aufwärts zum Zungenbeinkreuz läuft in der Mittellinie der aufsteigende convergirende Brust- und Halsstrom. Die hinteren Ausströmungen des absteigenden divergirenden seitlichen Bruststromes begeben sich unterhalb der divergirenden hinteren Schulterströmung in Bogenkrümmungen über die Seitenwand des Thorax und den Winkel des Schulterblattes, steigen dann abwärts und fliessen in den convergirenden seitlichen Rückenstrom hinein.

Die Seitenwand der Brust und des Bauches bedecken die Ausströmungen des an dieser Seite eingeschobenen divergirenden Seitenwirbels; sein ganzes Verbreitungsgebiet und alle seine Grenzströme sind sichtbar. Die Wirbelströmung ist links gewunden; aus derselben beginnen zwei divergirende mit rothen Linien bezeichnete Ströme: der aufsteigende seitliche Bruststrom endet am Seitenkreuz, der absteigende seitliche Bauchstrom am Darmbeinkreuz. Der vordere

vom Seitenkreuz beginnende convergirende Grenzstrom mündet im absteigenden convergirenden Brust- und Bauchstrome, der hintere läuft quer über die Seitenwand des Thorax, steigt abwärts und erreicht den seitlichen Rückenstrom. Von den vom Darmbeinkreuz auslaufenden convergirenden Grenzströmen endet der vordere schräg absteigende Leistenstrom im convergirenden Peniswirbel, der hintere umfliesst den obersten Theil der Hüfte und fällt in den convergirenden Steisswirbel. Die vorderen Ausflüsse aus dem divergirenden Seitenwirbel und seinen auf- und absteigenden divergirenden Strömen bedecken die Brust, den Bauch vorne und ergiessen sich in den convergirenden Nabelwirbel, in den convergirenden absteigenden Brust- und Bauchstrom, ferner in die zwei vom Bauchkreuz auslaufenden auf- und absteigenden convergirenden Bauchströme, von denen der obere im convergirenden Nabel-, der untere im convergirenden Peniswirbel sein Ende findet. Die rückwärts laufenden Ausflüsse umhüllen unten den Thorax, die Weichen und den obersten Theil der Hüfte und fliessen dem convergirenden seitlichen Rückenstrome zu.

Über die rechte Hüfte und das Gesäss sieht man die vom Leistenwirbel kommenden drei Abtheilungen der Hüftströmung oberhalb des Trochanters, über dem Trochanter und unter demselben fast quer verlaufen und zum Theil im convergirenden Steisswirbel, am Steissbeinkreuz und im auf- und absteigenden Steiss- und Dammstrome endigen.

Die äussere Fläche des Ober- und Unterschenkels ist von der oberen, mittleren und längsten unteren Abtheilung der Ausströmungen des äusseren Schenkelstromes bedeckt. Die rothe bogenförmige Linie deutet die Scheidelinie der mittleren Abtheilung an, welche an der inneren Fläche am Schenkelkreuz divergirend wird. Am Unterschenkel sieht man die äussere Hälfte der untersten und längsten Ausströmung längs der hervorragenden Fibula in zwei Ausläufer sich spalten, von denen der hintere die Wade umhüllt und abwärts zwischen der Achilles-Sehne und dem äusseren Fussknöchel halbkreisförmig begrenzt endigt. Der vordere läuft über die vordere äussere Fläche des Unterschenkels und hört ebenfalls halbkreisförmig begrenzt zwischen dem unteren Ende der Tibia und dem äusseren Fussknöchel auf. Die langen Ausströmungen der äusseren Abtheiluag des vorderen Schenkelstromes schieben sich am äusseren Rande der Patella zusammen und wenden sich unter derselben vorwärts, bilden auf der *crista tibiæ* mit dem Ende der inneren Abtheilung einen kurzen convergirenden Nebenstrom. Die kürzeste mittlere Abtheilung endet auf der Kniescheibe.

Vom unvollkommen entwickelten divergirenden Fussrückenwirbel sieht man blos die äusseren längeren und quer gelagerten Ausströmungen und die quere Lage der Härchen auf den mittleren Abtheilungen der Rückenfläche der Zehenglieder der vier kleineren Zehen.

Fig. 2. Die rechte Seite eines Embryo. Die rechte obere Extremität liegt herabhängend an der Seite des Stammes, um die äussere Fläche der Schulter, des Ober- und Vorderarms, sowie auch die Rückenfläche der Hand sehen zu können. Die rechte Hälfte des Beckens sammt der ganzen rechten untern Extremität ist durch einen senkrechten Schnitt in der Mittellinie und durch einen horizontalen Schnitt entfernt, um die ganze innere Fläche der linken unteren Extremität sammt den männlichen äusseren Geschlechts-Organen darstellen zu können.

Von den Ausströmungen des divergirenden Scheitelwirbels sieht man in dieser Darstellung deutlicher, wie der hintere Ohrstrom von der Seitenwand des Kopfes in gedrängten zusammengeschobenen bogenförmigen Strömungslinien zur hinteren Fläche der nach vorne gebogenen Ohrmuschel gelangt, dieselbe ganz bedeckt und am Rande der Helix mit seinen längsten Härchen die hintere Hälfte der Ohr-Haarspitze bildet, während die anderen im Ohrmuschel-Randstrome endigen; ferner ist hier der ganze Verlauf des seitlichen Nacken- oder untern Ohrstromes und sein eingerolltes Ende, die Trennungsstelle desselben vom mittleren Nackenstrome, der zum mittleren Rückenstrome wird und am convergirenden Steisswirbel endiget, viel deutlicher sichtbar. An dieser Trennungsstelle liegt das Nackenkreuz; von diesem abwärts läuft der seitliche convergirende Rückenstrom dem convergirenden Steisswirbel zu und in einer ∝förmigen Krümmung vorwärts der seitliche convergirende quere Halsstrom, welcher sammt dem Ende des vorderen convergirenden Ohrstromes als Grenzströme die untere Ohrströmung begleiten und gemeinschaftlich im convergirenden Halswirbel endigen. Der divergirende Augenwirbel, seine Ausstömungen, seine convergirenden Grenzströme und Kreuze sind wie in der vorigen Figur ganz gleich dargestellt.

Von den divergirenden Ausströmungen des Achselhöhlenwirbels, die mit rothen Linien bezeichnet sind, ist in dieser Figur der absteigende divergirende seitliche Bruststrom länger und trifft am Seitenkreuz auf den aufsteigenden divergirenden seitlichen Bauchstrom, der aus dem Leistenwirbel kommt, weil hier der Fall abgebildet ist, wo kein divergirender Seitenwirbel eingeschaltet ist. Mit dem Seitenkreuz sind auch die zwei von ihm ausgehenden convergirenden Grenzströme herabgerückt. Der breite quere Bruststrom, der vordere und hintere quere Schulterstrom, alle drei roth markirt, das Brust- und Deltakreuz, so wie auch das Centrum des divergirenden Achselhöhlenwirbels liegen in einer horizontalen Linie. Der aus den oberen Ausflüssen des queren Bruststroms hervorkommende, über das Schlüsselbein und den *sterno-cleido-mastoideus* schräg aufwärts steigende divergirende seitliche Halsstrom ist ebenfalls roth bezeichnet, er endiget am Nackenkreuz; seine oberen Ausflüsse biegen sich um, um in den convergirenden seitlichen queren Halsstrom zu gelangen, seine unteren Ausströmungen laufen bogenförmig anfangs quer, dann abwärts und münden in den convergirenden seitlichen Rückenstrom.

Die Ausströmungen des Achselhöhlenwirbels, welche die obere Extremität bedecken, kommen von innen, umgreifen die Schulter und den Oberarm vorne und hinten und treffen aussen wieder zusammen. Wo der vordere und hintere quere Schulterstrom senkrecht auf einander treffen, liegt das Delta- oder Schulterkreuz. Die aufsteigende Abtheilung dieser Ströme sammt der divergirenden vorderen und hinteren aufsteigenden Schulterströmung begegnen sich im aufsteigenden convergirenden Schulterstrome wieder, der vom Deltakreuz beginnt, aufsteigt, dann wagrecht läuft, zum queren Rückenstrome wird, sich herabsenkt und im seitlichen convergirenden Rückenstrome endigt. Die absteigenden Abtheilungen des vorderen und hinteren queren Schulterstromes sammt den seitlichen Ausflüssen des inneren Armstromes kommen im absteigenden convergirenden äusseren Armstrome wieder zusammen, der am Deltakreuz beginnt und in dem convergirenden Ellbogenhöckerwirbel sich einrollend endiget. Am Ellbogenrande des Vorderarms sieht man das Ulnarkreuz und von demselben aus den absteigenden und aufsteigenden convergirenden Ulnarstrom beginnen, welcher letztere die aus dem inneren Armstrome

hervorkommenden Ausflüsse, und zwar sowohl diejenigen, welche die äussere, als auch diejenigen, welche die innere Fläche des Vorderarms mit ihren Bogenkrümmungen bedecken, aufnimmt und dem convergirenden Ellbogenhöckerwirbel zuführt. Der Rest der Ausströmungen des inneren Armstromes, welcher unterhalb der rothen Scheidelinien, welche am Ulnarkreuz divergirend werden, liegt, läuft quer, hüllt die äussere und innere Fläche des untersten Theiles des Vorderarmes und der Handwurzel ein und fliesst am Ellbogenrande in dem absteigenden convergirenden Ulnarstrome zusammen. Wo am Radialrande das unterste Ende des inneren Armstromes aus einander weicht, liegt das Radialkreuz, und unterhalb desselben findet man das Centrum des unvollkommen entwickelten divergirenden Handwirbels. Seine aufsteigende Strömung wird am Radialkreuz divergirend. An der Rückenfläche der Mittelhand sieht man seine breiteste Ausströmung, welche sich an die End-Ausströmung des inneren Armstromes anlegt und am Ulnarrande der Hand frei endigt. Nach abwärts und dem Radialrande zu wendet sich der Rest seiner Ausströmungen. Die an der Rückenfläche des Daumens quer gelagerten Härchen gehören zu dem Theile seiner Ausströmung, welche dem Radialrande zufliesst, weil die Spitzen der Härchen ihm zusehen, während die auf der mittleren Abtheilung der Rückenfläche der übrigen Finger in querer Richtung mit den Haarspitzen dem Ulnarrande zu gelagerten Härchen der viel stärkeren äusseren Ausströmung angehören, welche hier durch die Gelenke und Spalten der Finger unterbrochen ist. Die Härchen in der obersten Reihe jeder dieser mittleren Abtheilungen sind aufwärts, die in der untersten Reihe abwärts abgelenkt..

An der inneren Fläche der linken untern Extremität bemerkt man in der Abbildung am Rande des Beckendurchschnittes hinten die Haarspitze des convergirenden Steisswirbels, unter demselben das Steisskreuz sammt seinen auf- und absteigenden convergirenden Steissströmen. Der absteigende Steissstrom endiget am hinteren Umfange der Afteröffnung, am vorderen beginnt der convergirende Dammstrom, der in der *raphe scroti* vorwärts läuft und am Peniskreuz endiget. An der schmalen Hautpartie des Gesässes, welche in die *crena clunium* sieht und in der Mittellinie endiget, sieht man die oberste Abtheilung der Hüftströmung im convergirenden Steisswirbel am Steisskreuz und in seinen convergirenden Strömen endigen. Die mittlere begrenzt sich am seitlichen Umfange der Afteröffnung und fliesst in den convergirenden Dammstrom. Die unterste bedeckt das Scrotum mit ihrem Endausläufer.

An der inneren Fläche des Oberschenkels am hinteren Rande des Gracilis in der Mitte des Oberschenkels liegt das Schenkelkreuz. Von demselben beginnt der aufsteigende convergirende innere Schenkelstrom, der am Peniskreuz endiget. Der absteigende convergirende innere Schenkelstrom windet sich vom Schenkelkreuz abwärts und läuft vor dem innern Fussknöchel aus. Die rothen bogenförmigen Linien, die am Schenkelkreuz divergirend endigen, bezeichnen die Richtung der mittleren Abtheilung des inneren und äusseren Schenkelstromes. In den aufsteigenden inneren Schenkelstrom münden: die abgelenkte obere Partie dieser mittleren Abtheilung und die ganze obere Abtheilung des inneren und äusseren Schenkelstromes, welche am Oberschenkel fast quer verlaufen. In den absteigenden inneren Schenkelstrom fliessen: die untere Hälfte dieser mittleren Abtheilung und die längsten untersten Ausströmungen des inneren und äusseren Schenkelstromes. Die innere Hälfte des äusseren Schenkelstromes sieht man um die Wade vor und abwärts sich winden, und zwischen der Achilles-Sehne und dem inneren Fussknöchel mit einem halbkreisförmigen deutlich begrenzten Ausläufer endigen. Der Rest der äusseren Hälfte läuft über den vorderen Schienbeinsrand noch hinüber und endiget ebenfalls mit einem halbkreisförmig begrenzten Ausläufer vor dem inneren Fussknöchel. Die innere Abtheilung des vorderen Schenkelstromes schiebt sich am inneren Seitenrande der Kniescheibe zusammen und wendet sich unterhalb derselben ab- und vorwärts, wo sie mit der äusseren Abtheilung einen convergirenden Nebenstrom bildet. Die kürzeste mittlere Abtheilung des vorderen Schenkelstromes endigt auf der Kniescheibe.

Am Fussrücken ist der divergirende Fussrückenwirbel nur rudimentär ausgebildet; seine hinterste Ausströmung ist sehr kurz, seine vorderste die längste, seine innere ist mit den Haarspitzen einwärts gerichtet; zu der letzteren gehören die Härchen auf der Rückenfläche der grossen Zehe, die mit ihren Spitzen ebenfalls einwärts sehen.

Fig 1

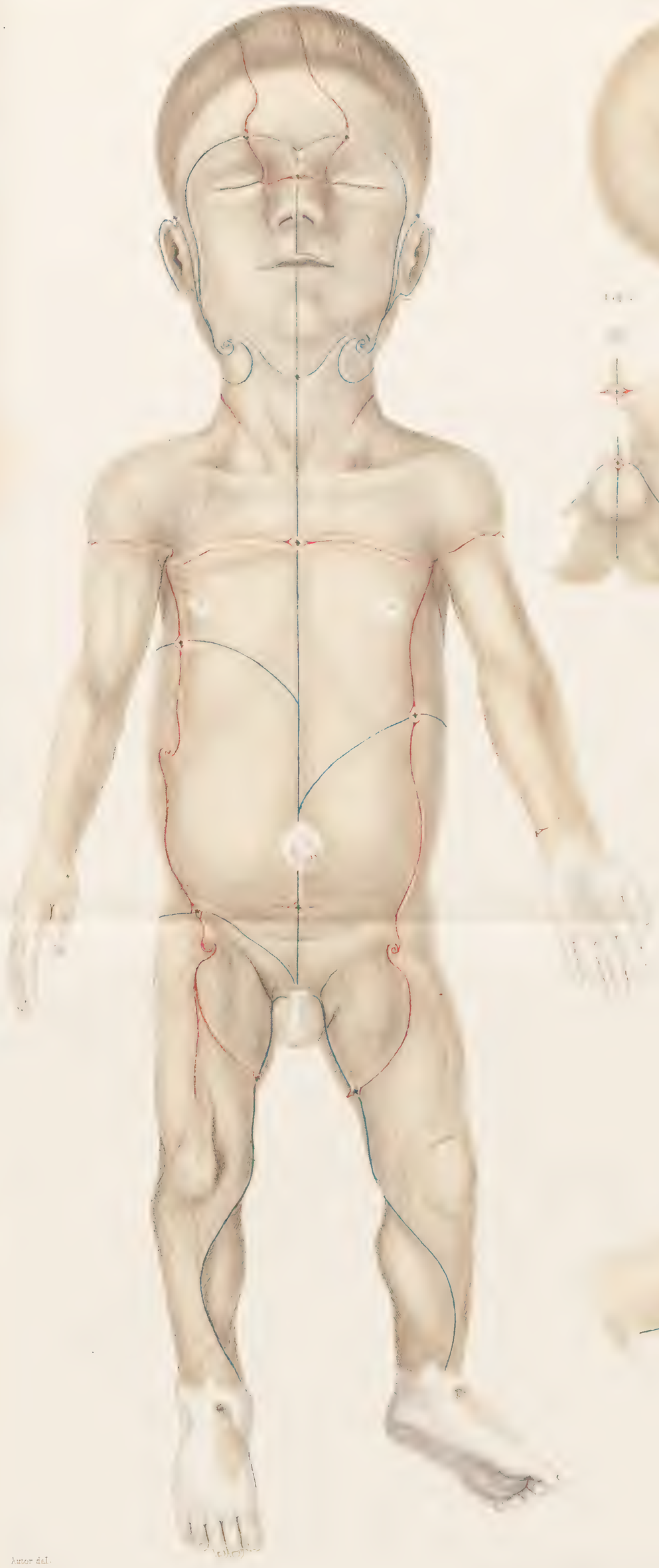


Fig 5.

Fig 2

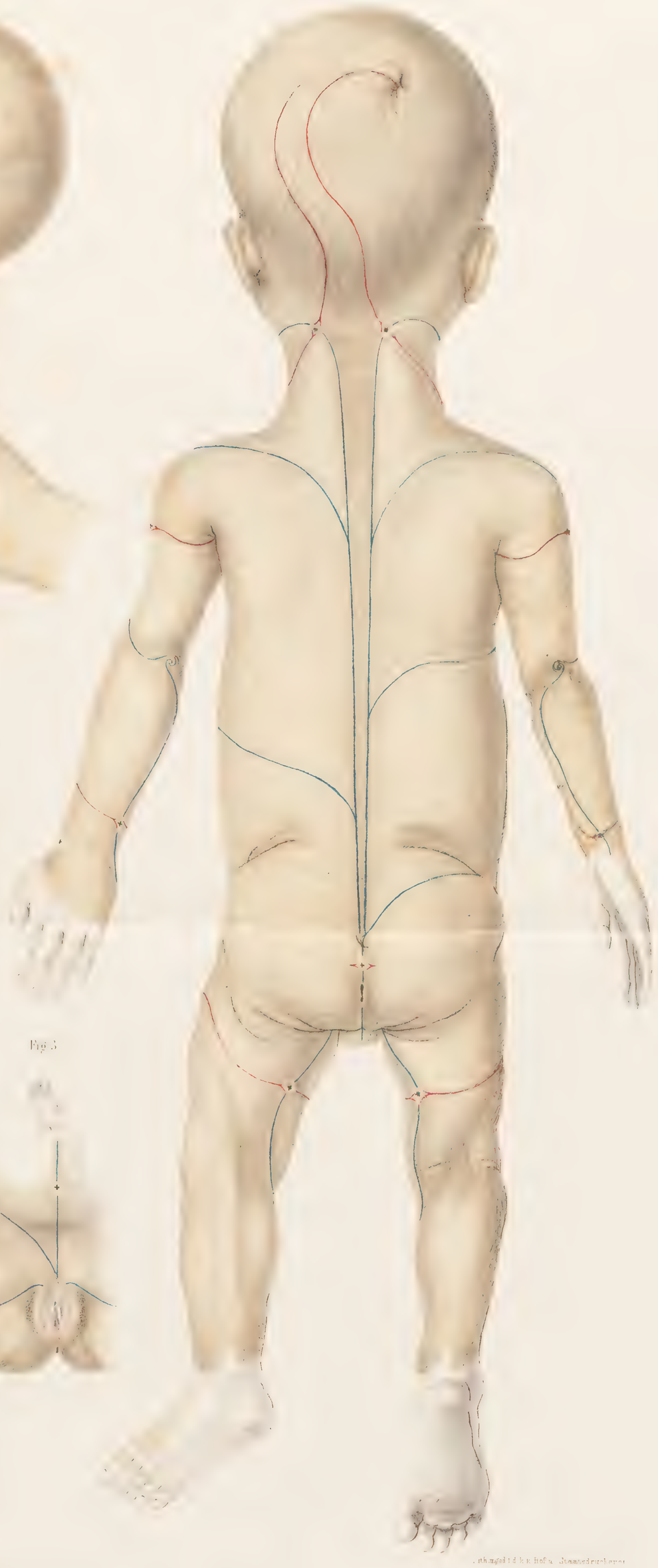
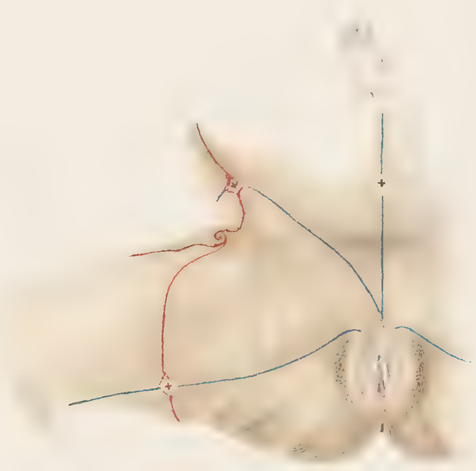


Fig 3



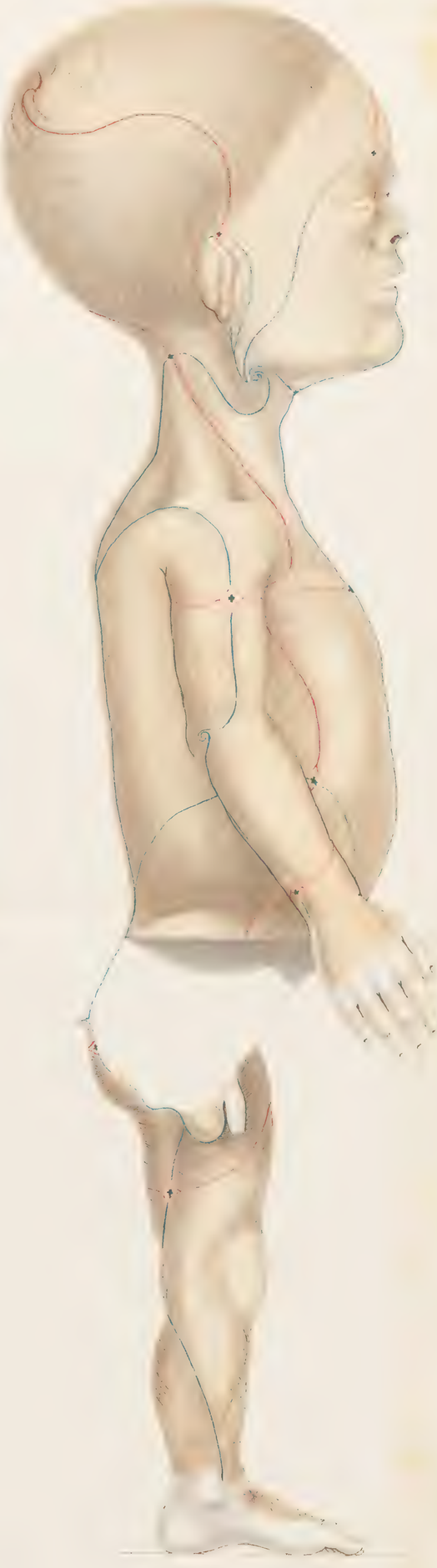
Autor del.

Denkschriften d. k. Akad. d. Wissensch. mathem. naturw. Cl. XIII Bd. 1857.

Lith. gedr. d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei.

Fig. 1.

Fig. 2.



Lith u. ged. d. k.k. Hof u. Staatsdruckerei

Denkschriften d. k. Akad. d. Wissensch. mathem. naturw. Cl. XIII Bd. 1857.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE AORTENWURZELN

UND

DIE VON IHNEN AUSGEHENDEN ARTERIEN DER SAURIER.

Von

Dr. HEINRICH RATHKE.

Mit 6 Tafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 6. NOVEMBER 1856.

VORWORT.

Als ich mich eine längere Zeit mit Untersuchungen über den Bau und die Entwickelung der Krokodile beschäftigt hatte, wünschte ich zu ermitteln, welche morphologische Bedeutungen den drei Arterien beizulegen sein dürften, die bei diesen Thieren durch die Höhle des Halses hindurchgehen. An den Embryonen von Krokodilen, welche ich zu zergliedern Gelegenheit hatte, konnte ich darüber keinen Aufschluss gewinnen, weil selbst bei den jüngsten von ihnen die Stämme der erwähnten Gefässe schon völlig ausgebildet waren und auch eben solche Verbinduugen und Lagerungen, wie bei jungen und halberwachsenen Krokodilen zeigten. Ich unterwarf daher verschiedene andere Saurier, namentlich verschiedene Schuppenechsen, einer Zergliederung, um zu erfahren, ob nicht bei einigen von ihnen die Halsarterien in ihrer Anordnung eine solche Annäherung an die Verhältnisse der Halsarterien der Krokodile zeigen würden, die auf die Deutung dieser Gefässe der Krokodile hinführen könnte. Dabei nun aber fand ich an den Aortenwurzeln derselben und den von ihnen ausgehenden Arterien mancherlei Verhältnisse, die noch nicht bekannt waren und deren Bekanntmachung, wie es mir schien, doch für die Lehre von dem Bau der Wirbelthiere von einigem Nutzen sein könnte. Ich untersuchte deshalb noch mehrere Schuppenechsen, wie ausserdem auch einige Ringelechsen auf die angeführte Abtheilung ihres arteriellen Systems, und gebe nun in der vorliegenden Abhandlung theils eine Beschreibung von der Anordnung, welche diese Abtheilung des arteriellen Systems bei den Sauriern erhalten hat, theils auch eine Deutung der vorzüglichsten Abschnitte derselben.

Von den Arterien der Ringelechsen ist meines Wissens bisher noch keine Beschreibung erschienen. Was Cuvier in seinen zootomischen Vorlesungen über die Arterien einiger Schuppenechsen, namentlich der eigentlichen Eidechsen und des Leguans geäussert hat, ist im Ganzen nur sehr unvollständig und in Betreff der Carotiden dieser Thiere zum Theil selbst unverständlich. Meckel hat in seinem System der vergleichenden Anatomie, sowie Carus in seinem Lehrbuche der vergleichenden Zootomie nur der Aortenwurzeln, sonst aber keiner anderen Arterien der Schuppenechsen Erwähnung gethan. Stannius hat in seinem Lehrbuche der vergleichenden Anatomie der Wirbelthiere zwar einige, doch nur wenige Bemerkungen über die Arterien der Schuppenechsen gegeben. Von Barkow sind in einer Schrift, die den Titel: „Zootomische Bemerkungen“ führt, einige Mittheilungen über das arterielle System des Pseudopus serpentinus (Pallasii) gemacht worden: so weit dieselben aber diejenigen Arterien betreffen, welche bei diesem Saurier durch den Hals nach vorne gehen, sind sie nur sehr kurz gefasst, erstrecken sich nicht auf deren Verzweigungen, und geben auch deren Zahl nicht ganz vollständig an. Sehr ausführlich und allem Anschein nach auch sehr genau ist dagegen die Beschreibung, welche Corti in seiner Schrift: „De systemate vasorum Psammosauri grisei“ von dem arteriellen System dieses Thieres gegeben hat. Etwas ausführlichere Mittheilungen, als über die Arterien der Schuppenechsen mit Ausnahme des Psammosaurus griseus, sind zwar von einigen Anatomen, namentlich und besonders von Cuvier, Meckel, Owen und Hyrtl über die Panzerechsen oder Krokodile gemacht worden; jedoch betreffen die Angaben, welche die beiden ersteren über die zum Kopfe gehenden Arterien dieser Saurier gemacht haben, nur allein die Stämme, nicht aber auch die Äste und Zweige derselben. Zudem ist die Zahl derselben von verschiedenen Anatomen verschiedentlich gross angegeben, obschon sich, wie ich nach meinen an zwölf Arten von Krokodilen gemachten Wahrnehmungen glauben muss, mit ziemlicher Gewissheit annehmen lässt, dass sie bei allen Arten dieser Thiergruppe gleich gross ist.

Eine ziemlich grosse Anzahl von Abbildungen der Arterien des Psammosaurus griseus hat Corti seiner gehaltreichen Schrift über diesen Saurier beigefügt. Eine schöne und naturgetreue Abbildung von dem arteriellen System des Leguans hat Carus in dem sechsten Hefte seiner Erläuterungstafeln zur vergleichenden Anatomie gegeben; jedoch haben in dieser Abbildung, weil durch sie das Thier auf dem Rücken liegend dargestellt worden ist und in ihr ausser verschiedenen Arterien auch die Jugularvenen angegeben worden sind, von den Arterien des Halses nur diejenigen dargestellt werden können, welche ich in dem beschreibenden Theil der vorliegenden Abhandlung die Carotidenbogen und die Kehlzungenäste genannt habe. Das arterielle System von Lacerta ocellata hat Milne Edwards in dem zoologischen Theil des „Cours élémentaire d'histoire naturelle“ (Paris 1841, p. 78) durch einen sauber ausgeführten Holzschnitt veranschaulicht. Das Herz, der Anfang der Aorta und die Anfänge der Carotiden des Pseudopus serpentinus sind auf einer lithographirten Tafel dargestellt, welche Barkow seinen „Zootomischen Bemerkungen“ (Breslau 1851) beigegeben hat. Abbildungen von dem Herzen und einigen Arterien zweier Krokodile haben Cuvier und Bischoff gegeben, und zwar der erstere in der älteren Ausgabe seiner Vorlesungen über vergleichende Anatomie (auf Tafel 45), der letztere in J. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie (Jahrgang 1836). Die Arterien, welche bei den Krokodilen zur Seite und oberhalb der Speiseröhre durch den Hals hindurchlaufen, wie auch einige Zweige dieser Gefässe sind auf zwei von den Abbildungen angegeben, durch welche Owen seine in den „Philo-

sophical Transactions" (Jahrgang 1850, Theil II) bekannt gemachte ausgezeichnete Beschreibung von dem Gehörapparat der Krokodile erläutert hat. Ausser diesen angeführten Abbildungen aber sind mir keine weiter bekannt, die sich auf das arterielle System der Saurier bezögen.

Zur Erläuterung habe ich der vorliegenden Abhandlung mehrere Abbildungen beigefügt, durch welche die von den Aortenwurzeln ausgehenden Arterien einiger Ringelechsen, Schuppenechsen und Panzerechsen dargestellt sind. Diejenigen von ihnen, durch welche ich einige Präparate von Panzerechsen skizzenartig dargestellt habe, sind unvollständige Copien von völlig ausgeführten Zeichnungen, die ich mit noch anderen später einmal in einem besonderen Werke über den Bau und die Entwickelung dieser Thiere bekannt zu machen gedenke.

I. ABSCHNITT.

BEOBACHTUNGEN ÜBER DIE AORTENWURZELN UND DIE VON IHNEN AUSGEHENDEN ARTERIEN DER SAURIER.

§. 1. Nach Beobachtungen, welche bei vielen und verschiedenen Sauriern über die Anordnung ihres arteriellen Systems gemacht worden sind, lässt es sich wohl als gewiss annehmen, dass die Aorta bei keinem Saurier einfach, wie bei den Vögeln und Säugethieren, sondern bei allen diesen Reptilien eben so, wie bei den Schlangen und Schildkröten, mit zwei auf beide Seitenhälften des Körpers vertheilten Wurzeln aus dem Herzen hervorgeht. Beide Wurzeln aber scheinen von ihrem Ursprunge beinahe bis zu der Stelle, wo sie aus der Höhle des Herzbeutels hervordringen, mit einander und mit der Lungenarterie gleichsam verschmolzen zu sein, indem hier zwischen ihnen und dieser Arterie keine von Bindegewebe ausgefüllten merkbaren Zwischenräume vorkommen, sondern die aus elastischem Gewebe bestehenden äusseren Theile der Wandungen von ihnen und der Lungenarterie sich gegenseitig berühren und unter sich in einem unmittelbaren Zusammenhange stehen. Dabei sind sie nebst der Lungenarterie, so weit sie durch den Herzbeutel verlaufen, von dem inneren Blatte dieses Beutels überzogen und etwas spiralförmig gedreht. Überhaupt aber gewähren sie zusammen mit der Lungenarterie, so weit sie mit derselben noch in dem Herzbeutel eingeschlossen sind, das Aussehen eines Stranges, bei dessen äusserer Betrachtung man bisweilen die drei Canäle, welche er enthält, nicht ihrer ganzen Länge nach recht deutlich von einander unterscheiden kann, vielmehr durch ihre innige Verbindung mitunter so getäuscht werden kann, dass man meinen könnte, es entspränge die Aorta einfach aus dem Herzen und theile sich in einiger Entfernung von ihrem Ursprunge unter einem spitzen Winkel in zwei Schenkel. Eine solche Täuschung liegt denn auch wahrscheinlich der von Barkow gemachten Angabe zum Grunde, dass bei Pseudopus serpentinus (sive Pallasii) der Aortenstamm einfach (aus dem Herzen) entspringe und sich erst in einiger Entfernung von seinem Ursprunge zertheile [1]). Jedenfalls aber entspricht diese Angabe nicht der Wirklichkeit: denn als ich bei zwei Exemplaren von Pseudopus Pallasii, die ungefähr 3 Fuss lang waren, den vorhin erwähnten Gefässstrang mit

[1]) Zootomische Bemerkungen (Breslau 1851), Seite 22.

einer Schere dicht an der Herzkammer quer durchschnitten hatte, konnte ich an den erhaltenen Schnittflächen auf das Deutlichste erkennen, dass auch bei der genannten Thierart, wie bei anderen Sauriern, drei starke Arterien unmittelbar von dem Herzen ausgehen, nämlich eine Lungenarterie und zwei Aortenwurzeln.

Die linke Aortenwurzel der Saurier gibt entweder keine oder einen bis vier Äste ab, die für einen Theil des Darmcanals bestimmt und in der Regel unbedeutend sind. Die rechte aber sendet ausser einer oder zwei Kranzarterien des Herzens entweder zwei oder mehrere Äste aus, die sich in sehr verschiedenartigen Körpertheilen verzweigen und zusammengenommen eine weite Ausbreitung haben. Theils desshalb, theils auch weil die Äste der letzteren Aortenwurzel bei den verschiedenen Arten der Saurier viele und grosse Verschiedenheiten in ihrer Verzweigung darbieten, werden sie es vorzüglich sein, von denen diese Schrift handeln wird.

Die Abtheilung des arteriellen Systems, welche bei den Sauriern aus den beiden Aortenwurzeln und den von ihnen ausgesendeten Arterien besteht, zeigt in einer jeden von den drei Unterordnungen, in welche man die Ordnung dieser Thiere zu theilen pflegt, Formverhältnisse, die in ihrer Gesammtheit von denen der beiden anderen Unterordnungen erheblich abweichen. Es wird daher am zweckmässigsten sein, die Verschiedenheiten, die sie darbietet, in einer solchen Reihenfolge abzuhandeln, welche der Eintheilung der Saurier in (I) Ringelechsen, (II) Schuppenechsen und (III) Panzerechsen entspricht.

I. Ringelechsen (Sauri annulati).

§. 2. Nach den Wahrnehmungen, welche ich an Amphisbaena alba, Amph. fuliginosa, Amph. vermicularis und Lepidosternon microcephalum gemacht habe, liegt das Herz bei diesen Thieren etwas hinter dem ersten Viertel des Leibes, also weit nach hinten[1]).

Die beiden von ihm ausgesendeten Aortenwurzeln, die bei ihrem Aufsteigen nach dem Rücken die Luftröhre und die Speiseröhre von unten umfassen, sind an Dicke, Länge und Krümmung einander sehr ungleich. Die linke ist viel dicker, als die rechte, und geht nach ihrem Austritte aus dem Herzbeutel so in die Höhe, dass sie nur einen sehr schwachen nach vorn gekehrten Bogen bildet und mit der anderen schon nach kurzem Verlauf zu einer Vereinigung gelangt (Taf. I, Fig. 1, *d* und Fig. 2, *f*). Die rechte geht hingegen, wie bei einigen Schlangen[2]), viel weiter als die linke, und überhaupt eine ziemlich lange Strecke nach vorn, bildet zur Seite der Speiseröhre einen starken nach vorn gekehrten Bogen, gelangt unter der Rückenwand des Leibes in die Mittelebene desselben, und verläuft darauf noch eine mässig lange Strecke unter der Wirbelsäule nach hinten, um sich mit der linken Aortenwurzel vereinigen zu können (Taf. I, Fig. 1, *e* und Fig. 2, *g*). Die Verbindung beider zu dem Stamme der Aorta findet schon gegenüber dem vorderen Ende des Herzens Statt.

Die linke Aortenwurzel entsendet keine Äste; die rechte schickt dagegen mehrere Äste aus, obgleich sie bei ihrem Austritte aus dem Herzbeutel ungefähr um ein Drittel dünner, als jene ist, und weiterhin noch eine geringere Dicke hat.

[1]) Bei einer Amphisbaena fuliginosa, die 13 Zoll 3 Linien lang war, lag das Herz 3 Zoll 1 Linie, bei einer Amph. vermicularis von 23 Zoll 6 Linien Länge 4 Zoll 4 Linien von dem Vorderende des Kopfes entfernt.

[2]) Bei manchen anderen Schlangen geht die rechte Aortenworzel nur wenig weiter nach vorn, als die linke, so z. B. bei Python Tigris, Xenodon severus, Rhinobothrium macrorhinum.

A. Nachdem die rechte Aortenwurzel an das Herz zwei Kranzarterien abgegeben hat und aus dem Herzbeutel hervorgedrungen ist, sendet sie dicht vor diesem einen ziemlich dicken, aber nur sehr kurzen Arterienstamm aus[1]), der unter der Luftröhre gerade nach vorn geht und sich unter einem spitzen Winkel in zwei lange symmetrische Äste spaltet, die für gleichbedeutend mit den Carotidenstämmen (Carotides communes) der Säugethiere ausgegeben werden können (Taf. I, Fig. 1, *f*, *f*). Anfangs verlaufen sie divergirend unter der Luftröhre, dann aber kreuzen sie sich mit dieser und gehen zu beiden Seiten derselben dicht unter der Speiseröhre nach dem Kopfe hin. Auf ihrem Wege an der Speiseröhre sind sie von den Nervi vagi und Venæ jugulares, die dicht über ihnen liegen, begleitet. In geringer Entfernung von ihrem Ursprunge sendet eine jede gemeinschaftliche Carotis einen kleinen Zweig an die mässig grosse Thymusdrüse ab, die dicht vor dem Herzbeutel unter der Luftröhre ihre Lage hat, und etwas weiter nach vorne einen oder einige zarte Zweige an die Speiseröhre und Luftröhre. Viel weiter von ihrem Ursprunge, nämlich zwischen dem Kopfe und einem kleinen walzenförmigen, vor den Rippen liegenden und zwischen verschiedenen Muskeln eingeschlossenen Knochen (Taf. I, Fig. 3, *d*), der für eine Andeutung von einem Schulterblatte ausgegeben werden kann[2]), sendet dann jede gemeinschaftliche Carotis, und zwar sehr nahe vor dem angeführten Knochen, einen mässig dicken Ast nach vorne und oben hin, der sich in den seitlichen und oberen Halsmuskeln verbreitet und allem Anschein nach auch einen Zweig abgibt, der als ein Ramus spinalis zwischen zwei Halswirbeln in den Canal der Wirbelsäule übergeht. (Taf. I, Fig. 3, 2). Vor diesem Aste aber und nur in einer mässig grossen Entfernung von demselben entsendet jede gemeinschaftliche Carotis zwei starke Äste, die gewöhnlich einander gegenüber entspringen. Der eine von ihnen (Taf. I, Fig. 3, 3) läuft nach oben und vorn, dringt zwischen die seitlichen Muskeln des Halses ein, begibt sich zwischen denselben, nachdem er einige Zweige an sie abgegeben hat, zur Gelenkverbindung des Atlas mit dem Hinterhauptbeine und geht dann zwischen diesen Theilen des Skelets hindurch, um sich den Arterien der Schädelhöhle anschliessen zu können. Der andere Ast ist etwas dicker, als jener erstere (Taf. I, Fig. 3, 4), geht unter einem spitzen Winkel von seinem Stamme ab, läuft hinter dem Bogen des Nervus hypoglossus nach vorne und etwas nach unten zu dem Zungenbein hin, wobei er zwischen der Speiseröhre und einer mässig breiten länglichen Muskelschicht, die dem Musc. omohyoideus anderer Saurier entspricht[3]), hindurchgeht, gibt etliche zarte Zweige an diesen Muskel, den vorderen Theil der Speiseröhre, den gleichen Theil der Luftröhre und wahrscheinlich auch an den Kehlkopf ab. Hierauf geht er in einiger Entfernung von dem Zungenbeinkörper über dem nur kurzen Zungenbeinhorn seiner Seite weiter nach vorne und verbreitet sich zuletzt theils in dem Musculus apertor oris (dem Äquivalent des M. digastricus höherer Thiere) und den verschiedenen Muskeln, welche zwischen dem Zungenbeine und dem Kinnwinkel ihre Lage haben, theils auch wahrscheinlich in der Haut der Zunge.

---

[1]) Bei dem 13 Zoll 3 Linien langen Exemplar von Amphisbaena fuliginosa hatte dieser Arterienstamm nur eine Länge von 2 Linien.

[2]) Dieses Knochenpaar bildet zwei schwache Bogen, die vor den vordersten Rippen liegen, eine etwas schräge Richtung von oben nach unten und hinten haben und verschiedenen Muskeln, namentlich auch zweien Zungenmuskeln zur Anheftung dienen. An ihren unteren Enden, die ziemlich weit von einander abstehen, sind sie durch eine nur dünne, aber recht feste Schicht fibrösen Gewebes, die in der Mitte viel breiter, als an den Enden ist, mit einander verbunden. Ausführlich habe ich diese Knochen beschrieben in einem Programm über den Bau und die Entwickelung des Brustbeins der Saurier (Königsberg 1853), Seite 1 und 2.

[3]) Es geht dieser Muskel von dem oben angeführten Knochen ab, der ein Schulterblatt vorstellt, und läuft in einer ziemlich schrägen Richtung von hinten nach vorne und unten zu dem Zungenbein hin.

Nachdem die gemeinschaftliche Carotis die beschriebenen Äste abgegeben hat, biegt sie sich ein wenig nach oben auf (Taf. I, Fig. 3, 5) und kommt dicht unter der Säule des Gehörknöchelchens zu liegen, welche Säule, beiläufig bemerkt, eine länglich-dreieckige Platte darstellt und bei dem Mangel einer Trommelhöhle von aussen und unten durch Muskeln ganz verdeckt ist. Dicht vor diesem Knöchelchen aber theilt sie sich unter einem etwas spitzen Winkel in zwei an Dicke ungleiche Äste. Der eine davon geht nach vorne und innen, dringt nach einem sehr kurzen Verlaufe in den breiten und dicken Körper des Keilbeins, jedoch nicht von unten her, sondern seitwärts von aussen, läuft durch einen ziemlich langen in dem Keilbeinkörper befindlichen und schräg nach vorne und innen gerichteten Canalis caroticus hindurch, und gelangt endlich an dem hinteren Theil der Sattelgrube in die Schädelhöhle. Der andere Ast, der wenigstens zweimal dicker, als der erstere ist und als eine gerade Fortsetzung der gemeinschaftlichen Carotis erscheint, geht alsbald nach seinem Ursprunge, indem er etwas schräg nach vorne aufsteigt, zwischen der Hirnschale und dem oberen Theile des Quadratbeins hindurch und gelangt vor diesem Knochen in die langgestreckte Schläfenhöhle. Sehr nahe seinem Ursprunge und ehe er an dem Quadratbein vorübergeht, sendet er, wie ich bei zwei Exemplaren von Amphisbaena fuliginosa gesehen habe, einen ziemlich starken Zweig nach hinten und oben zu den Nackenmuskeln hin. Diesem Zweige aber beinahe gegenüber sendet er einen viel dünneren Zweig nach vorne aus, der sich in demjenigen Theil der Mundschleimhaut verbreitet, welcher die untere Fläche des Keilbeinkörpers und des Flügelbeins bekleidet. Im Übrigen habe ich die Verzweigungen der Kopfarterien nicht verfolgen können, weil bei keiner von mir untersuchten Ringelechse die Injectionsmasse dazu weit genug in diese Arterien eingedrungen war.

B. An der Stelle, an welcher die rechte Wurzel der Aorta zu der Wirbelsäule hingelangt, sendet sie dicht neben einander zwei lange symmetrische Äste aus, die dünner, als die gemeinschaftlichen Carotiden sind, anfänglich etwas auseinanderfahren, dann aber einander parallel geraden Weges nach vorn gehen (Taf. I, Fig. 2, *h*, *h*). In ihrem Verlaufe liegen sie neben den Körpern derjenigen Wirbelbeine, welche dem vordersten und zum kleineren Theile einen Hals darstellenden Viertel des Leibes angehören, sind durch zwei starke und wulstartige paarige Muskeln, die den Mm. longi colli der Säugethiere entsprechen, von unten her verdeckt und befinden sich zum grössten Theile ihrer Länge zwischen diesen und den kurzen, schräg nach aussen und hinten gerichteten Muskeln, welche von den erwähnten Wirbelbeinen zu den damit verbundenen Rippen gehen, eingeschlossen. Auf ihrem Wege geben sie nach aussen eine Menge von quergehenden und jederseits in einer Reihe aufeinanderfolgenden Zweigen ab, die alle angeführten Muskeln mit Blut versorgen, auch Seitenzweige nach oben zu den Nackenmuskeln aussenden und sich überhaupt in ihrem Verlaufe und ihrer Ausbreitung grade so, wie die von dem Aortenstamme ausgesendeten Arteriae intercostales verhalten. Bis zu dem Kopf gelangen diese Aortenäste, die ich mit dem Namen der Aa. vertebrales belegen will, nicht hin, sondern enden sehr verdünnt in geringer Entfernung von demselben.

C. Hinter den so eben beschriebenen beiden Ästen sendet die rechte Wurzel der Aorta, die nunmehr kaum eine halb so grosse Dicke als vor der Abgabe derselben hat, noch zwei bis drei Paar dünne Arteriae intercostales aus.

II. Schuppenechsen (Sauri squamati).

§. 3. Aus der Gruppe dieser Reptilien habe ich auf die vorderste Abtheilung ihres arteriellen Systems 39 Arten untersucht, namentlich: Acontias Meleagris, Ophisaurus ventralis, Anguis fragilis, Pseudopus Pallasii, Chamaesaura anguina, Euprepis Merremii, Zonurus cordylus, Cyclodus nigro-luteus, Gongylus ocellatus, Platydactylus guttatus, Plat. ægyptius, Polychrus marmoratus, Anolis carolinensis, Basiliscus mitratus, Iguana tuberculata, Draco viridis, Istiurus amboinensis, Lyriocephalus margaritaceus, Lophyrus giganteus, Calotes pictus, Phrynosoma Harlanii, Moloch horridus, Agama colonorum, Ag. mutabilis, Grammatophora barbata, Phrynocephalus caudivolvulus, Uromastix spinipes, Lacerta ocellata, Lac. agilis, Ameiva vulgaris, Tejus Teguixin, Chamaeleo vulgaris, Ch. pumilus, Ch. verrucosus, Ch. tigris, Ch. planiceps, Varanus ornatus, Var. bivittatus und Var. niloticus.

1. Lage des Herzens.

§. 4. Das Herz befindet sich bei den meisten Schuppenechsen sehr nahe dem Halse und hat bei denjenigen, welche ein ausgebildeteres Brustbein besitzen, dessen grössere Abtheilung entweder eine ungefähr rautenförmige oder eine fünfeckige Platte darstellt, seine Lage in der Regel auf der vorderen grösseren Hälfte dieser Platte. Bei manchen, wie z. B. bei Draco viridis, Moloch horridus und Chamaesaura anguina, grenzt es sogar dicht an die Kehle an und liegt theils auf der erwähnten Platte des Brustbeins, theils auch vor derselben auf der kleineren Abtheilung des Brustbeins, die mit dem Namen des Episternalknochens belegt worden ist und bei manchen Schuppenechsen die Form eines Kreuzes hat. Dagegen liegt es bei den Varaniden in der Rumpfhöhle ungewöhnlich weit nach hinten, namentlich bei Varanus ornatus, Var. niloticus und Var. bivittatus dicht hinter den sehr kurzen Hörnern, in welche bei diesen Sauriern die schildförmige Platte des Brustbeins nach hinten ausgeht, und befindet sich über dem Zwischenraume zwischen den knorpeligen unteren Segmenten der beiden letzten wahren Rippen, die an die Enden der erwähnten Brustbeinhörner angeheftet sind. Nach einer Messung, die ich an einem Exemplar von Varanus ornatus anstellte, verhielt sich bei ihm die Entfernung des Herzens von dem vorderen Ende der Rumpfhöhle zu der ganzen Länge dieser Höhle wie 0·203 : 1, statt dass sich das Verhältniss von jener zu dieser bei einem ungefähr eben so grossen Exemplar von Tejus Teguixin = 0·037 : 1 herausstellte.

Wie bei den Varaniden hat zwar auch bei Anguis fragilis, Pseudopus Pallasii und Ophisaurus ventralis das Herz seine Lage völlig und dicht hinter dem Brustbein, nicht jedoch, weil es sich bei ihnen ebenfalls, wie bei jenen, wider die Regel ungewöhnlich weit nach hinten befände, denn bei ihnen liegt es ähnlichermassen, wie bei den meisten Schuppenechsen, in der Nähe des Halses, sondern weil ihr Brustbein, an dem übrigens keine Spur von Hörnern vorkommt, im Verhältniss zu der Länge des Rumpfes ungemein kurz ist. Weiter nach hinten hat das Herz bei einer anderen schlangenförmigen Schuppenechse, bei Acontias Meleagris, seine Lage und befindet sich bei ihr sogar in einer ziemlich grossen Entfernung von dem freilich nur höchst winzigen Brustbein, das, beiläufig bemerkt, nur aus zwei neben einander liegenden elliptischen Knochentäfelchen besteht, deren jedes bei Exemplaren von 9½ bis 10 Zoll Länge kaum ein Viertel von einer Pariser Linie zum grössten Durchmesser hat. Doch ist es gleichfalls bei Acontias lange nicht so weit nach hinten gelagert, wie bei den Varaniden. In welchem Grade nun aber bei diesen verschiedenen schlangenförmigen Schuppenechsen das Herz vom

Halse entfernt liegt, wird man aus dem Ergebniss von Messungen ersehen können, die ich an ihnen angestellt habe, und nach denen sich die Entfernung des Herzens von dem vorderen Ende der Rumpfhöhle zu der ganzen Länge dieser Höhle

bei Pseudopus Pallasii = 0·032 : 1
bei Anguis fragilis = 0·036 : 1
bei Ophisaurus ventralis = 0·050 : 1
bei Acontias meleagris = 0·081 : 1 verhielt[1]).

2. Lage, Verlauf, Verbindung und Weite der Aortenwurzeln.

§. 5. Die beiden Aortenwurzeln bilden bei den Schuppenechsen, indem sie von dem Herzen nach dem Rücken aufsteigen, um sich unter diesem zu vereinigen, neben der von ihnen unten und seitwärts umfassten Speiseröhre zwei mit ihrer Wölbung nach vorn gekehrte Bogen, die eine ziemlich gleiche Länge und Krümmung haben (Taf. I, Fig. 4, 1, 1), also zu einander in einem anderen Verhältniss stehen, als bei den Ringelechsen, bei denen, wie vorhin gezeigt worden, die rechte Aortenwurzel eine viel grössere Länge und stärkere Krümmung, als die linke hat. Fast immer steigen sie vor den Lungen und den Luftröhrenästen in einiger Entfernung von denselben auf, was seinen Grund darin hat, dass bei fast allen Schuppenechsen das Herz in der Rumpfhöhle weit nach vorn liegt, die Äste der Luftröhre, wenn sie nicht sogar fehlen, was im Allgemeinen bei den Geckotiden und den schlangenförmigen Schuppenechsen der Fall ist, nur sehr kurz sind, und die Lungen über das Ende der Äste oder des Stammes der Luftröhre nach vorn entweder nur sehr wenig oder gar nicht ausgewölbt sind. Bei den Varaniden aber, bei denen das Herz weit nach hinten liegt, die Luftröhrenäste beträchtlich lang sind und die Lungen über die Enden der Luftröhrenäste nach vorn weit vorspringen, schlagen sich die Aortenwurzeln in einem starken Bogen um die Luftröhrenäste herum und gehen zwischen ihnen und den vorspringenden vorderen Theilen der Lungen hindurch, um sich unter dem Rücken vereinigen zu können.

Die am meisten nach vorn liegenden Theile der beiden Bogen, die von den Aortenwurzeln gebildet werden, befinden sich bei einigen Schuppenechsen sehr nahe dem Halse oder auch in dem Eingange der Rumpfhöhle selbst; bei anderen, wie z. B. bei Lacerta agilis, Lac. ocellata, Chamaesaura anguina, Agama colonorum, Ag. mutabilis, Phrynocephalus caudivolvulus, Draco viridis, Lyriocephalus margaritaceus und Lophyrus giganteus, bei denen diese Bogen über die Schlüsselbeine und Schulterblätter etwas hinausgehen, vor dem Eingange der Rumpfhöhle (Taf. II, Fig. 4), und bei noch anderen, jedoch nur bei sehr wenigen, namentlich bei Acontias Meleagris und den Varaniden, gegentheils ziemlich weit hinter ihm. Nach hinten gehen sie zu dem Stamme der Aorta meistens unter dem fünften Rumpfwirbel, selten eine kurze Strecke vor oder hinter demselben zusammen. Ihren Vereinigungswinkel fand ich nämlich bei Agama colonorum und Draco viridis auf der Grenze des dritten und vierten Rumpfwirbels, bei Chamaesaura anguina, Lophyrus giganteus und Lyriocephalus magaritaceus unter dem hinteren Theil des vierten, bei Lacerta agilis,

---

[1]) Das vordere Ende der Rumpfhöhle habe ich bei den drei ersteren von den oben genannten Sauriern an der Stelle angenommen, an welcher sich bei ihnen die unteren, nach vorn gerichteten und von dem Brustbein abgewendeten Enden der Schlüsselbeine befinden, bei Acontias aber, bei dem weder Schlüsselbeine noch Hackenschlüsselbeine vorkommen, die Gegend zwischen den etwas weiter nach vorne, als das Brustbein, gelegenen unteren Enden von zwei langgestreckten, schmalen, platten und nur kleinen Knochenstücken, die eine ähnliche Lage und Richtung haben, wie die früher erwähnten walzenförmigen Knochen der Amphisbaenen, zur Insertion der Mm. omohyoidei und noch anderer Muskeln dienen und als Schulterblätter zu deuten sind.

Ameiva vulgaris, Polychrus marmoratus, Agama mutabilis, Calotes pictus, Grammatophora barbata, Phrynosoma Harlanii, Zonurus cordylus, Euprepis Merremii, Platydactylus aegyptius und verschiedenen Arten von Chamaeleo unter dem fünften Rumpfwirbel, bei Anguis fragilis und Lacerta ocellata unter der Gelenkverbindung dieses Wirbels mit dem nächstfolgenden, bei Pseudopus Pallasii, Cyclodus nigroluteus, Ameiva vulgaris und Anolis carolinensis unter dem sechsten, bei Iguana tuberculata, Basiliscus mitratus, Platydactylus guttatus und Gongylus ocellatus auf der Grenze des sechsten und siebenten Rumpfwirbels. Mitunter aber, wenngleich nur selten, verbinden sich bei den Schuppenechsen die Aortenwurzeln unter einem weiter nach hinten gelegenen Wirbel, so namentlich bei Istiurus amboinensis und Tejus Teguixin unter dem achten, bei Ophisaurus ventralis unter dem neunten, bei Varanus ornatus, Var. niloticus und Var. bivittatus unter dem zehnten, und bei Acontias Meleagris sogar unter dem vierzehnten Wirbel des Rumpfes[1]). Demnach befindet sich bei den Schuppenechsen in der Regel auch die Verbindung der Wurzeln zu dem Stamme der Aorta innerhalb der Rumpfhöhle verhältnissmässig weit oder doch ziemlich weit nach vorn, da bei denjenigen Schuppenechsen, welche vier Beine besitzen, die Zahl der Rumpfwirbel, je nach den Arten derselben, ungefähr 19 (Draco viridis) bis 40 (Gongylus ocellatus) beträgt und bei den fusslosen schlangenförmigen die Zahl dieser Wirbelbeine sogar von 53 (Pseudopus Pallasii) bis 75 (Acontias Meleagris) aufsteigt. Die bedeutendste Ausnahme von dieser Regel aber zeigen die Varaniden, da namentlich bei Varanus ornatus, Var. niloticus und Var. bivittatus die Wurzeln der Aorta zu dem Stamme derselben erst unter dem zehnten Rumpfwirbel zusammengehen und bei ihnen die ganze Zahl dieser Wirbel nur 25 beträgt, bei ihnen also, hienach zu urtheilen, die Vereinigung der Wurzeln zu dem Stamme der Aorta erst ziemlich weit nach hinten in der Rumpfhöhle erfolgen kann. Angestellte Messungen ergaben denn auch, dass sich bei Var. ornatus die Enfernung des Vereinigungswinkels seiner Aortenwurzeln von dem vorderen Ende der Rumpfhöhle zu der ganzen Länge dieser Höhle = 0·41 : 1 verhielt, jener Winkel also nicht gar fern von der Mitte der Rumpfhöhle lag.

Die Länge der Aortenwurzeln richtet sich hauptsächlich danach, wie weit nach hinten sich ihre Verbindung zu dem Stamme der Aorta befindet und wie weit die von ihnen gebildeten Bogen nach vorn reichen. In Hinsicht auf die verschiedenen Arten der Schuppenechsen will ich darüber nur anführen, dass ich sie im Verhältniss zu der Länge der Rumpfhöhle bei Pseudopus Pallasii, Chamaesaura anguina und Agama colonorum am kürzesten, hingegen bei den Varanen am längsten gefunden habe.

Auf dem Wege, welchen die Aortenwurzeln, nachdem sie von dem Herzen zu der Rückenwand der Rumpfhöhle gelangt sind, zwischen dieser Wandung und der Speiseröhre zurücklegen, verlaufen sie in der Regel grösstentheils dicht unter zwei Muskeln, die theils den Mm. longi colli, theils auch den Mm. recti capitis antici majores der Säugethiere entsprechen und mit ihrem zugespitzten hinteren Ende gewöhnlich an den fünften Wirbel des Rumpfes befestigt sind, selten weiter nach vorn, wie z. B. bei Chamaesaura anguina, Anolis carolinensis, Lophyrus giganteus, Lyriocephalus margaritaceus an den vierten, oder gegentheils weiter nach hinten, wie namentlich bei Agama colonorum, Ag. mutabilis und Tejus Teguixin an den

---

[1]) Die Angaben, die ich in dem Obigen gemacht habe, werden wohl nicht für alle Exemplare je einer von den genannten Arten der Schuppenechsen Giltigkeit haben; denn nach Wahrnehmungen an Lacerta agilis vereinigen sich bei dieser Eidechse die Aortenwurzeln meistens unter dem fünften Rumpfwirbel, bisweilen aber erst unter dem vorderen Theil des nächstfolgenden. Jedoch werden die Schwankungen in Betreff der Stelle, an welcher bei verschiedenen Exemplaren einer und derselben Art von Schuppenechsen die Aortenwurzeln zusammengehen, wahrscheinlich nur gering sein.

sechsten, oder wie bei Ophisaurus ventralis an den siebenten oder sogar, wie bei Acontias Meleagris, an den dreizehnten Wirbel des Rumpfes[1]). Bei den Varaniden aber, bei denen die Aortenwurzeln weit nach hinten gerückt sind, liegen sie gänzlich hinter den angeführten Muskeln und gehen durch einen besonderen sie unterstützenden Strang hindurch, der aus sehr langen und neben einander verlaufenden Bündeln von glatten longitudinellen Muskelfasern zusammengesetzt ist[2]). Es beginnt dieser Strang, von dem ich nichts Ähnliches bei anderen Sauriern bemerkt habe, dünn und zugespitzt zwischen den Mm. longi colli bei Varanus bivittatus unter dem Körper des dritten, bei Var. ornatus und Var. niloticus unter dem Körper des vierten Rumpfwirbels, geht dann dicht unter der Wirbelsäule, indem er immer dicker wird, nach hinten ein wenig über die Mitte der Rumpfhöhle hinaus, verlässt nunmehr die Rückenwand des Leibes, dringt in das Gekröse ein und theilt sich zwischen den beiden Blättern desselben, nachdem er eine etwas grössere Dicke, als der Stamm der Aorta an seinem Anfange besitzt, erlangt hat, in zwei oder drei Äste, die stark auseinanderfahren und sich in ihrem Verlauf nach dem Dünndarm und Dickdarm, auf die sie übergehen, allmählich immer mehr verzweigen (Taf. III, Fig. 4, *a*, *a* und Fig. 5, *k*, *k*). An den dritten oder vierten und die zwei nächstfolgenden Rückenwirbel ist dieser Strang sehr fest, an einige andere auf sie folgende Wirbel nur locker oder doch viel weniger fest angeheftet. Wo er nun aber mit der Wirbelsäule nur locker verbunden ist, dringen durch ihn sehr schräg von vorne und unten nach hinten und oben die Aortenwurzeln hindurch, und zwar die rechte ungefähr in der Mitte, die linke erst ganz an dem Ende ihres absteigenden Theiles, worauf sich beide zwischen ihm und der Wirbelsäule zu dem Stamm der Aorta vereinigen (Taf. III, Fig. 4).

§. 6. In Hinsicht der Länge und Krümmung sind bei den Schuppenechsen die beiden Wurzeln der Aorta, wie schon bemerkt worden, einander ziemlich gleich. Ihr Verlauf aber ist etwas verschieden, indem sich der absteigende Theil der rechten Wurzel früher und stärker der Mittelebene des Körpers nähert, als der ihm entsprechende Theil der linken, und zuletzt ein wenig über sie hinübergeht. Dadurch kommt übrigens der Winkel, unter dem sich beide Wurzeln zu dem Stamm der Aorta vereinigen, links neben der Mittelebene des Körpers zu liegen, welche Lage dann auch der Stamm bis gegen das Ende der Rumpfhöhle beibehält. An Dicke sind insbesondere die absteigenden Theile der beiden Aortenwurzeln häufig einander gleich. Mitunter aber ist die rechte Wurzel nach ihrer Umbiegung etwas dünner, als die linke, wie namentlich bei Tejus Teguixin, Basiliscus mitratus, Agama colonorum, Ag. mutabilis, Phrynocephalus caudivolvulus, Calotes pictus, Polychrus marmoratus, Euprepis Merremii, Chamaeleo verrucosus und Chamaeleo vulgaris, oder, wenngleich freilich nur höchst selten, so namentlich bei Acontias Meleagris, beinahe nur halb so dick, als die linke. Dagegen ist sie nach ihrer Umbiegung etwas dicker, als die linke, bei Ophisaurus ventralis, Anguis fragilis, Pseudopus Pallasii, Iguana tuberculata, Varanus bivittatus, Var. ornatus und Var. niloticus.

3. Äste der linken Aortenwurzel.

§. 7. Die linke Aortenwurzel sendet bei einigen Schuppenechsen gar keinen, bei anderen aber für die Speiseröhre einen mässig starken Ast oder einige wenige dünnere Äste aus. Nur

---

1) Vorn sind die angeführten beiden Muskeln theils, wie die Mm. longi colli des Menschen, an den Atlas, theils mit zwei mässig weit aus einander liegenden Spitzen, mit denen sie sich endigen, wie die Mm. recti capitis antici majores des Menschen an das Basilarstück des Hinterhauptbeines befestigt. Die Fasern eines jeden aber sind so dicht zusammengedrängt, dass sie nicht eine Scheidung in zwei besondere Muskeln annehmen lassen.

2) Corti hat in seiner Abhandlung „De systemate vasorum Psammosauri grisei“ (Vindobonæ 1847) eines solchen Muskelstranges nicht Erwähnung gethan; wahrscheinlich aber fehlt er auch bei diesem Varaniden nicht.

einen für die Speiseröhre bestimmten Ast sah ich von ihr abgehen bei Ophisaurus ventralis, Polychrus marmoratus, Istiurus amboinensis, Basiliscus mitratus, Draco viridis, Agama mutabilis, Moloch horridus und Euprepis Merremii, zwei bei Pseudopus Pallasii, Platydactylus ægyptius und Plat. guttatus, drei in einer Reihe hinter einander bei Lophyrus giganteus, Phrynocephalus caudivolvulus, Gongylus ocellatus und Grammatophora barbata, vier in einer Reihe hinter einander bei Agama colonorum. Die Zahl dieser Äste wechselt jedoch bei manchen Arten der Schuppenechsen nach den Exemplaren derselben. So fand ich bei einem Exemplar von Anguis fragilis, von Chamaeleo vulgaris und von Phrynosoma Harlanii nur einen solchen Ast, bei einem zweiten Exemplar von Anguis fragilis zwei, von Chamaeleo vulgaris und Phrynosoma Harlanii drei, und bei einem dritten Exemplar der zuletzt genannten Thierart vier Äste. Auch zeigen diese Äste individuelle Verschiedenheiten in Hinsicht ihres Ursprunges aus der linken Aortenwurzel, indem sie in der Regel von ihr erst hinter einer Anastomose ausgesendet werden, durch die mit der bezeichneten Aortenwurzel die linke gemeinschaftliche Carotis in Verbindung gesetzt ist (§. 11), ausnahmsweise aber ein solcher Ast bisweilen kurz vor dieser Anastomose entspringt. Einen Fall der Art fand ich bei einer Anguis fragilis und einem Phrynosoma Harlanii, bei denen jedoch die linke Aortenwurzel auch weiter nach hinten einen Ast für die Speiseröhre abgegeben hatte.

Zu dem Magen, dem Darm, der Leber, der Milz und der Bauchspeicheldrüse wird bei den Schuppenechsen das ihnen nöthige Blut in der Regel eben so, wie bei den Schlangen, nur allein durch Äste des Aortenstammes hingeleitet, deren Zahl jedoch bei den verschiedenen Arten der Schuppenechsen verschieden ist. Von dieser Regel aber kommt eine bedeutende und merkwürdige Ausnahme nach einer Entdeckung von Corti bei Psammosaurus griseus, und nach den Wahrnehmungen, welche ich an drei Arten der Gattung Varanus gemacht habe, auch bei ihnen, also wohl überhaupt bei allen Varaniden vor. Dieselbe besteht darin, dass zwar dem Magen, der Leber, der Milz und der Bauchspeicheldrüse das Blut durch einen der Art. coeliaca höherer Thiere entsprechenden Ast des Aortenstammes zugeführt wird, welcher Ast bei den verschiedenen Arten der Varaniden verschiedentlich weit entfernt von der Verbindung der Aortenwurzeln entspringt (Taf. III, Fig. 4, 13 und Fig. 5, *i*), der Darm jedoch durch einen Arterienast mit Blut versorgt wird, der aus der linken Aortenwurzel, also schon vor jenem aus der Aorta entspringt. Diese Darmarterie geht von der linken Aortenwurzel kurz vor der Stelle ab, wo sich dieselbe mit der anderen zu dem Stamm der Aorta vereinigt, besitzt eine ziemlich beträchtliche Dicke, verläuft nach hinten und unten, und spaltet sich in einiger Entfernung von ihrem Ursprunge unter einem sehr spitzen Winkel in zwei Äste, die sich in dem Gekröse des Dünn- und Dickdarmes, durch das sie hindurchgehen, weiter verzweigen und sich endlich einestheils am ganzen Dünndarm, anderentheils am Dickdarm bis über dessen Mitte hinaus verbreiten. Bei allen Exemplaren der Gattung Varanus, welche ich untersuchte (sechs an der Zahl), ging sie von der linken Aortenwurzel da ab, wo diese durch den früher beschriebenen Muskelstrang (§. 5) hindurchlief. Von ihrem Ursprunge aber bis dahin, wo ihre Zweige den Darm erreichten, war sie von jenem ebenfalls verzweigten Muskelstrange völlig und in der Art eingeschlossen, dass er um sie und alle ihre einzelnen Zweige ähnliche, jedoch verhältnissmässig dickere Scheiden bildete, wie bei den Säugethieren die fibröse Haut der Milz innerhalb dieses Organs um die Verzweigungen der Arterie desselben (Taf. III, Fig. 5, *k*). Ich glaube daher annehmen zu können, dass der erwähnte Muskelstrang, der wahrscheinlich auch bei Psammosaurus griseus vorkommt, abgesehen von dessen

vorderstem Theile, durch den die Aortenwurzeln hindurchgehen, hauptsächlich zur Unterstützung und Sicherung der bei den Varaniden verhältnissmässig sehr langen Darmarterie dient. Ausser den Ästen für den Darm sendet die Darmarterie, und zwar an ihrem Anfange, bei Psammosaurus griseus, Varanus niloticus und Var. ornatus noch einen ziemlich starken Ast nach unten und vorne ab, der durch das vom Bauchfell gebildete Haltungsband des Magens und des hinteren Theiles der Speiseröhre hindurchgeht, ohne jedoch von Fasern des mehrmals erwähnten Muskelstranges eingescheidet zu sein (Taf. III, Fig. 5, *h*). Bei Varanus bivittatus aber sah ich ihn dicht hinter dem Ursprunge der langen Darmarterie von der linken Aortenwurzel ausgesendet (Taf. III, Fig. 4, 12). Bei dem Psammosaurus soll er nach einer von Corti gemachten Angabe zu dem hinteren Theil der Speiseröhre gehen, an dieser dann nach vorn laufen und sich nur allein an ihr verzweigen. Bei allen Varanen aber, welche ich untersuchte, ging er zu dem vorderen Drittel des Magens, verbreitete sich auf diesem Theil des Magens und sendete nur einen mässig langen Zweig nach vorn zu der Speiseröhre hin, der sich dann auf dem hinteren Theil derselben verbreitete.

4. Äste der rechten Aortenwurzel.

§. 8. Die rechte Aortenwurzel (Taf. I, Fig. 4 und 5, 1, Taf. II, Fig. 1, 2, 3, 9 und 10, *c*) sendet gleich nach ihrem Ursprunge zwei Arteriae coronariae cordis aus, weiterhin aber alle diejenigen Arterien, welche den Kopf, den Hals und die Vorderbeine mit Blut versorgen, wie auch bei dem Vorhandensein eines ausgebildeteren Brustbeines diejenigen Arterien, welche der vorderen Hälfte der unteren Rumpfwandung Blut zuführen. Desgleichen sendet sie häufig einen Ast oder einige Äste für die hintere Hälfte der Speiseröhre aus, so wie nicht selten ausserdem noch als besondere Äste einige wenige Aa. intercostales.

Die Arterien, welche bei den Schuppenechsen dem Halse und Kopfe das ihnen nöthige Blut zuführen, bilden immer zwei paarige Äste, die sich mit den gemeinschaftlichen Carotiden (Carotides communes) vieler anderen Wirbelthiere vergleichen lassen. Mit ihnen sind jedoch, nach den bisherigen Erfahrungen zu schliessen, wohl niemals bei den Schuppenechsen die Arterien, welche die Vorderbeine mit Blut versorgen und zwei Aa. subclaviae darstellen, zu zwei besonderen Stämmen oder Aa. anonymae vereinigt. Vielmehr entspringen bei denselben die Aa. subclaviae geschieden von den Carotiden und viel weiter nach hinten, als jene. Für sich allein betrachtet zeigen aber sowohl jene, als diese, bei verschiedenen Arten der Schuppenechsen in so fern ein verschiedenes Verhalten, als sie bei einigen neben einander, bei anderen hingegen mittelst eines mehr oder weniger langen gemeinschaftlichen Stammes aus der bezeichneten Aortenwurzel hervorgehen.

A. CAROTIDEN.

§. 9. Die beiden paarigen Arterien der Schuppenechsen, welche den Carotidenstämmen oder gemeinschaftlichen Carotiden der Säugethiere und noch mancher andern Wirbelthiere entsprechen, werden von der rechten Aortenwurzel entweder kurz vorher, ehe sie aus dem Herzbeutel hervordringt, oder gleich nachdem sie aus demselben hervorgedrungen ist, entsendet. Auch ist ihr Ursprung, wie bereits erwähnt worden, in so fern verschieden, als sie entweder dicht neben einander oder mittelst eines besonderen Stammes von der rechten Aortenwurzel abgehen. Bei einigen Schuppenechsen ist dieser Stamm, der mit dem Namen

der Carotis primaria bezeichnet werden könnte, so überaus kurz, dass er leicht übersehen werden kann, wie z. B. bei Tejus Teguixin, Lophyrus giganteus, Platydactylus guttatus, Lacerta agilis, Lac. ocellata, Chamaesaura anguina, Pseudopus Pallasii (Taf. I, Fig. 4), Ophisaurus ventralis und Acontias Meleagris. Etwas länger ist er bei Anguis fragilis ($^3/_4$‴ bei einem fast 12″ langen Exemplar), am längsten aber bei den Varaniden, namentlich bei Varanus ornatus, Var. niloticus und Var. bivittatus ziemlich genau so lang, wie die rautenförmige Platte des Brustbeines, über deren vorderem Rande (und unter dem Theilungswinkel der Luftröhre) er sich in die beiden Carotides communes spaltet.

§. 40. Abgesehen davon, ob die gemeinschaftlichen Carotiden bei den Schuppenechsen neben einander oder vereint mit einander aus der rechten Aortenwurzel hervorgehen, zeigen sie in der Gruppe dieser Thiere nach den bis jetzt gemachten Erfahrungen drei typische Verschiedenheiten. Die eine davon kommt vor bei den Varaniden, die zweite bei den Chamäleoniden, die dritte bei den übrigen Schuppenechsen. Es wird daher zweckmässig sein, von den angeführten Gefässstämmen und ihren Verzweigungen nach diesen Verschiedenheiten gesonderte Beschreibungen zu geben.

AA. CAROTIDEN DER MEISTEN SCHUPPENECHSEN.

§. 11. Von der Stelle aus, an welcher diese Arterien von der rechten Aortenwurzel, sei es neben einander oder mittelst eines kurzen Stämmchens abgehen, fahren sie stark aus einander und vertheilen sich auf die beiden Seitenhälften des Körpers in der Art, dass sie die Luftröhre und die gewöhnlich sehr weite Speiseröhre von unten umfassen (Taf. I, Fig. 4, 2, 2). An der letzteren steigen sie mit einer Krümmung, die einige Ähnlichkeit mit einem grossen römischen S hat, und in einer mehr oder weniger schrägen Richtung nach vorne auf (Taf. I, Fig. 5, 2, Taf. II, Fig. 1 und 2, *e*, Fig. 3, *d*, Fig. 4, *c*). Bei den verschiedenen Arten von Schuppenechsen aber steigen sie verschiedentlich hoch hinauf, bei Acontias Meleagris nur sehr wenig, bei anderen Schuppenechsen etwas über die halbe Höhe der Seitenwandungen der Speiseröhre hinaus (Taf. I, Fig. 4, 2), und bei noch anderen bis zu der oberen Wandung der Speiseröhre, wie z. B. bei Euprepis Merremii, Gongylus ocellatus, Chamaesaura anguina, Lophyrus giganteus, Agama mutabilis, Grammatophora barbata, Platydactylus guttatus. Dann aber theilt sich eine jede von diesen Arterien in zwei einander abgekehrte Äste, von denen der eine nach vorn zu dem Hinterkopfe geht und sich in dem Kopfe verzweigt (Taf. I, Fig. 5, 5, Taf. II, Fig. 1, 2 und 3, *g*, Fig. 4, *e*, und Fig. 8, *d*), der andere sich mit einer schwachen Krümmung nach hinten wendet und in den absteigenden Theil der Aortenwurzel seiner Seite übergeht (Taf. I, Fig. 5, 3, Taf. II, Fig. 1, *h*, Fig. 2, *c*, und Fig. 8, *f*). Der letztere Ast stellt also zwischen seinem Stamme und der entsprechenden Aortenwurzel eine Anastomose dar, durch die ein Theil der Blutmasse, welche in den Stamm gelangt ist, in den absteigenden Theil der hinter ihm liegenden Aortenwurzel übergehen muss.

Derjenige Abschnitt einer jeden Carotis, welcher von dem Ursprunge derselben bis zu der erwähnten Anastomose reicht, bildet zusammen mit dieser einen unregelmässig geformten Bogen, dessen eine aus der Anastomose bestehende Hälfte als sein absteigender, dessen andere Hälfte aber, die jedenfalls viel länger und stärker gekrümmt ist, als sein aufsteigender Schenkel betrachtet werden kann. Vorläufig will ich diese Bogen, um mich in verschiedenen Angaben über das Verhalten ihrer beiden Hälften kurz fassen zu können, die Carotidenbogen

nennen. Über die morphologische Bedeutung ihrer beiden Hälften werde ich mich erst weiterhin (§. 45 und 46) äussern.

§. 12. Die beiden Carotidenbogen haben in jedem einzelnen Falle eine ziemlich gleiche Lage, Form und Grösse. Gewöhnlich sind sie nur flach oder im Ganzen nur so schwach gekrümmt, dass ihre längeren aufsteigenden Schenkel weit mehr nach aussen und oben, als nach vorn gehen. Selten erscheinen sie gegentheils im Ganzen so stark gekrümmt, dass sie eine ähnliche Form, wie mässig lange Darmschlingen, und ihre aufsteigenden Schenkel eine sehr schräge Richtung nach vorne haben. Dies ist der Fall bei Acontias Meleagris, Ophisaurus ventralis, Anguis fragilis, Cyclodus nigroluteus, Calotes pictus, Lyriocephalus margaritaceus und Draco viridis.

Da bei denjenigen Schuppenechsen, welche Carotidenbogen besitzen, das Herz mit höchst seltenen Ausnahmen (Acontias) in der Rumpfhöhle sehr weit nach vorn liegt, so gehen bei ihnen diese Bogen, wenn sie nur eine mässig starke Krümmung haben, häufig über die Schlüsselbeine und Schulterblätter nach vorn hinaus und ragen ein wenig oder auch mässig weit in den Hals hinein, wie z. B. bei Agama colonorum, Grammatophora barbata, Gongylus ocellatus, Moloch horridus, Lacerta ocellata, Lac. agilis (Taf. II, Fig. 4) und Tejus Teguixin. Wenn sie aber eine grössere Länge und stärkere Krümmung haben, reichen sie von der Rumpfhöhle aus beinahe bis zur Mitte des Halses, so namentlich bei Anguis fragilis, Pseudopus Pallasii, Chamaesaura anguina, Cyclodus nigroluteus, Phrynosoma Harlanii, Agama mutabilis, Lophyrus giganteus und Draco viridis, oder reichen sogar über die Mitte des Halses nach vorn etwas hinaus, wie z. B. bei Lyriocephalus margaritaceus und Phrynocephalus caudivolvulus. Dagegen liegen sie bei Acontias Meleagris, obgleich sie auch bei dieser Schuppenechse eine starke Krümmung und ansehnlich grosse Länge haben, ziemlich weit hinter den Schulterblättern, weil bei ihr das Herz viel weiter nach hinten liegt, als bei irgend einer anderen mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechse [1]).

In ihrem Verlauf befinden sich diese Bogen anfangs auf einer mässig grossen Strecke dicht vor den Aortenwurzeln, mögen sie nun sehr flach sein oder hingegen eine starke Krümmung haben, entfernen sich dann aber von denselben mehr oder weniger, in Folge wovon zwischen einem jeden Carotidenbogen und der Aortenwurzel seiner Seite ein mehr oder weniger grosser und unregelmässig dreiseitiger Zwischenraum übrig gelassen wird, der nach dem Rücken durch den absteigenden Schenkel des genannten Bogens wie durch eine schwach gekrümmte Linie begrenzt ist. In diesem Zwischenraume, oder auch an der äusseren Seite des Carotidenbogens, ungefähr da, wo sich dessen Mitte befindet, liegt das Stammganglion des Nervus vagus.

§. 13. Je nach den verschiedenen Gattungen und Arten derjenigen Schuppenechsen, welche Carotidenbogen besitzen, sendet ein jeder solcher Bogen drei oder vier Äste aus, von denen immer einer über dem anderen entspringt. Der stärkste von ihnen, der nach dem Hinterkopfe geht, ist eigentlich als die Fortsetzung des Arterienstammes zu betrachten, welcher den aufsteigenden oder längeren Schenkel des Carotidenbogens darstellt, und wird daher von diesem Bogen immer da entsendet werden müssen, wo dessen aufsteigender Schenkel in den absteigenden übergeht, also mehr oder weniger hoch nach oben an einer Seitenwand der

---

[1]) Bei einem Exemplar von Acontias Meleagris, bei dem die Entfernung des Afters von dem vorderen Ende des Kopfes 7 Zoll 9 Linien betrug, lagen die Carotidenbogen 5 Linien hinter den Schulterblättern.

Speiseröhre. Ein zweiter Ast geht hinter ihm, ein dritter nahe vor ihm von dem Bogen ab, und diese drei Äste kommen, wie ich annehmen muss, bei allen denjenigen Schuppenechsen, bei welchen Carotidenbogen gefunden werden, mit Ausnahme von Acontias (§. 18), beständig vor. Ein vierter Ast entspringt aus einem solchen Bogen näher dem Herzen, ist aber, wie es allen Anschein hat, nicht häufig vorhanden. Auch ist er in der Regel der kleinste von allen und gewöhnlich nur allein für die Thymusdrüse bestimmt.

a. Thymusdrüsen-Ast des Carotidenbogens.

§. 14. Bei den beschuppten Sauriern befindet sich im hintersten Theil des Halses unter der Luftröhre eine kleine Gefässdrüse, die in der Regel unvollständig in zwei Seitenhälften getheilt ist, mit ihrem grössten Durchmesser eine quere Lage hat und als Thymus gedeutet werden kann[1]). Bei denjenigen von diesen Reptilien, welche Carotidenbogen besitzen, liegt sie dicht oder doch sehr nahe vor den aufsteigenden Schenkeln derselben (Taf. I, Fig. 4, *l*). Zu ihr nun sendet der aufsteigende Schenkel eines jeden solchen Bogens mitunter einen kurzen und sehr dünnen Ast hin, der sich fast immer nur allein in ihr verzweigt, höchst selten, so namentlich bei Agama mutabilis, auch den Mm. sternohyoideus und omohyoideus, oder, wie ich bei einem anderen Exemplar derselben Reptilienart gesehen habe, ausserdem auch noch der Speiseröhre und dem M. deltoideus dünne Zweige zusendet. Einen solchen Ast habe ich gefunden bei Acontias Meleagris, Pseudopus Pallasii, Anguis fragilis, Draco viridis, Agama mutabilis, Lyriocephalus margaritaceus, Istiurus amboinensis und Grammatophora barbata. Doch mag er auch bei einigen anderen Schuppenechsen, die ich früher, als die so eben genannten untersuchte, vorhanden gewesen, aber von mir wegen seiner Zartheit übersehen worden sein. Was seinen Ursprung anbelangt, so geht er bei Anguis fragilis, Istiurus amboinensis und Grammatophora barbata dicht neben dem nächstfolgenden Aste, bei Acontias Meleagris, Pseudopus Pallasii, Lyriocephalus margaritaceus (Taf. II, Fig. 3, *e*) und Agama mutabilis ziemlich weit vor demselben von dem Carotidenbogen ab.

b. Kehl-Zungenast des Carotidenbogens.

§. 15. Dieser Ast ist in den Fällen, in welchen der vorige fehlt, der von dem Carotidenbogen zuerst ausgesandte. In der Regel entspringt er aus dem Bogen dicht oder kurz vor demjenigen Aste desselben, welcher zum Hinterkopfe geht (Taf. II, Fig. 1, *f* und Fig. 8, *c*), selten in einer mässig grossen Entfernung von ihm. Das Letztere ist der Fall bei Pseudopus Pallasii (Taf. I, Fig. 5, 6), Ameiva vulgaris (Taf. I, Fig. 6), Chamaesaura anguina, Gongylus ocellatus, Cyclodus nigroluteus, Iguana tuberculata, Istiurus amboinensis, Phrynocephalus caudivolvulus, Lacerta ocellata und Lac. agilis, unter denen ich übrigens diesen Ast von dem nächstfolgenden bei Lac. agilis am weitesten abstehend gefunden habe (Taf. II, Fig. 4, *d*). Jedenfalls aber geht er aus dem Carotidenbogen ziemlich weit von dem Anfange desselben hervor. An Dicke übertrifft er den bereits beschriebenen Ast um ein Bedeutendes, steht aber darin dem nächstfolgenden, der zum Hinterkopfe geht, mehr oder weniger nach, indem er, je nach den verschiedenen Arten von Schuppenechsen, ungefähr um ein Drittel bis um die

---

[1]) Bei Acontias Meleagris stellt die Drüse ausnahmsweise einen oblongen Körper mit abgerundeten Ecken dar, dessen Längenachse in der Mittelebene des Leibes liegt.

Hälfte dünner, als der letztere ist. Sein Verbreitungsbezirk ist ansehnlich gross, denn durch ihn und den ihm gleichen Ast der anderen Seitenhälfte des Körpers werden mit Blut versorgt sämmtliche Muskeln des Zungenbeines, die Zunge, der Kehlkopf, die vordere Hälfte der Luftröhre und auch fast immer die Thymus, ferner grossentheils die im Halse gelegene vordere Hälfte der Speiseröhre, der vordere Theil der Mm. sternomastoidei, der M. cucullaris, der M. latissimus colli[1]), dessgleichen zum Theil die Mm. pterygoidei externi und ausserdem nicht selten oder vielleicht gewöhnlich auch ein paar längliche Muskeln, die von dem hinteren Theil der Hirnschale zu den nach hinten über die Kiefergelenke vorspringenden Ecken des Unterkiefers gehen, den häufig nur einbäuchigen Mm. digastrici der Säugethiere zu entsprechen scheinen und zum Öffnen des Mundes dienen, wesshalb ich sie die Mm. apertores oris benennen will. Auch geht von diesem Ast mitunter ein Zweig nach hinten zu dem M. deltoideus und M. supraspinatus.

Der in Rede stehende Ast entspringt (abgesehen von Acontias, bei dem die Carotidenbogen hinter dem Schultergerüste und dem Brustbeine liegen) entweder zwischen dem M. sternohyoideus und der Speiseröhre oder (wenn jener Muskel im Verhältniss zu der Breite des Halses nur mässig breit ist, wie z. B. in den Gattungen Phrynosoma und Moloch) zwischen dem M. omohyoideus und der Speiseröhre. Von seiner Ursprungsstelle geht er nach vorn und ein wenig nach oben, bis er an das Ende des nach oben weit hinaufreichenden zweiten Zungenbeinhornes gelangt (Taf. I, Fig. 4, 3 und Fig. 5, 6) und in einem dreieckigen Zwischenraum zu liegen kommt, der sich zwischen dem obersten Theil dieses immer langen Zungenbeinhornes, dem M. omohyoideus und dem M. sternomastoideus befindet und dem Trigonum cervicale der Säugethiere entspricht. Darauf schlägt er sich um den obersten Theil des erwähnten Zungenbeinhornes herum, indem er gewöhnlich an der äusseren Seite, selten, wie namentlich bei Acontias Meleagris, Anguis fragilis, Pseudopus Pallasii (Taf. I, Fig. 4 und 5), Tejus Teguixin, Polychrus marmoratus, Agama mutabilis, Ag. colonorum und Grammatophora barbata, an der inneren Seite desselben vorbeigeht, und begibt sich dann, indem er noch weiter nach vorn läuft und sich dabei der Mittelebene des Kopfes zuwendet, zu der Zunge hin. Auf seinem Wege zu dem Zungenbeinhorne, auf dem er sich dicht an der Seitenwand der Speiseröhre hält, sendet er ausser einigen kleineren und unbeständigen Zweigen für die Speiseröhre und die Mm. sternohyoideus, omohyoideus und sternomastoideus folgende aus:

α) gewöhnlich einen oder einige kurze, wie überhaupt nur kleine Zweige nach unten für die entsprechende Seitenhälfte der Thymusdrüse, welche Zweige nur in einigen von denjenigen Fällen fehlen, in welchen der Carotidenbogen für diese Drüse einen besonderen kleinen Ast ausgesendet hat, so namentlich bei Anguis fragilis und Agama mutabilis;

---

[1]) Unter diesem Namen verstehe ich bei den Schuppenechsen eine zunächst der Hautbedeckung liegende und sich von dem Kinnwinkel entweder bis an das Ende des Halses oder beinahe bis dahin erstreckende Muskelschicht, deren Fasern im Allgemeinen quer verlaufen und deren vordere Hälfte an den Unterkiefer, deren hintere grössere Hälfte aber durch ein Paar Aponeurosen an die oberen Dornfortsätze der Halswirbel und einiger Rückenwirbel angeheftet ist. Corti hat sie in seiner Schrift über den Psammosaurus unter dem Namen des Musc. subcutaneus colli aufgeführt. Von anderen Anatomen ist sie Musc. mylohyoideus genannt worden. Allein eines Theils erstreckt sie sich viel weiter nach hinten, als der M. mylohyoideus der Säugethiere, anderen Theils sind nur bei wenigen Schuppenechsen, so namentlich bei denen der Gattung Platydactylus, einige ihrer Fasern an das Zungenbein angeheftet; denn in der Regel steht sie mit demselben in gar keiner innigen Verbindung. Sie kann desshalb und weil ihre Fasern sämmtlich quer verlaufen das Zungenbein nicht nach vorn ziehen, wie der erwähnte Muskel der Säugethiere, sondern wird vielmehr dasselbe heben, wie überhaupt die Unterkiefergegend und den Hals, wenn sie durch Luft oder durch aufgenommene Nahrungsmittel ausgedehnt worden waren, wieder verengern können.

β) bei einigen Schuppenechsen einen ziemlich langen Ast nach hinten, der zwischen dem Schlüsselbein und dem Schulterblatt nebst dem Hackenschlüsselbein hindurchgeht und sich in den Mm. deltoideus und supraspinatus verbreitet, so z. B. bei Phrynosoma Harlanii und Ameiva vulgaris (Taf. I, Fig. 6, *e*);

γ) einen ziemlich oder auch beträchtlich starken Zweig zu dem Halsstück der Speiseröhre, der an diesem Theil des Darmcanals einen schrägen Verlauf nach unten und vorn gegen den Körper des Zungenbeines macht, sich in der seitlichen und unteren Wandung der Speiseröhre mehr oder weniger ausbreitet, je nachdem entweder andere, aber kleinere und unbeständige Zweige für jene Wandungen der Speiseröhre fehlen oder vorhanden sind, und nicht selten bis an den vorderen Theil der Luftröhre, an dem er sich dann ebenfalls ausbreitet, verfolgt werden kann (Taf. I, Fig. 4);

δ) einen ziemlich starken Zweig, der sich auf der Mitte des Halses oder vor derselben um den äusseren Rand des M. sternohyoideus herumschlägt, zwischen diesem Muskel und dem M. omohyoideus, begleitet von einem Zweige des absteigenden Astes des Nervus hypoglossus, quer nach innen (gegen die Mittellinie der unteren Halsseite) verläuft und sich in diesen beiden Muskeln ausbreitet (Taf. I, Fig. 4 und 5);

ε) noch weiter nach vorne in dem Trigonum cervicale einen oder zwei bis drei nach aussen gehende Zweige, die sich theils in den das Dreieck begrenzenden Muskeln, theils in dem M. cucullaris, dem M. latissimus colli, dem M. apertor oris, der seitlichen Hautbedeckung des Halses und bisweilen, so namentlich bei Anguis fragilis und Polychrus marmoratus, auch an dem M. pterygoideus externus und dem M. geniohyoideus ausbreiten.

Die Zweige α, β, γ und δ bieten in dem Abgange von ihrem Aste bei verschiedenen Arten der Schuppenechsen oder selbst bei verschiedenen Exemplaren einer und derselben Art mancherlei Verschiedenheiten dar. Entweder entspringen sie aus ihrem Aste in derselben Reihenfolge, in welcher sie oben aufgeführt worden sind, und in mässig grossen Entfernungen von einander, oder in einer anderen Reihenfolge, so z. B. bei Pseudopus Pallasii und Anguis fragilis der Zweig γ weiter nach hinten, als δ. Ferner bilden bisweilen zwei oder drei von diesen Zweigen zusammen einen grösseren Zweig, der von dem Aste entweder sehr nahe dem Carotidenbogen, oder ziemlich weit davon entfernt abgeht. So fand ich z. B. bei Phrynocephalus caudivolvulus und Tejus Teguixin α und β, bei Gongylus ocellatus α, γ und δ, bei Cyclodus nigroluteus γ und δ, bei Lophyrus giganteus α und δ in beiden Seitenhälften des Körpers, und bei einem von drei Exemplaren des Phrynosoma Harlanii in der einen Seitenhälfte α und β, in der anderen aber α, β und γ zu einem besonderen Zweige vereinigt. Selten bilden einige von diesen Zweigen einen besonderen Ast des Carotidenbogens, der von diesem dicht vor dem Hauptaste abgeht. Einen Fall der Art fand ich bei einem Exemplar von Phrynosoma Harlanii in der rechten (nicht auch in der linken) Seitenhälfte, indem bei ihm die oben angeführten Zweige α, β und γ einen kleinen abgesonderten Ast zusammensetzten. Bei Basiliscus mitratus aber sah ich vor dem Kehlzungenaste einen viel kleineren besonderen Ast von dem Carotidenbogen abgehen, der sich in der Thymusdrüse und in dem hintersten Theil der Mm. sternohyoideus, omohyoideus und sternomastoideus verbreitete. Noch eine andere Abweichung von der Regel fand ich bei einem von drei Exemplaren des Draco viridis in beiden Seitenhälften des Körpers, und diese bestand darin, dass der für die Speiseröhre bestimmte Zweig des Kehlzungenastes kurz vor diesem als ein besonderer Ast, der jenem an Dicke nur wenig nachstand, von dem Carotidenbogen abging.

(Bei den beiden anderen Exemplaren war eine solche Abweichung von der Regel nicht vorhanden.)

§. 16. Nachdem der Kehlzungenast des Carotidenbogens an dem zweiten Zungenbeinhorn vorbeigegangen ist, spaltet er sich entweder dicht vor diesem Horn, oder in einiger Entfernung von demselben auf dem hinteren Theil des Musc. geniohyoideus[1]) gewöhnlich in zwei an Dicke ungleiche Endzweige.

ζ) Der eine von ihnen, der meistens stärker, mitunter aber, z. B. bei Iguana tuberculata, etwas schwächer, als der andere ist, verläuft auf dem M. geniohyoideus und unter dem hintersten Theil des M. hyoglossus nahe oder dicht vor dem zweiten Zungenbeinhorn nach vorne und innen, gibt einige kleine Seitenzweige an die genannten Muskeln und den Musc. latissimus colli ab, biegt sich darauf in einiger Entfernung von dem Kehlkopfe, der von ihm einen oder einige Seitenzweige erhält, nach hinten um, geht über das zweite Zungenbeinhorn hinweg, verläuft eine mehr oder weniger grosse Strecke nach hinten und etwas nach aussen seitwärts von der Luftröhre an der unteren Seite der Speiseröhre, an welche beide Canäle er mehrere kleine Seitenzweige abgibt, und vereinigt sich endlich mit demjenigen Zweige des Kehlzungenastes (γ), welchen dieser Ast zwischen dem Schultergerüste und dem zweiten Zungenbeinhorn für die Speiseröhre und Luftröhre abgegeben hat. Einige andere kleine Seitenzweige, die in einer Reihe auf einander folgen und über dem zweiten Zungenbeinhorn nach hinten gehen, werden von dem beschriebenen Hauptzweige vor der erwähnten Umbiegung an die Speiseröhre ausgesendet.

η) Der andere Endzweig (Taf. I, Fig. 4, 4 und Fig. 5, 7), den man als Art. lingualis bezeichnen kann, begibt sich über dem M. geniohyoideus, begleitet von dem Zungenaste des Nervus hypoglossus, in einer sehr schrägen Richtung nach vorne und innen zur Zunge, indem er eine ziemlich lange Strecke an dem äusseren Rande des mehr oder weniger abgeplatteten und mit der einen Seite nach oben, mit der anderen nach unten gekehrten Musc. hyoglossus hinläuft, ehe er an der äusseren Seite des Musc. genioglossus weiter in die Zunge eindringt. Auf seinem Wege schickt er neben dem M. pterygoideus externus einen Zweig der Mundhaut zu, sendet ferner in dem Fall, dass nicht schon früher der Ast, von welchem er abgeht, einen Zweig an den M. apertor oris und M. pterygoideus externus abgegeben hatte, wie z. B. bei Pseudopus Pallasii (Taf. I, Fig. 4 und 5), auch diesem Muskel einen oder einige Seitenzweige zu, und gibt verschiedene an Zahl und Grösse wechselnde Seitenzweige, von denen einige bis zu der Hautbedeckung vordringen, an die Mm. geniohyoideus, hyoglossus und latissimus colli ab. Bisweilen jedoch kommt statt einiger solchen kleinen Seitenzweige ein viel grösserer vor, der sich theils in den Mm. geniohyoideus und latissimus colli, theils auch in der Hautbedeckung der Unterkiefergegend verbreitet und eine Art. sublingualis darstellt. In der Zunge geht die Art. lingualis nach innen von dem Seitenrande derselben, indem sie zwischen der verhältnissmässig recht dicken Schleimhaut dieses Organs und dem M. genioglossus nebst einem Theil des M. hyoglossus ihren Verlauf macht, bis zu dem vorderen Ende derselben hin.

[1]) Dieser Muskel hat bei den Schuppenechsen eine ansehnliche Breite, entspringt bei ihnen von der vorderen Hälfte des Unterkiefers, doch mehr oder weniger weit vom Kinnwinkel entfernt, und setzt sich hinten bei den meisten nur allein an das zweite Zungenbeinhorn an, bei einigen aber, bei denen er in zwei ungleiche Schenkel gespalten ist, mit dem längeren, breiteren und oberflächlicheren an das zweite, mit dem kürzeren an das erste Zungenbeinhorn (Taf. I, Fig. 4. *g* und *g**).

c. Kopfast des Carotidenbogens.

§. 17. Dieser stärkste von den Ästen, welche ein jeder Carotidenbogen entsendet, nimmt seinen Weg nach dem hinteren Theil des Schädels, an dem er sich in zwei Endzweige spaltet, von denen der eine durch das Foramen caroticum seiner Seite in die Schädelhöhle eindringt, der andere sich in dem Kopfe ausserhalb der Schädelhöhle ausbreitet. Von seinem Ursprunge bis zum Kopfe läuft er dicht an der Speiseröhre entlang, wobei er mit dem Kehlzungenaste, der sich unter ihm befindet, je nach den verschiedenen Arten der Schuppenechsen mehr oder weniger divergirt (Taf. I, Fig. 6, 5, Taf. II, Fig. 1, *g*, Fig. 2, *g*, Fig. 3, *f*, Fig. 4, *e* und Fig. 7, *g*). Dagegen kommt er in seinem Verlaufe dem gleichen Aste der anderen Seitenhälfte allmählich etwas näher. In der Regel liegt er anfangs, wo er von dem Carotidenbogen abgegangen ist, seitwärts von der Speiseröhre, wenngleich ziemlich weit nach oben an derselben, schlägt sich dann aber so um sie herum, dass er früher oder später auf ihr zu liegen kommt. Bei denjenigen Schuppenechsen jedoch, bei welchen der aufsteigende Schenkel des Carotidenbogens bis zu der oberen Wandung der Speiseröhre hinaufreicht, bei denen also der in Rede stehende Arterienast neben der Speiseröhre möglichst hoch oben entspringt, wie namentlich bei Euprepis Merremii, Gongylus ocellatus, Calotes pictus, Agama mutabilis und Grammatophora barbata, liegt dieser Ast nach seiner ganzen Länge auf der Speiseröhre. Begleitet wird er in seinem ganzen Verlaufe von der Vena jugularis und dem Nervus vagus, von denen der letztere zwischen ihm und der genannten Vene eingeschlossen ist. Gewöhnlich hat der Nerv hinten über ihm, weiter nach vorn neben ihm seine Lage. Dasselbe gilt auch von der Vene, falls sie nicht übermässig mit Blut angefüllt ist, in welchem Fall sie ihn auch hinten von aussen deckt. Wenn er aber ungewöhnlich hoch nach oben entspringt, weil der aufsteigende Theil des Carotidenbogens bis zu der oberen Wandung der Speiseröhre hinaufreicht, liegen die Vena jugularis und der Nervus vagus, so weit sie ihn begleiten, nach aussen von ihm [1]). Ungeachtet seines ziemlich langen Verlaufes durch den Hals sendet dennoch dieser stärkste Ast des Carotidenbogens in der Regel keinen Zweig aus. Bei einer Ameiva vulgaris aber sah ich von demselben in der Nähe des Kopfes zwei verschieden grosse, doch überhaupt nur dünne Seitenzweige abgehen, von denen der eine auf den anderen folgte. Der kleinere (Taf. I, Fig. 6, *m*) verbreitete sich in der vorderen Hälfte des Halses hauptsächlich an dem M. levator scapulae. Der grössere, der vor jenem entsprang (Taf. I, Fig. 6, *l*), verlief in einer schrägen Richtung nach vorn, innen und oben (besonders nach vorn), ging zwischen denjenigen Nackenmuskeln hindurch, welche den Mm. splenius capitis und complexus cervicis des Menschen entsprechen, verbreitete sich mit einigen seitwärts nach verschiedenen Richtungen ausgesendeten Reisern an diesen und etlichen ihnen benachbarten Nackenmuskeln, namentlich auch an dem vordersten Theil des M. levator scapulae, drang, ungefähr bis auf die Hälfte seiner Dicke vermindert, als ein Ramus spinalis zwischen dem Atlas und dem Hinterhauptbeine in die Schädelhöhle ein und ging dann in die Art. basilaris über. Bei anderen mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen, selbst bei solchen, bei denen die Injection ihrer Arterien im Ganzen gut gelungen war, habe ich an den Kopfästen der Carotidenbogen hinter den Theilungswinkeln derselben nach solchen Seitenzweigen vergebens gesucht.

---

[1]) Verfolgt man die V. jugularis und den N. vagus von vorn nach hinten, so findet man, dass sich die erstere in dem vorderen Theil der Rumpfhöhle so herabsenkt, dass sie sich mit dem letzteren und dem absteigenden Schenkel der Aortenwurzel ihrer Seitenhälfte kreuzt und beide an einer Stelle von aussen bedeckt.

Nachdem der Kopfast eines Carotidenbogens zu dem Kopfe gelangt ist, theilt er sich hinter dem oberen Ende des Quadratbeines bald mehr, bald weniger nahe demselben unter einem spitzen Winkel in zwei untergeordnete Äste.

aa. Der eine von diesen (Taf. IV, Fig. 3, 3 und Fig. 4, 2), den ich Arteria facialis nennen will, läuft zunächst in einer schrägen Richtung und mehr oder weniger geschlängelt nach vorne und oben zu der Schläfenhöhle hin, wobei er über der häutigen Auskleidung der Paukenhöhle und an der inneren Seite des Quadratbeines zwischen einem starken Querfortsatze des Hinterhauptbeines und dem Gehörknöchelchen, das unter diesem Fortsatze liegt, hindurchgeht. Darauf verläuft er an der äusseren Seite des starken Beissmuskels, der den Mm. temporalis und masseter der Säugethiere entspricht, in einer schrägen Richtung entweder etwas geschlängelt, oder ziemlich gerade nach vorne und oben zu dem Processus orbitalis des Scheitelbeines und dem an diesen Fortsatz angehefteten Knochen hin, welcher von Cuvier den Namen des hinteren Stirnbeines erhalten hat (Taf. IV, Fig. 1, 2, Fig. 2, 2, Fig. 3, 5 und Fig. 4, 4). Dicht unter dem Processus orbitalis des Scheitelbeines biegt er sich alsdann nach unten um und geht in die Augenhöhle über, begibt sich darauf, indem er einen mässig starken Bogen bildet und sich dem zweiten Aste des Nervus trigeminus beigesellt, unter dem unteren Augenlide zwischen dem Jochbogen und der Sclerotica des Auges zu dem Oberkiefer, und läuft endlich, eine Art. dentalis superior darstellend, an der inneren Seite dieses Knochenstückes zu dem äusseren Nasenloche hin. Die Zweige, die er aussendet, habe ich am besten bei zwei grösseren Exemplaren von Iguana tuberculata erkennen und verfolgen können, wesshalb ich in dem Nachstehenden nur angeben will, wie er sich in seiner Verzweigung bei dieser Schuppenechse verhält.

α. In der Paukenhöhle entspringt aus dem in Rede stehenden Aste oder der Art. facialis ein nur mässig dicker Zweig, der an der inneren Seite des Quadratbeines herabsteigt und sich in den Mm. pterygoidei verbreitet.

β. Gleich nachdem die Art. facialis die Paukenhöhle verlassen hat, sendet sie einen ziemlich starken Ramus cervicalis aus, der dicht über dem Querfortsatze des Hinterhauptbeines und an der inneren Seite des mit demselben zusammenstossenden Processus occipitalis des Scheitelbeines den Nackenmuskeln zugeht, zwischen den Mm. complexus und trachelomastoideus bis über die Mitte des Halses nach hinten läuft (Taf. IV, Fig. 3, 4) und sich theils in diesen beiden Muskeln, theils auch in den Mm. splenius capitis und trapezius (Fig. 1 und 2) verbreitet. Ausserdem aber schickt dieser Ramus cervicalis hinter dem Querfortsatze des Hinterhauptbeines einen Zweig über die äussere Seite des M. trachelomastoideus nach unten hin (Fig. 3), der als ein Ramus spinalis zwischen dem Atlas und dem Hinterhauptbeine nach innen dringt und sich der Art. basilaris der Schädelhöhle anschliesst, nachdem er vorher erst etliche Reiser an die benachbarten Nackenmuskeln abgegeben hat [1]).

γ. Ungefähr dem eben beschriebenen Zweige gegenüber entsendet die Art. facialis ihren stärksten Zweig (Fig. 3, 6 und Fig. 4, 3), der sogar noch eine etwas grössere Dicke hat, als dieses Gefäss in seinem weiteren Verlaufe. Derselbe stellt die Art. dentalis inferior dar, verläuft in dem vorhin erwähnten starken Beissmuskel ganz nahe der inneren Seite dieses Muskels

[1]) Da ich eben so wenig, wie bei dem Leguan, auch bei fast allen anderen mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen, welche ich auf ihre Arterien untersucht habe, einen Ramus spinalis finden konnte, der von dem Kopfaste eines Carotidenbogens hinter dessen Theilungswinkel abgegangen wäre, so vermuthe ich, dass bei den meisten von denjenigen Schuppenechsen, welche Carotidenbogen besitzen, eine seitliche Spinalarterie, wie bei dem Leguan, von einem Ramus cervicalis der Art. facialis abgeht.

schräg nach unten und vorn, trifft in einiger Entfernung von seinem Ursprunge mit dem dritten Aste des Nervus trigeminus zusammen, dringt mit ihm in den Canal des Unterkiefers ein und erstreckt sich in diesem Canal bis zu dem Kinnwinkel. Ehe er in den Unterkiefer eindringt, gibt er zwei nach vorne und unten gewendete ziemlich starke Zweige ab, von denen der eine (Fig. 1) über die äussere Seite des Beissmuskels, der andere, der dicker als jener ist und weiter nach unten entspringt (Fig. 3), in der Substanz desselben Muskels verläuft. In dem Unterkiefer aber sendet er einen mässig starken Zweig oder zwei solche Zweige nach innen und fünf bis sechs in einer Reihe auf einander folgende viel dünnere Zweige nach aussen ab, die durch eben so viele kleine Löcher dieses Skeletstückes hindurchdringen, und von denen sich neben demselben die ersteren in der Schleimhaut der Mundhöhle, die letzteren in der Hautbedeckung verbreiten.

δ. Unter dem Processus orbitalis des Scheitelbeines entspringt aus der Art. facialis eine mässig starke Art. orbitalis superior (Fig. 3), die sich nach vorne und oben begibt, dicht unter dem Dache der Augenhöhle in dem einen von den beiden schmalen fibröshäutigen und mit dem Stirnbein verbundenen paarigen Blättern, in welche die Scheidewand der beiden Augenhöhlen hoch oben der Länge nach gespalten ist, nach vorn läuft (Fig. 4, 5 und 7), einen unbedeutenden Nebenzweig an das obere Augenlid (Fig. 1 und 2) so wie einige andere Nebenzweige an die Thränendrüse, den oberen schiefen Augenmuskel und das Bindegewebe der Augenhöhle abgibt, und endlich an der vorderen Wandung dieser Höhle in eine von unten ihr entgegenkommende Arterie übergeht.

ε. Ein wenig weiter nach unten entspringt aus der Art. facialis eine noch etwas dickere Art. orbitalis inferior. Dieselbe theilt sich alsbald in zwei Aa. palpebrales (Fig. 1 und 3) und einen stärkeren Zweig (Fig. 4, 6), der zwischen der hinteren Wandung der Augenhöhle und dem Auge unter einem Bogen herabsteigt, zwischen dem oberen und dem äusseren geraden Augenmuskel nach dem Sehnerven weiter vordringt, und an der äusseren Seite dieses Nerven unter einem Bogen in die Art. ophthalmica übergeht.

ζ. Wo die Art. facialis unter dem unteren Augenlide verläuft, sendet sie für dasselbe einige in einer Reihe auf einander folgende kleine Zweige nach oben hin.

η. Ihre an der inneren Seite des Oberkieferbeines sich hinziehende Fortsetzung oder die Art. dentalis superior, die zwischen dieser Knochentafel und der äusseren theils häutigen, theils knorpeligen Wandung der Nasenhöhle liegt (Fig. 3, 7), entsendet ausser den sehr kleinen Zweigen, welche sie nach unten an die Zähne des Oberkiefer- und des Zwischenkieferbeines abgibt, vier bis fünf stärkere Zweige, die durch eben so viele in einer Reihe auf einander folgende Löcherchen des ersteren Knochenstückes nach aussen hervordringen und sich in der Hautbedeckung des Oberkiefers verbreiten, dessgleichen einige auf einander folgende noch stärkere Zweige nach innen und unten, die sich nach aussen von dem langgestreckten und weiten inneren Nasenloche in der Schleimhaut des Gaumengewölbes, zumal in einer von dieser Haut gebildeten und den oberen Zähnen anliegenden schmalen Falte verbreiten. Das Ende der Arterie aber dringt vor dem Oberkieferbein nach aussen vor und spaltet sich gabelförmig in zwei Zweige, die das äussere Nasenloch umfassen und sich in den es umgebenden häutigen Theilen ausbreiten (Fig. 3). Auch sendet der eine von diesen Zweigen, der bogenförmig hinter und über dem äusseren Nasenloche verläuft, einen starken Seitenzweig nach hinten aus, der nach innen von dem Oberkieferbein an der Seitenwandung der Nasenhöhle zwischen zwei von einem Knorpelblatte dieser Wandung gebildeten starken Ausbuchtungen schräg nach hinten

und oben verläuft (Taf. IV, Fig. 5, 3), durch das erwähnte Blatt, das von dem Knorpel der Nasenscheidewand hoch oben abgeht, eine Reihe von Reisern nach innen sendet und sich in der ziemlich grossen Riechmuschel, überhaupt aber durch den grösseren Theil der Riechhaut seiner Seitenhälfte verbreitet.

bb. Der andere untergeordnete Ast des von dem Carotidenbogen abgehenden Kopfastes ist etwas dünner, als der erstere, und entspricht in Hinsicht seiner Verbreitung zum Theil der Carotis cerebralis anderer Wirbelthiere. Es verläuft derselbe unter dem Gehörknöchelchen durch die Paukenhöhle nach unten, vorne und innen, gelangt darauf an die untere Seite des Keilbeinkörpers und bildet im Ganzen einen mässig starken Bogen, der mit seiner convexen Seite nach unten und etwas nach hinten gekehrt ist (Taf. IV, Fig. 1, Fig. 3, 2 und Fig. 4, 9). Bei Iguana tuberculata, vermuthlich aber auch bei anderen mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen, theilt er sich unter dem Keilbeinkörper in einen ausserhalb der Schädelhöhle verbleibenden und einen in die Schädelhöhle übergehenden Zweig, von denen der letztere etwas dünner, als der erstere ist.

α. Der erstere Zweig, der Art. palatino-nasalis genannt werden kann, geht gerade nach vorn, dringt durch eine mässig grosse Lücke hindurch, die sich zwischen einem seitlichen Fortsatze des Keilbeinkörpers, dem Flügelbein und einem schräg nach unten und aussen gerichteten blattartigen Fortsatze des Schläfenbeines befindet, zieht darauf an der inneren Seite der Columella vorüber, verläuft dann auf dem Gaumenbein und der Pflugschar schwach geschlängelt zur vorderen Wandung der Augenhöhle (Fig. 4, 10), steigt nunmehr an dieser ganz nahe der Scheidewand der Augenhöhlen auf und geht endlich in die Art. orbitalis superior so über, dass er mit dieser zusammen gleichsam eine Schlinge bildet, die eine verhältnissmässig ansehnliche Grösse hat (Fig. 4, 8). Dicht vor der Columella entsendet er einen ziemlich dicken Zweig, der sich in dem vorderen unteren Theil des grossen Beissmuskels und an dem Mundwinkel verbreitet, so wie auch einen etwas dünneren Zweig nach aussen und unten, der sich dicht vor dem nach aussen gerichteten Querfortsatze des Gaumenbeines zu der Schleimhaut des Gaumengewölbes begibt (Fig. 4 und Fig. 3). Weiter nach vorne aber entlässt er einen kleinen Zweig, der sich in dem unteren schiefen Augenmuskel verbreitet. Die Schlinge, die von ihm und der A. orbitalis superior gebildet wird, sendet aus ihrem vorderen Theile, welcher der vorderen Wandung der Augenhöhle dicht anliegt, zwei Zweige nach hinten, die sich hauptsächlich in der vorderen Hälfte der Augenlider und den beiden schiefen Augenmuskeln verbreiten (Fig. 1, 3 und 4). Nach vorne aber sendet sie etliche Zweige in die Nasenhöhle ihrer Seite hinein, die sich hauptsächlich an der Nasenscheidewand, doch zum Theil auch an der Seitenwandung der Nasenhöhle in der Riechhaut ausbreiten.

β. Der andere oder dünnere von den beiden zuletzt angeführten Zweigen des Kopfastes gelangt durch einen kurzen und engen Canal, der sich in dem Keilbeinkörper befindet, in den hinteren Theil der Sattelgrube und stellt für sich eine Carotis cerebralis dar. Diese Arterie theilt sich gleich nach ihrem Eintritte in die Schädelhöhle in einen vorderen und einen hinteren Zweig. Der vordere Zweig (Taf. IV, Fig. 6 und Fig. 7, 2) verläuft an der unteren Seite des grossen Gehirns, bildet an derselben zwei starke nach aussen und oben gekehrte Biegungen, geht dann auf die äussere Seite des Riechnerven über und endet allem Anschein nach da, wo dieser Nerv in die Nasenhöhle übergeht. Bald nach seinem Ursprunge sendet er einen im Verhältniss zu ihm beträchtlich starken Zweig nach oben aus, der sich in der Vierhügelmasse, an der hinteren Seite des grossen Gehirns und in den Plexus choroidei der dritten und der

einen seitlichen Hirnhöhle, so wie auch ausserdem noch an dem kleinen Gehirn verbreitet. Weiterhin entsendet der vordere Hauptzweig der Hirn-Carotis mehrere in einer Reihe auf einander folgende kleine Seitenzweige nach oben, die sich an der äusseren, der oberen und wahrscheinlich auch an der inneren Seite der entsprechenden Hemisphäre des grossen Gehirns verbreiten, diesen gegenüber aber ungefähr aus seiner Mitte einen ziemlich starken Seitenzweig, der an der unteren Seite des grossen Gehirns schräg nach vorne und innen geht, sich an derselben und dem Chiasma der Sehnerven verbreitet und dicht vor dem Chiasma eine mässig starke Art. ophthalmica abgibt (Fig. 6, 3), die mit dem Sehnerven aus der Schädelhöhle hervortritt, nachdem sie von der oberen auf die äussere Seite desselben übergegangen ist. Der hintere Zweig einer jeden Carotis cerebralis (Taf. IV, Fig. 6, 4 und Fig. 7, 3), der etwas dünner als der vordere ist, vereinigt sich bald nach seinem Ursprunge und nicht weit hinter dem Hirntrichter mit dem gleichen Zweige der anderen Seitenhälfte, mit dem er unter einem etwas spitzen Winkel zusammentritt, zu einer Art. basilaris (Fig. 6, 5 und Fig. 7, 4). Diese aber sendet einen Zweig oder vielmehr wohl einige Zweige für die Medulla oblongata und eine ziemlich starke Art. auditiva interna aus, nimmt an dem Ende der Schädelhöhle eine Art. spinalis lateralis auf und setzt sich geraden Weges in eine unpaarige Art. spinalis inferior fort, die nirgends in ihrem Verlaufe Maschen bildet, sondern ganz einfach bleibt. Eine besondere A. spinalis superior scheint bei dem Leguan (oder überhaupt bei den Schuppenechsen?) zu fehlen.

Die Art. ophthalmica vereinigt sich in der Augenhöhle an der äusseren Seite des Sehnerven unter einem Bogen mit einem (unter *aa. ε.* bereits erwähnten und auf Taf. IV in Fig. 4, 6 angegebenen) Zweige der Art. facialis, der mit ihr ungefähr eine gleiche Dicke hat. Aus diesem Bogen aber entspringen einige Aa. ciliares, so wie auch einige Aa. musculares für die geraden Augenmuskeln und den nur schwachen M. retractor oculi.

d. Muskelast des Carotidenbogens.

§. 18. Diesen Ast sendet der Carotidenbogen aus seinem absteigenden Schenkel, also hinter dem vorigen Aste aus. In der Regel entspringt er in einer mässig grossen Entfernung von jenem (Taf. I, Fig. 5, 4 und Fig. 6, *n*, Taf. II, Fig. 2, *h* und Fig. 4, *f*), ausnahmsweise aber bei Cyclodus nigroluteus, Lacerta ocellata, Iguana tuberculata, Basiliscus mitratus (Taf. II, Fig. 8, *e*) und Tejus Teguixin dicht hinter demselben ganz am Anfange des absteigenden Schenkels des Carotidenbogens, dagegen bei Lyriocephalus margaritaceus (Taf. II, Fig. 3, *h*) und Draco viridis weit von jenem Aste entfernt beinahe an dem Ende des erwähnten Bogens.

An Dicke steht er nicht blos dem Kopfaste, sondern fast immer auch dem Kehlzungenaste sehr nach und übertrifft darin, wenn bei einer Schuppenechse auch ein besonderer Ast der Carotis für die Thymusdrüse vorhanden ist, nur allein diesen. Bei Anguis fragilis aber und bei Gongylus ocellatus ist er beinahe so dick, wie der Kehlzungenast.

Von seiner Ursprungsstelle geht er nach aussen und etwas nach vorn, schlägt sich in seinem Verlauf gleich anfangs in einem Bogen um die innere und obere Seite der Vena jugularis und des Nervus vagus derselben Seitenhälfte herum, gelangt demnächst zu dem Musc. levator scapulae und breitet sich nunmehr mit etlichen Zweigen theils an diesem Muskel aus, an dem er sich nicht selten bis in die Nähe des Kopfes verfolgen lässt, theils an den Mm. scalenus und sternomastoideus, die dem erstgenannten Muskel benachbart sind (Taf. I, Fig. 5, 4).

In seltenen Fällen, wie namentlich bei Cyclodus nigroluteus, Gongylus ocellatus und Anguis fragilis, verbreitet er sich ausserdem auch an dem M. longus colli, dessgleichen mit einigen neben den Halswirbeln aufsteigenden Zweigen zwischen und in den tieferen Nackenmuskeln. Wahrscheinlich sendet er überdies gewöhnlich einen oder einige dünne Zweige, die zwischen dem M. levator scapulae und dem M. sternomastoideus hindurchgehen, zu den Mm. latissimus colli und cucullaris hin; denn bei mehreren Schuppenechsen habe ich einen seiner Zweige bis zu diesen Muskeln verfolgen können.

Zuweilen, doch wohl nur höchst selten, steht der Muskelast durch eine kurze Anastomose mit dem vorderen Theil des Kopfastes, ehe sich dieser in seine beiden Endäste theilt, in einem Zusammenhange. Einen Fall der Art fand ich bei einem Polychrus marmoratus.

Als eine Abweichung von der Regel kommen bisweilen, doch nur sehr selten, in der einen Seitenhälfte des Körpers zwei solche Muskeläste vor, haben dann aber einzeln betrachtet eine geringere Dicke und Verbreitung, als der entsprechende einfache Ast der anderen Seitenhälfte. Einen Fall der Art fand ich bei einem Lophyrus giganteus, bei dem der absteigende Schenkel des rechten Carotidenbogens zwei Muskeläste aussendete, einen zweiten Fall bei einer Chamaesaura anguina, bei der rechterseits dicht hinter dem Carotidenbogen die Aortenwurzel einen zweiten Ast für den M. levator scapulae und einige diesem benachbarte Muskeln abgab.

Den beschriebenen Muskelast des Carotidenbogens fand ich bei allen untersuchten Schuppenechsen, welche dergleichen Gefässbogen besitzen, mit der einzigen Ausnahme von Acontias Meleagris, bei dem in jeder Seitenhälfte ein solcher Ast fehlt, was seinen Grund wohl darin hat, dass bei diesem Saurier die Carotidenbogen ziemlich weit hinter den Schulterblättern und dem Brustbein liegen. Ersetzt aber wird derselbe bei Acontias durch einen Zweig des Kehlzungenastes, welcher Zweig von seinem Aste gegenüber dem hinteren Ende des M. levator scapulae abgeht und sich theils an diesem Muskel, theils auch an dem M. scalenus ausbreitet. (Ein M. sternomastoideus fehlt bei Acontias.)

e. Absteigender Schenkel des Carotidenbogens oder Verbindungsast zwischen der Carotis und der Aorta.

§. 19. Die absteigenden Schenkel der Carotidenbogen — welche Schenkel hinter den Stellen, wo sie ihre Muskeläste ausgesendet haben, als ein paar Anastomosen zwischen den Carotiden und den Aortenwurzeln betrachtet werden können — haben bei den verschiedenen Schuppenechsen, bei welchen sie vorkommen, im Verhältniss zu den aufsteigenden Schenkeln oder auch zu den Kopfästen der genannten Bogen eine sehr verschiedene Dicke. Im Vergleich mit den Kopfästen der Carotidenbogen, also im Vergleich mit den stärksten Ästen dieser Bogen, habe ich sie gefunden: *a.* viel dicker, als jene Äste, bei Acontias Meleagris (Taf. II, Fig. 1, *h*), Anguis fragilis und Chamaesaura anguina; *b.* etwas dicker bei Lacerta ocellata, Ameiva vulgaris (Taf. I, Fig. 6, *c*) und Draco viridis; *c.* ungefähr eben so dick bei Lacerta agilis (Taf. II, Fig. 4), Lophyrus giganteus, Agama mutabilis, Phrynosoma Harlanii, Uromastix spinipes, Euprepis Merremii, Gongylus ocellatus, Cyclodus nigroluteus und Platydactylus aegyptius; *d.* etwas dünner bei Ophisaurus ventralis (Taf. II, Fig. 2, *i*), Pseudopus Pallasii (Taf. I, Fig. 5, 3), Iguana tuberculata, Lyriocephalus margaritaceus (Taf. II, Fig. 3), Agama colonorum, Grammatophora barbata, Zonurus cordylus und Platydactylus guttatus; *e.* sehr viel dünner bei Istiurus amboinensis, Tejus Teguixin und Basiliscus mitratus (Taf. II, Fig. 8, *f*).

Bei dem Istiurus, von dem ich ein ansehnlich grosses Exemplar untersuchte, fand ich die absteigenden Schenkel der Carotidenbogen nach Abgabe ihrer Muskeläste nicht völlig halb so dick als die Kopfäste dieser Bogen. Dasselbe war der Fall bei einem 2 Fuss und 6 Linien langen Exemplar von Tejus Teguixin, bei dem sie nach Abgabe ihrer Muskeläste an Dicke den Kehlzungenästen der Carotidenbogen gleich kamen. Am dünnsten aber fand ich sie bei einem 3′ 2‴ langen Exemplar von Basiliscus mitratus, bei dem sie beinahe ihrer ganzen Länge nach — nämlich mit Ausnahme ihres vordersten Theiles, aus dem ein jeder den vorhin beschriebenen Muskelast aussendete — nur als sehr dünne Fäden erschienen (Taf. II, Fig. 8, *f*), so wie auf Querdurchschnitten selbst unter einer Loupe nur einen kleinen Punkt als ihr Lumen und in den Aortenwurzeln nur eine sehr enge Mündung bemerken liessen.

Nach dem Befunde, dass bei ansehnlich grossen Exemplaren einiger Arten von Schuppenechsen die absteigenden Schenkel der Carotidenbogen nur eine verhältnissmässig sehr geringe Dicke haben, lässt sich vermuthen, dass sie bei diesen Arten von Schuppenechsen im Lauf des Lebens immer dünner werden und in einem späten Lebensalter hinter den Stellen, an welchen sie ihre Muskeläste ausgesendet haben, zuletzt durch eine Verwachsung ihre Höhlen gänzlich verlieren. Auch will in der That einer der vorzüglichsten Beobachter, Brücke, bei einem injicirten Weingeist-Exemplar von Podinema (Tejus) Teguixin gefunden haben, dass bei demselben auf beiden Seiten der Verbindungsast zwischen Carotis und Aorta obliterirt war[1]). Indess wäre bei der Angabe dieser Wahrnehmung noch zu wünschen gewesen, dass mein verehrter Freund sich auch darüber erklärt hätte, ob von ihm durch jene Verbindungsäste Querdurchschnitte gemacht und näher betrachtet worden waren. Wenn aber wirklich bei einigen von denjenigen Schuppenechsen, welche noch nach der Beendigung des Fruchtlebens die beschriebenen Anastomosen besitzen, diese in einem späten Lebensalter obliteriren, so wird das wahrscheinlich nur bei solchen der Fall sein, bei welchen sie schon gegen das Ende des Fruchtlebens in ihrer Entwickelung so zurückgeblieben sind, dass sie selbst in frühester Jugend nur eine verhältnissmässig geringe Dicke haben. Für eine solche Wahrscheinlichkeit spricht der Umstand, dass ich bei einem 8″ 3‴ langen Tejus Teguixin, der an dem Bauche noch eine Narbe von einer Nabelöffnung zeigte, also seinen Austritt aus dem Ei nicht lange überlebt haben konnte, die Anastomosen zwischen den Carotiden und Aortenwurzeln verhältnissmässig kaum etwas dicker fand, als bei einem mehr als 2′ langen Exemplar derselben Reptilien-Art.

BB. CAROTIDEN DER CHAMÄLEONIDEN.

§. 20. Aus der Familie dieser Schuppenechsen habe ich auf ihre Arterien untersucht drei erwachsene Exemplare von Chamaeleo vulgaris, ein 9″ 3‴ langes Exemplar von Ch. planiceps, ein 7″ 9‴ langes Exemplar von Ch. verrucosus, ein 5″ langes Exemplar von Ch. pumilus und ein 4″ 9‴ langes Exemplar von Ch. tigris. Alle aber bis auf eins liessen nicht die mindeste Spur von einer Anastomose zwischen je einer Carotis und einer Aortenwurzel erkennen, obgleich ich auf das Aufsuchen einer solchen die möglichste Sorgfalt verwendete, und obgleich bei einigen die Injection der Arterien sehr gut gelungen war. Nur allein bei dem Ch. planiceps war jederseits zwischen den erwähnten Arterien eine Anastomose vorhanden, jedoch hatte sie eine

[1]) Beiträge zur vergl. Anatomie und Physiologie in dem 3. Bande der Denkschriften der mathematisch-naturwissenschaftl. Classe der kais. Academie der Wissenschaften in Wien 1852 (Seite 16 eines Separatabdrucks).

so geringe Dicke, dass sie selbst unter einer stark vergrössernden Loupe nur als ein sehr zarter Faden, und die Injectionsmasse, mit der sie angefüllt war, nur als ein sehr feiner Strich erschien (Taf. II, Fig. 9, *o*). Vor ihrer Mitte sendete übrigens diese Anastomose einen sehr zarten Zweig ab (Taf. II, Fig. 9, *n*), der zwar in Hinsicht seines Ursprunges und seines Verlaufes mit derjenigen Arterie anderer Schuppenechsen übereinstimmte, welche ich in einem der vorigen Paragraphen den Muskelast des Carotidenbogens genannt habe, jedoch nicht zu dem Levator scapulae oder einem anderen Halsmuskel hinzugehen, sondern sich auf der V. jugularis und in dem diese Vene umgebenden Bindegewebe zu verlieren schien. Sonst aber habe ich nur noch einmal, wie ich glaube, einen solchen Zweig bei einem Chamäleon bemerkt, und zwar bei einem Ch. vulgaris, bei dem die Injection nicht besonders gut gelungen war; denn bei diesem Exemplar ging von der Carotis da, wo sich dieselbe in zwei Äste theilte, ein zarter weisslicher und etwas verzweigter Faden nach aussen gegen den Levator scapulae hin, der sich, als ich ihn mit der Carotis ausgeschnitten und unter das Mikroskop gebracht hatte, deutlich als ein von der Carotis abgehendes Gefäss erwies.

Ob Ch. planiceps und noch andere Arten von Chamaeleo, die ich nicht Gelegenheit gehabt habe zergliedern zu können, im erwachsenen Zustande immer noch Anastomosen, wenngleich nur sehr schwache, zwischen den Carotiden und den Aortenwurzeln besitzen, darüber würde eine nähere Auskunft sehr zu wünschen sein. Vorläufig aber dürfte anzunehmen sein, dass bei den geschlechtsreifen Chamäleoniden in der Regel zwischen den Aortenwurzeln und den Carotiden keine Spuren von Anastomosen vorhanden sind und dass bei ihnen auch keine besonderen Arterienäste vorkommen, die sich an den Mm. levatores scapularum und scaleni verbreiteten, sondern für diese Muskeln nur untergeordnete Zweige der Carotiden bestimmt sind.

§. 21. Die Carotidenstämme der Chamäleoniden (Taf. II, Fig. 9, *d* und Fig. 10, *e*), deren Herz, wie bei anderen Schuppenechsen, in dem vordersten Theil der Rumpfhöhle liegt und deren Aortenwurzeln nach vorne ein wenig über die Schulterblätter hinausragen, entspringen dicht vor dem Herzbeutel und unter der Luftröhre aus der rechten Aortenwurzel neben einander. Anfangs verlaufen sie eine Strecke dicht vor den Bogen der Aortenwurzeln, verlassen dann aber dieselben, indem sie weiter nach vorn gehen und neben der Speiseröhre beinahe bis zur oberen Wandung dieser Röhre aufsteigen, und theilen sich darauf in zwei ziemlich stark divergirende Äste, von denen der eine etwas dicker als der andere ist. Der Winkel ihrer Theilung liegt bei Ch. planiceps hinter der Mitte, bei den übrigen Arten der Gattung Chamaeleo, welche ich habe untersuchen können, ungefähr auf der Mitte des sehr kurzen Halses. Diese Verschiedenheit hat darin ihren Grund, dass sich die Carotidenstämme mit ihrem oberen Ende bei der ersteren Art, bei welcher die vorhin erwähnten Anastomosen verbleiben, nur mässig weit von den Aortenwurzeln haben entfernen können, bei den letzteren Arten aber, bei denen jene Anastomosen vergehen, sich mit ihrem oberen Ende ziemlich weit von den Aortenwurzeln entfernt und nach vorn begeben haben.

Der dickere Ast einer jeden Carotis, der von einer V. jugularis und einem N. vagus begleitet wird und dem Kopfaste anderer Schuppenechsen entspricht (Taf. II, Fig. 9, *m* und Fig. 10, *f*), geht neben der Speiseröhre nach vorne und oben zum Hinterkopfe, gibt unterwegs keine Zweige ab und spaltet sich hinter dem Quadratbein in einer mässig grossen Entfernung von demselben in zwei ziemlich stark divergirende Endäste, die eine sehr ungleiche Dicke haben. Der eine von diesen dringt durch die Schädelgrundfläche in die Schädelhöhle ein. Der andere

aber, der drei- bis viermal dicker als jener ist und nach aussen von demselben liegt, gibt hinter dem Quadratbein einen Zweig ab, der sich in dem starken Musc. apertor oris verbreitet, geht darauf an der inneren Seite des Quadratbeines nahe dem oberen Ende desselben vorbei und sendet in seinem Verlaufe mehrere Zweige aus, die für verschiedene nach aussen von der Hirnschale gelegene Körpertheile bestimmt sind. Einer von ihnen, der ziemlich stark und lang ist, geht dicht vor der Gelenkverbindung des Quadratbeines mit dem Paukenbein nach oben, um sich in den sehr starken Mm. temporalis und masseter zu verbreiten. Ein anderer, aber etwas weniger dicker Zweig geht an der inneren Seite des Quadratbeines nach unten und dringt in den Unterkiefer ein. Die übrigen Zweige habe ich nicht gehörig erkennen und verfolgen können. Ein Zweig, der als ein Ramus spinalis betrachtet werden könnte, wird allem Anschein nach weder von dem beschriebenen Aste selbst, noch von einem seiner beiden Endäste in den Canal der Wirbelsäule oder in die Schädelhöhle hineingesendet; denn ungeachtet vieler Mühe habe ich nach einem solchen bei Ch. vulgaris und Ch. planiceps vergeblich gesucht.

Der dünnere Ast der Carotis (Taf. II, Fig. 9, *e—l* und Fig. 10, *g—o*), der den Thymusdrüsenast, den Kehlzungenast und den Muskelast anderer Schuppenechsen vertritt, geht neben der Speiseröhre nach vorne und unten zu dem Zungenbein und der Zunge hin. Gleich nach seinem Ursprunge oder — wie es ausnahmsweise bei einem Exemplar von Ch. vulgaris der Fall war — erst in der Nähe seiner Mitte sendet er einen starken Zweig ab, der sich in einige untergeordnete Zweige theilt. Der eine von diesen (Taf. II, Fig. 9, *e* und Fig. 10, *o*) verläuft nach hinten, unten und aussen und verbreitet sich in dem sehr starken M. levator scapulae, nachdem er sich zunächst zu dessen hinterem Ende begeben hat, ferner in dem M. scalenus, der hinteren Hälfte des sehr dünnen M. omohyoideus, dem nur sehr mässig breiten M. sternomastoideus und dem M. deltoideus. Ein zweiter Nebenzweig geht nach unten und aussen, um sich in dem M. omohyoideus, hauptsächlich aber in dem sehr grossen und nicht, wie bei anderen Schuppenechsen, über jenem, sondern neben demselben gelegenen M. sternohyoideus zu verbreiten. Ein dritter Nebenzweig (Taf. II, Eig. 9, *g* und Fig. 10, *m*) geht nach unten zu der Thymus, für die er nur allein bestimmt ist. Ein vierter endlich (Taf. II, Fig. 9, *h* und Fig. 10, *l*), den ich bei Ch. planiceps und Ch. pumilus ziemlich lang, bei Ch. vulgaris aber viel kürzer gefunden habe, geht an der Seitenwandung der Speiseröhre nach vorn, verbreitet sich theils an dieser Wandung, theils an der unteren Wandung der Speiseröhre und schickt wahrscheinlich auch der Luftröhre einige Reiser zu.

Nachdem der dünnere Ast der Carotis communis den beschriebenen starken Zweig abgegeben hat, sendet er dicht hinter dem zweiten Zungenbeinhorn einen langen und dünnen Zweig nach vorne und oben aus (Taf. II, Fig. 9, *k* und Fig. 10, *h*), der sich an dem M. pterygoideus externus, dem M. apertor oris und der hinteren Hälfte des M. latissimus colli ausbreitet. Darauf geht dieser Ast an der inneren Seite des obersten Theiles des starken zweiten Zungenbeinhorns weiter nach vorn, schlägt sich vor demselben um die nach aussen und innen gekehrte Seite eines Muskels herum, der mässig breit am Unterkiefer entspringt und sich verschmälert nach hinten zu dem äusseren Ende des erwähnten Zungenbeinhorns begibt[1]), läuft nunmehr, indem er von dem Nervus hypoglossus begleitet wird, über dem M. geniohyoideus und neben der vorderen Hälfte eines häutigen Sackes, der bei den Chamäleoniden

[1]) Vielleicht entspricht dieser Muskel dem vorderen Bauche des M. digastricus des Menschen.

zwischen dem Kehlkopfe und der Luftröhre einen grossen Kropf bildet[2]), eine mässig grosse Strecke schräg nach vorne und innen und theilt sich zuletzt in vier verschiedene Zweige. Der eine von diesen geht nach hinten und oben zu dem äusseren (oberen) Ende des zweiten Zungenbeinhorns und verbreitet sich in dem hinteren Theil des M. geniohyoideus, dem gleichen Theil des schon erwähnten Muskels, welcher sich vom Unterkiefer zu dem äusseren Ende des zweiten Zungenbeinhorns begibt, wie auch in einem kurzen und dicken Muskel, der sich über dem M. geniohyoideus von dem äusseren Ende des zweiten Zungenbeinhorns zu dem hinteren Ende des Zungenbeinkörpers begibt. Der zweite Endzweig des Astes hat eine Richtung nach hinten und innen gegen das hintere Ende des Zungenbeinkörpers, an dem er in den M. sternohyoideus übergeht. Der dritte Zweig, der viel stärker als die beiden ersten und auch ziemlich lang ist, verläuft nach vorne und oben zu dem Kehlkopfe und breitet sich theils in diesem Organ, theils auch an dem Kropfe oder Luftsacke und der vordersten Partie der Speiseröhre aus. Der vierte Zweig geht über dem Zungenbeinkörper in die Zunge über.

CC. CAROTIDEN DER VARANIDEN.

§. 22. Wie bei Psammosaurus griseus nach den von Corti gemachten Angaben, sendet auch bei Varanus bivittatus, Var. niloticus und Var. ornatus — von deren jedem ich zwei injicirte Exemplare untersucht habe — die rechte Aortenwurzel, indem sie aus dem Herzbeutel, der in der Rumpfhöhle weit nach hinten liegt (§. 4), hervortritt, für die Carotiden einen Arterienstamm aus, der um sehr Vieles länger ist, als ich ihn bei irgend einer anderen Schuppenechse gesehen habe (Taf. III, Fig. 1, 2). Bei einem Var. niloticus, dessen Rumpfhöhle 4″ 11‴ lang war, betrug seine Länge $9^1/_2$‴, und ähnlich verhielt sich seine Länge zu der Länge der Rumpfhöhle auch bei Var. bivittatus und Var. ornatus. Von seinem Ursprunge aus läuft dieser Stamm auf der rautenförmigen Platte des Brustbeines ziemlich gerade nach vorne, worauf er sich gegenüber dem vorderen Rande der erwähnten Platte und um ein Geringes vor dem Theilungswinkel der Luftröhre oder auch schon unterhalb desselben unter einem spitzen Winkel in zwei symmetrische Carotides communes spaltet.

Ganz nahe seinem Ursprunge gibt der angeführte Arterienstamm bei den Varanen in der Regel, wie bei Psammosaurus griseus, einen kurzen sich in zwei Aa. mammariae internae theilenden Ast ab, statt dass bei anderen Schuppenechsen, welche dergleichen Gefässe besitzen, dieselben geschieden von einander aus den Aa. subclaviae entspringen (§. 29, *c*). Bei einem Exemplar von Var. niloticus aber fand ich eine erhebliche Ausnahme von dieser Regel, indem bei ihm die linke A. mammaria interna aus der Carotis primaria dicht hinter deren Theilungswinkel, die rechte etwas vor demselben aus der Carotis communis dextra entsprang.

§. 23. Die gemeinschaftlichen Carotiden haben bei den Varaniden, deren Hals im Vergleich mit den übrigen Schuppenechsen beträchtlich lang ist, ebenfalls eine ansehnliche Länge (Taf. III, Fig. 1, 3, 3, und Fig. 2, 1). Von ihrem Ursprunge verlaufen sie divergirend, ohne eine S förmige Krümmung zu bilden oder sich zu schlängeln, erst unter der Luftröhre und Speiseröhre, dann weiter nach vorn neben der letzteren und immer mehr sich von der ersteren entfernend zum Kopfe hin, wobei sie ungefähr auf der Mitte des Halses an der inneren Seite

[1]) Den erwähnten Sack, der von Ch. vulgaris längst bekannt ist, habe ich auch bei Ch. planiceps, Ch. verrucosus, Ch. pumilus und Ch. tigris gefunden.

der sehr langen Zungenbeinhörner des zweiten oder hinteren Paares vorbeigehen, welche Hörner eine sehr schräge Richtung nach hinten und aussen haben und nebst dem Zungenbeinkörper im Verhältniss zu der ganzen Länge des Halses viel weiter nach hinten liegen, als bei den übrigen Schuppenechsen. Doch gehen sie nicht unmittelbar an der inneren Seite dieser Hörner vorbei, sondern sind von denselben durch die Mm. sternomastoidei, die übrigens bei den Varaniden mit den Mm. trapezii völlig verschmolzen sind, geschieden und zunächst bedeckt. Vor dem hinteren Zungenbeinhorn und nur in einer mässig grossen Entfernung von ihm theilt sich dann jede Carotis communis bei den Varanus-Arten gleicherweise, wie bei dem Psammosaurus griseus, unter einem spitzen Winkel in zwei Äste, die in Hinsicht ihrer Verbreitung denjenigen Ästen der mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen entsprechen, welche ich den Kopfast und den Kehlzungenast genannt habe. In ihrem Verlauf wird übrigens eine jede Carotis communis und ihr Kopfast von einer Vena jugularis und einem Nervus vagus, die sich an der äusseren Seite derselben hinziehen, begleitet.

§. 24. Bevor sich bei den Varanen die Carotis communis gabelförmig in die beiden erwähnten Äste theilt, sendet sie einige an Grösse sehr verschiedene Seitenäste aus.

a. Noch innerhalb der Rumpfhöhle gibt sie einen zwar nur wenig dicken, doch ziemlich weit verbreiteten Ast ab (Taf. III, Fig. 1, 4 und Fig. 2). Denn ausserdem, dass sich derselbe an dem hintersten Theil des Luftröhrenstammes und einem ebenfalls nur kleinen Theil der Speiseröhre verbreitet, sendet er zwei grössere Zweige aus, von denen der eine neben dem N. vagus eine ziemlich grosse Strecke nach hinten läuft und durch mehrere Reiser den Luftröhrenast seiner Seite mit Blut versorgt, der andere sich nach unten und aussen begibt und sich in einem langen strangförmigen Muskel verbreitet, der seiner Lage nach dem M. triangularis sterni des Menschen entspricht, aber theils von dem Brustbeinhorne seiner Seite und dem vorderen Ende der beiden mit diesem Horne verbundenen Rippen, theils auch von der rautenförmigen Platte des Brustbeines entspringt und sich vorne an die innere Seite des breiten Hackenschlüsselbeines ansetzt.

b. Gleich nach ihrem Austritte aus der Rumpfhöhle entsendet die Carotis communis einen ansehnlich starken nach unten und aussen gehenden Ast, der sich in mehrere Zweige theilt, wenngleich bei verschiedenen Exemplaren der Varanen in verschiedener Weise (Taf. III, Fig. 2, 4). Der kleinste von ihnen geht zu einer verhältnissmässig nur kleinen Blutdrüse, die in dem hintersten Theil des Halses dicht vor dem vorderen Stück des Brustbeines (dem Episternalknochen) neben und unter der Luftröhre liegt, einen fast nierenförmigen und mässig dicken Körper darstellt, mit ihrem grössten Durchmesser quer gerichtet ist und der Thymusdrüse anderer Schuppenechsen entspricht (Fig. 1 und 2). Ein anderer ziemlich grosser Zweig verbreitet sich an dem mittleren Theil der Speiseröhre. Ein dritter läuft neben der Luftröhre nach vorne bis zu dem Zungenbeinkörper, auf welchem Wege er etliche Reiser in einer Reihe nach einander an die Luftröhre absendet (Fig. 1, 8 und Fig. 2, 5). Bei einem Exemplar von Var. niloticus aber, bei dem dieser Ast nur wenig Injectionsmasse aufgenommen hatte, schien mir ein besonderer neben der Luftröhre verlaufender Zweig zu fehlen und für den mittleren Theil dieser Röhre mehrere Reiser desjenigen Zweiges, der auf dem mittleren Theil der Speiseröhre ausgebreitet ist, bestimmt zu sein. Ein vierter und fünfter Zweig schlagen sich von entgegengesetzten Seiten um den M. sternohyoideus (Fig. 1, *o*) herum, dringen zwischen diesem Muskel und dem dicht unter ihm liegenden M. omohyoideus (Fig. 1, *n*) ein und versorgen beide mit Blut. Ein sechster Zweig endlich, der zwischen den Mm. omohyoideus,

sternohyoideus und sternomastoideus (Fig. 1, *n*, *o* und *p*) nach aussen hindurchdringt (Fig. 1, 5), versorgt theils diese Muskeln, theils auch den M. latissimus colli mit Blut.

c. Ein dritter Ast, der ebenfalls ansehnlich stark ist, entspringt aus der Carotis communis entweder ein klein wenig weiter nach vorn, als der vorige, oder dicht neben demselben, oder auch, wie ich bei einem Exemplar von Var. bivittatus gesehen habe, mit ihm zu einem sehr kurzen Stämmchen verbunden. Es schlägt sich dieser Ast — der demjenigen Arterienaste des Psammosaurus zu entsprechen scheint, welchen Corti einen Ramus muscularis der Carotis communis genannt und in der vierten Abbildung seiner Schrift mit Nr. 2 bezeichnet hat — von innen nach aussen um die obere Seite der V. jugularis herum, gelangt zur inneren Seite des starken M. levator scapulae und theilt sich in etliche Zweige, die sich an der hinteren grösseren Hälfte dieses Muskels, wie auch an dem verhältnissmässig nur kleinen M. scalenus und der hinteren Hälfte des mit dem Trapezius verschmolzenen M. sternomastoideus ausbreiten (Fig. 2, 2 und 3). Es verhält sich also dieser Ast in seinem Verlaufe und seiner Ausbreitung ähnlich, wie bei den mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen derjenige Ast dieser Bogen, welchen ich den Muskelast derselben genannt habe. Sein Ursprung aber ist ein anderer, als der Ursprung des erwähnten Muskelastes jener Schuppenechsen, wie sich weiterhin (§. 48) ergeben wird.

Ein wenig vor dem Ursprunge der beiden zuletzt beschriebenen Äste liegt ein ähnliches Stammganglion des N. vagus, als bei den mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen da vorkommt, wo sich ungefähr die Mitte eines solchen Bogens befindet (§. 12).

d. Weiter nach vorn sendet die Carotis communis nach aussen und oben einen oder zwei viel kleinere Äste aus, die zwischen den Mm. levator scapulae und sternomastoideus eindringen und sich zwischen denselben ausbreiten (Fig. 2).

§. 25. Von den beiden Ästen, in die sich die Carotis communis zwischen dem hinteren und vorderen Zungenbeinhorn unter einem spitzen Winkel spaltet, ist der eine beinahe zweimal so dick, als der andere. Der dünnere Ast (Taf. III, Fig. 1, 9, Fig. 2, 6 und Fig. 3, 3) geht zwischen den beiden Zungenbeinhörnern seiner Seite schräg nach unten und vorn, wobei er auf einer ziemlich grossen Strecke seines Weges von dem Zungenaste des Nervus hypoglossus begleitet wird, und dringt bald nach seinem Ursprunge zwischen den Musc. keratoglossus und M. genioglossus ein, von denen der erstere, der zwischen dem vorderen und hinteren Zungenbeinhorn ausgespannt ist, nur in einer kleinen Muskelschicht besteht (Taf. III, Fig. 2, *l*), der letztere, der jenen von unten her völlig verdeckt, seinem grösseren Theile nach eine ansehnlich lange und beträchtlich breite, unter dem vorderen Zungenbeinhorn hinweggehende und an das ganze hintere Zungenbeinhorn angeheftete Muskelschicht darstellt (Taf. III, Fig. 1, *f*, *f*). In einiger Entfernung von seinem Ursprunge sendet dieser Ast einen ziemlich starken Zweig ab, der sich an dem M. sternomastoideus und der unteren Seite des M. geniohyoideus verbreitet (Fig. 1, 6). Weiterhin, wo er schon zwischen den Mm. geniohyoideus und keratohyoideus zu liegen gekommen ist, entsendet er ausser einigen kleinen Zweigen für diese beiden Muskeln einen zwar nur dünnen, jedoch ziemlich langen Zweig, der unter dem zweiten Segment des vorderen Zungenbeinhorns nach vorne geht und sich theils an dem M. sternomastoideus, theils auch an dem M. pterygoideus externus verbreitet (Taf. III, Fig. 2). Nachdem aber der Ast die angeführten Seitenzweige abgegeben hat, theilt er sich zwischen den beiden Zungenbeinhörnern in zwei Endzweige. Der eine von diesen begibt sich sogleich zu dem langen strangförmigen M. hyoglossus und läuft an demselben, begleitet von einem Zweige des N. hypo-

glossus, grösstentheils nach vorn gegen die Zunge hin (Taf. III, Fig. 1, 10, Fig. 2 und Fig. 3). Der andere Endzweig, der meistens dicker als der erstere ist, dringt durch den M. keratohyoideus nach oben hindurch (Fig. 2), verläuft darauf schräg nach unten und vorn, erst zwischen dem so eben genannten Muskel und der Speiseröhre, dann zwischen dem ersten oder nach vorne und aussen gerichteten Segment des vorderen Zungenbeinhorns und der Speiseröhre (Fig. 3), und verbreitet sich zuletzt an dem vorderen Theil der Luftröhre, der über dem Zungenbeinkörper liegt, und an dem Kehlkopfe. Sehr wahrscheinlich dringt der erstere von den beschriebenen beiden Endzweigen auch in die Zunge ein, doch habe ich ihn niemals bis in sie hinein verfolgen können. Auch bin ich überhaupt ausser Stande angeben zu können, durch welche Zweige der Carotiden bei den Varanus-Arten die Zunge hauptsächlich mit Blut versorgt wird. Bei Psammosaurus griseus, bei dem sich auch die Verzweigung der beiden Endäste der Carotis communis sehr ähnlich verhält, wie bei den Varanus-Arten, soll nach einer Angabe von Corti, die ich jedoch bezweifeln möchte, die Zunge ihr Blut hauptsächlich aus zwei paarigen Arterien erhalten, welche, nachdem sie ähnlichermassen, wie die Aa. alveolares inferiores der Säugethiere, durch die Seitenhälften des Unterkiefers eine Strecke hindurchgegangen sind, aus denselben hervortreten, auf die Zunge übergehen und sich in ihr verbreiten.

§. 26. Der andere oder dickere Endast der Carotis communis, der dem Kopfaste der mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen entspricht, erscheint als eine gerade Fortsetzung seines Stammes, verläuft ziemlich geradlinig nach vorne und etwas nach oben neben dem vordersten Theile der Speiseröhre, wird von dem Nervus vagus begleitet und begibt sich zu dem Hinterkopfe (Taf. III, Fig. 2, 6 und Fig. 3, 2). Auf dem Wege, den er zurücklegt, sendet er etliche Seitenzweige aus und theilt sich darauf in einer geringen Entfernung von dem Quadratbeine zwischen dem vordersten Theile der Speiseröhre und dem M. apertor oris in zwei Endzweige.

a. Von den Seitenzweigen, die er abgibt, gehen vier in einer Reihenfolge nach aussen und oben, dringen zwischen die Muskeln des Nackens ein und verhalten sich in Hinsicht ihrer Grösse dermassen, dass der hinterste von ihnen am längsten, der vorderste am kürzesten zu sein pflegt. Der hinterste läuft, zunächst bedeckt von den Mm. sternomastoideus und trapezius, an der äusseren Seite der Mm. levator scapulae und complexus cervicis nach dem M. splenius capitis hin, verbreitet sich an allen diesen Muskeln und sendet wahrscheinlich auch zu den tiefer liegenden Nackenmuskeln Reiser hin (Fig. 2 und 3). Der zweite verläuft zwischen denselben Muskeln, wie der erste, und gibt auch einen zarten Nebenzweig ab, der neben dem dritten Nervus spinalis zur Wirbelsäule geht und vielleicht in den Canal der Wirbelsäule eindringt (Fig. 2 und 3). Die beiden vordersten sind zwar nur wenig lang, doch ziemlich dick, verlaufen neben dem zweiten und ersten Nervus spinalis nach innen und dringen als Rami spinales in den Canal der Wirbelsäule und in die Schädelhöhle ein, geben aber auch einige Reiser an diejenigen Halsmuskeln ab, zwischen denen sie hindurchgehen. Der vorderste von ihnen entspricht seiner Lage und seinem Verlaufe nach dem Ramus spinalis des Kopfastes der Ameiva vulgaris. (Bei dem Psammosaurus griseus geht nach Corti's Angabe von dem Kopfaste einer jeden Carotis communis ein besonderer Zweig als ein Ramus cervicalis ab, der zwei Rami spinales aussendet.)

b. Zwei andere Seitenzweige sendet der Kopfast der Carotis communis nach unten und vorne ab (Fig. 2 und 3). Der hintere grössere verbreitet sich hauptsächlich an der Speiseröhre und einer kleinen besonderen Abtheilung des M. geniohyoideus, deren hinteres Ende an das

zweite Segment des vorderen Zungenbeinhorns angeheftet ist (Fig. 1, f^*, f^*). Der vordere kleinere Seitenzweig verbreitet sich theils ebenfalls an der Speiseröhre, theils auch an dem M. pterygoideus externus und dem unteren Ende des M. apertor oris.

Die beiden Endäste, in die sich der Kopfast der Carotis communis sehr nahe dem Trommelfelle und dem Quadratbeine theilt, gehen unter einem sehr spitzen Winkel aus einander und haben eine ungleiche Dicke (Fig. 3). Der dünnere dringt durch ein kleines Loch (Foramen caroticum), das sich in der unteren Wandung der Hirnschale befindet, in die Schädelhöhle ein, der etwas dickere aber, der nach aussen von jenem liegt, begibt sich dicht über dem Gehörknöchelchen und hoch oben an dem Quadratbeine zu der inneren Seite des letzteren Knochens, um sich darauf an Theilen des Kopfes, welche ausserhalb der Schädelhöhle liegen, zu verbreiten. Ihre Verzweigungen habe ich nicht gehörig untersuchen können, weil in dieselben die Injectionsmasse entweder gar nicht oder nur sehr wenig eingedrungen war; wahrscheinlich aber werden sie sich ähnlich verhalten, wie bei dem Psammosaurus griseus, bei dem es Corti möglich gewesen ist, sie ausführlich beschreiben zu können. Nur so viel vermag ich anzugeben, dass der dickere oder äussere Endast gleich nach seinem Ursprunge einen mässig starken Zweig nach hinten zu den Nackenmuskeln sendet.

Vergleicht man die Beschreibungen und Abbildungen, welche Corti von den Kopfarterien des Psammosaurus griseus und ich von denen der Iguana tuberculata gegeben haben, mit einander, so wird man finden, dass die starke Arterie, welche bei diesen beiden Thierarten mit zwei an Dicke ungleichen Endästen nach innen von dem Quadratbeine in den Kopf eindringt, in ihrem Verlaufe und ihrer Verbreitung sich bei der einen wesentlich eben so verhält, wie bei der andern. Der stärkere von den beiden Endästen dieser Arterie, der über dem Gehörknöchelchen nach vorne und oben geht (die Carotis externa nach Corti), läuft nämlich bei den beiden genannten Sauriern erst über die äussere Seite des Beissmuskels, dann aber unter dem Auge hinweg, gelangt darauf zum Oberkiefer und erstreckt sich, indem er auf dem letzten Drittel seiner Bahn eine Art. dentalis superior darstellt, bis an das Ende der Schnauze hin. In einiger Entfernung von seinem Ursprunge aber entsendet er einen starken Zweig, der als eine Art. dentalis inferior in den Unterkiefer eindringt, weiterhin einen zweiten starken Zweig, der sich unter dem Dache der Augenhöhle zu der vorderen Wandung dieser Höhle begibt, an ihr herabsteigt und ein Paar Seitenzweige nach vorne zu der Schleimhaut der Nasenhöhle abschickt, und noch etwas weiter nach vorne einen schwächeren dritten Zweig, der tief in die Augenhöhle eindringt und sich an der äusseren Seite des Sehnerven zu dem Auge begibt. Der andere oder dünnere Endast der angeführten Kopfarterie (die Carotis interna nach Corti), der nach vorne und unten zu der Schädelgrundfläche geht, theilt sich bei den beiden genannten Sauriern an dem Foramen caroticum externum in zwei Zweige. Von diesen dringt alsdann der eine als Carotis cerebralis in die Schädelhöhle ein, verbreitet sich in dem Gehirn und dessen Gefässhaut, und sendet auch eine Art. ophthalmica aus, die mit dem Sehnerven in die Augenhöhle übergeht und sich hinter dem Auge mit demjenigen Zweige des anderen Astes, welcher sich ebenfalls zum Auge begeben hatte, unter einem Bogen vereinigt. Der andere Zweig des letzteren Astes aber, welcher Zweig von Corti als eine Art. infraorbitalis aufgeführt, von mir wegen der Lage und Verbreitung, welche er bei dem Leguan zeigt, als eine Art. palatinonasalis bezeichnet worden ist, verläuft bei dem Psammosaurus eben so, wie bei der Iguana, auf der aus Häuten und dem Flügelbein zusammengesetzten unteren Wandung der Augenhöhle und verbreitet sich zum Theil in dem Beissmuskel. Im Übrigen scheint zwar dieser

letztere Zweig nach den Angaben, welche Corti und ich über ihn gemacht haben, sich bei dem einen von den beiden genannten Sauriern nicht so, wie bei dem anderen, zu verhalten; da jedoch die anderen Kopfarterien keine erheblichen Verschiedenheiten zeigen, so dürfte es noch fraglich sein, ob nicht dieser letztere Zweig auch bei dem Psammosaurus, wie es bei dem Leguan der Fall ist, an der vorderen Wandung der Augenhöhle in den über dem Auge verlaufenden Zweig des anderen Astes übergeht.

B. ARTERIAE SUBCLAVIAE.

§. 27. Dergleichen Blutgefässe kommen auch bei einigen solchen Schuppenechsen vor, welche keine Vorderbeine besitzen, namentlich auch bei Anguis fragilis, Ophisaurus ventralis und Pseudopus Pallasii, sind jedoch bei ihnen nur sehr dünn und breiten sich ausserhalb der Rumpfhöhle nur in zwei kleinen Muskeln aus, die sich mit den Mm. serrati antici majores der Säugethiere vergleichen lassen, so wie nach aussen von denselben in einem Theil der Hautbedeckung. Bei Acontias Meleagris aber ist von diesen Gefässen eben so wenig, als bei den Ringelechsen und Schlangen, irgend eine Andeutung vorhanden.

Nach den bisherigen Erfahrungen gehen bei den Schuppenechsen die Aa. subclaviae niemals vereint mit den gemeinschaftlichen Carotiden, sondern immer getrennt von denselben aus der Aorta hervor, und es besitzen also diese Thiere keine Aa. anonymae. Näher angegeben entspringen sie ziemlich weit entfernt von den Carotiden dicht unter der Rückenwand des Rumpfes aus dem absteigenden Schenkel der rechten Aortenwurzel, jedoch bald mehr, bald weniger weit nach hinten. Nur eine mässig grosse Strecke hinter seinem Anfange sendet derselbe sie aus bei den Chamäleonen, vor seiner Mitte bei Iguana tuberculata und den Varanen, ungefähr auf seiner Mitte bei Tejus Teguixin, hinter seiner Mitte bei Basiliscus mitratus, Lophyrus giganteus, Anolis carolinensis, Phrynosoma Harlanii, Polychrus marmoratus, Calotes pictus, Gongylus ocellatus und Ophisaurus ventralis, kurz vor seinem Ende oder doch nur in einer sehr mässig grossen Entfernung von demselben bei Anguis fragilis, Pseudopus Pallasii, Lacerta agilis, Lac. ocellata[1]), Grammatophora barbata, Agama colonorum, Ag. mutabilis, Ameiva vulgaris, Lyriocephalus margaritaceus, Platydactylus guttatus, Plat. aegyptius, Euprepis Merremii, Zonurus cordylus und Chamaesaura anguina, völlig aus seinem Ende bei Draco viridis. Auch ist ihr Ursprung in so fern verschieden, als sie entweder *(a)* getrennt von einander, oder *(b)* gemeinschaftlich mittelst eines besonderen Stammes aus der rechten Aortenwurzel hervorgehen.

a. Der erstere Fall ist der am öftersten vorkommende, und in ihm entspringen beide Arterien entweder neben einander, oder einander gegenüber, oder auch, wie ich dies bei Iguana tuberculata, Ameiva vulgaris, Tejus Teguixin, Lyriocephalus margaritaceus, Gongylus ocellatus, Chamaesaura anguina, Platydactylus aegyptius, Chamaeleo vulgaris, Cham. planiceps und bei einem Exemplar von Lacerta agilis fand, die eine etwas hinter der anderen.

[1]) Bei zwei Exemplaren von Lacerta ocellata, die ich untersuchte, gingen die Aa. subclaviae, wie bei anderen Schuppenechsen, unmittelbar von der rechten Aortenwurzel ab. Ich muss daher vermuthen, dass eine von Joh. Müller gemachte Äusserung, nach welcher bei diesem Thiere eine jede Aortenwurzel eine A. subclavia abgeben soll (Zeitschrift für Physiologie von Tiedemann und Treviranus, Bd. IV, S. 231), auf einer Täuschung beruht hat, die dadurch hervorgebracht war, dass bei Lac. ocellata, wie bei den meisten Schuppenechsen, die linke A. subclavia über die linke Aortenwurzel hinweggeht.

b. Der andere Fall ist bei Lacerta ocellata, Lophyrus giganteus, Grammatophora barbata, Phrynosoma Harlanii[1]), Anguis fragilis, Pseudopus Pallasii, Ophisaurus ventralis und den Varaniden bemerkt worden. Bei den vier zuerst genannten Sauriern hat der für beide Aa. subclaviae bestimmte Stamm nur eine sehr geringe Länge; ziemlich lang aber ist er bei Anguis fragilis und Pseudopus Pallasii, bei denen er unter dem fünften und vierten Rückenwirbel verläuft, dessgleichen bei Ophisaurus ventralis, Varanus niloticus, V. bivittatus und V. ornatus, bei denen er sich vom siebenten Rückenwirbel, unter dem er entspringt, bis zu dem fünften Rückenwirbel erstreckt. Die Verschiedenheit in seiner Länge hängt einestheils davon ab, ob er näher oder entfernter von dem Ende der rechten Aortenwurzel entspringt, anderentheils aber davon, wie weit nach hinten in dem Rumpfe die Aortenwurzeln sich vereinigen. Ausserdem sind auch die Lage und Richtung des in Rede stehenden Gefässstammes bei verschiedenen Schuppenechsen etwas verschieden. Bei Ophisaurus, Anguis und Pseudopus verläuft er in der Mittelebene des Körpers gerade von hinten nach vorne und liegt zwischen zwei Muskeln eingeschlossen, die den Mm. longi colli nebst den Mm. recti capitis antici majores des Menschen entsprechen. Bei den Varanen aber, bei denen er aus der rechten Aortenwurzel kurz vorher entspringt, ehe diese durch einen schon oben (§. 5) beschriebenen Muskelstrang hindurchgeht, wendet er sich von seiner Ursprungsstelle, die rechts von der Mittelebene des Körpers liegt, in seinem Verlaufe nach vorne etwas nach der linken Seite hin, um zu der Mittelebene des Körpers zu gelangen, in der er sich dicht hinter den Mm. longi colli in seine beiden Äste, die Aa. subclaviae, theilt. Ähnlich verhält er sich in seinem Verlaufe auch bei dem Psammosaurus griseus, bei dem er sich nach Corti ebenfalls erst etwas links hinwendet und darauf bis zu dem Theilungswinkel der Luftröhre nach vorn geht.

§. 28. Meistens verlaufen die Aa. subclaviae nach den Achseln beinahe quer durch die Rumpfhöhle, nämlich nur wenig oder doch nur mässig nach vorn, sehr selten (Tejus Teguixin) gegentheils etwas nach hinten gewendet. Bei den Varaniden aber haben sie eine so schräge Richtung nach vorne und aussen, dass sie mehr dorthin als hierhin gewendet erscheinen. Ferner geht in der Regel die linke A. subclavia über der Aortenwurzel ihrer Seite hinweg, indem sie mit derselben sich kreuzt. Bei den Varaniden aber geht sie theils wegen ihres Ursprunges mit der rechten A. subclavia aus einem besonderen, von der rechten Aortenwurzel ausgesendeten, nach vorn verlaufenden und ziemlich langen Stamme, theils auch wegen ihrer sehr schrägen Richtung nach vorne und aussen vor der linken Aortenwurzel, wie die rechte vor der rechten Aortenwurzel vorbei. In der Regel auch sind diese Arterien auf ihrem Wege zu den Achseln zum Theil von unten her durch die Mm. longi colli bedeckt, indem sie gleich nach ihrem Ursprunge über denselben hinweggehen. Ausnahmsweise aber gehen sie bei Ophisaurus ventralis, Anguis fragilis, Pseudopus Pallasii, Ameiva vulgaris, Iguana tuberculata, Gongylus ocellatus, Anolis carolinensis, Chamaesaura anguina, Platydactylus aegyptius, Platyd. guttatus, Chamaeleo vulgaris, Cham. verrucosus und Cham. planiceps nicht über, sondern unter jenen Muskeln nach aussen hin. Von der Dicke der genannten Muskeln ist diese Verschiedenheit ihres Verlaufes nicht abhängig; denn bei mehreren Schuppenechsen gehen die Aa. subclaviae unter den Mm. longi colli an Stellen hinweg, an denen die genannten Muskeln eine beträchtliche Dicke haben, dagegen bei Basiliscus mitratus über jenen Muskeln an Stellen, wo dieselben nur sehr dünn und überhaupt am dünnsten sind, nämlich über den sehnigen

[1]) Unter drei Exemplaren von Phrynosoma kam jedoch dieser Fall nur bei zweien vor.

hinteren Enden derselben. Zudem sah ich bei einem Tejus Teguixin, dass die rechte A. subclavia unter, die linke über dem M. longus colli ihrer Seite hinwegging, obwohl diese beiden Muskeln an den Stellen, wo sich die genannten Arterien mit ihnen kreuzten, gleich dick waren. Eine andere Ausnahme von der Regel machen die Aa. subclaviae in Hinsicht ihres Lagerungsverhältnisses zu den Mm. longi colli bei den Varaniden, indem sie namentlich bei Varanus bivittatus, V. ornatus und V. niloticus von ihrem Ursprunge, der sich dicht hinter jenen Muskeln befindet, auf einer ziemlich langen Strecke zu den Seiten derselben verlaufen.

Wenn die angeführten beiden Arterien über den Mm. longi colli hinweggehen, schliessen sie sich bald nach ihrem Ursprunge den Nerven an, welche die Plexus brachiales zusammensetzen, um sich mit denselben zu den Achseln zu begeben; wenn sie aber unter jenen Muskeln hinweggehen, so sind sie auf einer Strecke ihres Weges durch dieselben von den Nerven der Plexus brachiales getrennt, weil diese jedenfalls über jenen nach aussen gehen.

§. 29. Mit den Plexus brachiales dringen die Aa. subclaviae aus der Rumpfhöhle zwischen den Hackenschlüsselbeinen und den vorderen das Brustbein nicht erreichenden Rippenpaaren hervor, indem sie unter dem hintersten Theil der Mm. scaleni hinweggehen. In ihrem Verlaufe nun aber bis dahin, wo sie über die Mm. scaleni hinausgelangt sind, senden diese Gefässstämme bei verschiedenen Schuppenechsen eine verschiedentlich grosse Zahl von Ästen aus.

a. Bei einigen Arten geben sie sehr nahe ihrem Ursprunge ein Paar Äste ab, die über den Mm. longi colli nach vorn gehen und mit dem Namen der Aa. vertebrales belegt werden können. Bei anderen aber wird die eine von diesen Arterien oder werden beide unmittelbar von der rechten Aortenwurzel ausgesendet. Ich werde desshalb über sie erst weiterhin (§. 30) ein Näheres angeben.

b. Weiter nach aussen und unten sendet jede A. subclavia einen Ast oder einige wenige an Zahl und Grösse sehr wechselnde Äste aus, die sich in dem M. scalenus, M. subscapularis und M. deltoideus verbreiten.

c. In der Gegend, wo die A. subclavia aus der Rumpfhöhle nach aussen hervordringt, gibt sie bei denjenigen Schuppenechsen, welche ein ausgebildeteres Brustbein besitzen, einen nach hinten gerichteten Ast ab, der gleich nach seinem Ursprunge seitwärts von der rautenförmigen Platte des Brustbeines zwischen den Musc. triangularis sterni, den er wohl jedenfalls mit Blut versorgt, und die Knorpel der wahren Rippen eindringt. Man kann ihn als entsprechend der Art. mammaria interna der Säugethiere ansehen, obwohl er nicht jedenfalls über das Brustbein nach hinten hinausgeht. Seine Länge nämlich und mit derselben auch seine Dicke ist bei verschiedenen Arten der Schuppenechsen gar sehr verschieden. Bei Lacerta agilis z. B. erstreckt er sich nicht über den Raum zwischen den Knorpeln der zweiten und dritten wahren Rippe hinaus und verbreitet sich nur in dem Musc. triangularis sterni und denjenigen Intercostalmuskeln, welche sich zwischen den drei vorderen wahren Rippen befinden. Bei Platydactylus guttatus, Lophyrus giganteus und Lyriocephalus margaritaceus reicht er bis zu dem Knorpel der dritten, bei Anolis carolinensis und Iguana tuberculata bis zu dem Knorpel der vierten wahren Rippe. Bei Tejus Teguixin, Ameiva vulgaris, Basiliscus mitratus, Grammatophora barbata, Agama mutabilis, Phrynocephalus caudivolvulus, Chamaeleo vulgaris, Cham. planiceps und wahrscheinlich auch bei den übrigen Chamäleon-Arten läuft er neben der rautenförmigen Platte des Brustbeines über den Knorpeln aller wahren Rippen, und bei denjenigen von diesen Schuppenechsen, bei welchen das Brustbein nach hinten in zwei stark divergirende Hörner ausgeht, auch über dem Brustbeinhorn seiner Seite hinweg. Jedenfalls aber gibt er bei denselben

einige kleine Seitenzweige an den Musc. triangularis sterni und einige grössere an alle diejenigen Intercostalmuskeln ab, an welchen er vorübergeht, dringt darauf zwischen die Bauchmuskeln ein und geht zuletzt in dem geraden Bauchmuskel in den ihm entgegenkommenden Ramus epigastricus der Art. cruralis über.

Auch bei den Varaniden kommen zwei in Hinsicht ihrer Lage und ihres Verlaufes den Aa. mammariae internae der Säugethiere entsprechende Arterienäste vor. Merkwürdiger Weise aber entspringen sie sowohl bei Psammosaurus griseus, als auch bei Varanus bivittatus, V. ornatus und V. niloticus nicht aus den Aa. subclaviae, sondern meistens gemeinschaftlich mittelst eines kurzen Stämmchens, das nach unten und vorn gerichtet ist, in geringer Entfernung von dem Herzbeutel aus der Carotis primaria, selten, wie ich bei einem Exemplar von Var. niloticus gesehen habe, getrennt von einander aus der Carotis primaria und der Carotis communis dextra (§. 22). Sehr bald nach ihrem Abgange von dem erwähnten Stämmchen oder den anderen so eben genannten grösseren Gefässen gelangen sie zu dem hinteren Ende der rautenförmigen Platte des Brustbeines, geben hier ein Paar Zweige ab, die neben den Seitenrändern dieser Platte nach vorn gehen, biegen sich darauf nach hinten um, laufen über den Knorpeln des letzten Paares der wahren Rippen nach den Bauchmuskeln hin und gehen in diesen in die Rami epigastrici der Aa. crurales über.

d. Bei denjenigen Schuppenechsen, welche Vorderbeine besitzen, liegt neben dem Brustbeine an der äusseren Seite der wahren Rippen und den zwischen diesen befindlichen Intercostalmuskeln, bedeckt von dem Musc. pectoralis major und zum Theil auch von dem Musc. serratus anticus major, eine Arteria thoracica, von der die genannten verschiedenen Muskeln Zweige erhalten und die in der Regel von dem obersten Theil der A. axillaris abgeht, ausnahmsweise aber, wie ich bei Grammatophora barbata gesehen habe, gemeinschaftlich mit der A. mammaria interna aus der A. subclavia entspringt. Bei denjenigen beschuppten Sauriern, bei welchen die A. mammaria interna stark entwickelt ist, geht sie in den oben genannten verschiedenen Muskeln völlig auf; wenn aber jene Arterie nur schwach entwickelt ist, hat sie dagegen eine stärkere Ausbildung erhalten und sendet nicht blos starke Rami intercostales aus, die sich strauchartig ausbreiten, sondern dringt auch in die Bauchmuskeln ein und geht in den Ramus epigastricus der Art. cruralis über. Eine so stark ausgebildete Schlagader, die man mit dem Namen der Art. thoracico-abdominalis belegen könnte, habe ich bemerkt bei Iguana tuberculata, Lacerta agilis, Lophyrus giganteus, Anolis carolinensis, Phrynosoma Harlanii und Platydactylus guttatus. Ihr Verlauf ist jedoch nicht in allen Fällen ihres Vorkommens ein und derselbe. Bei Lacerta agilis, Anolis carolinensis und Platydactylus guttatus, deren mässig lange Brustbeinhörner in das hinterste Paar der wahren Rippen so übergehen, dass sie mit denselben zwei Bogen zusammensetzen, läuft sie in einiger Entfernung von dem entsprechenden Brustbeinhorne an der äusseren Seite der letzten wahren und der nächstfolgenden falschen Rippe nach hinten, worauf sie an der unteren Seite des geraden Bauchmuskels sich noch weiter nach hinten begibt. Bei Iguana tuberculata, deren Brustbeinhörner ebenfalls mit den beiden letzten wahren Rippen zwei Bogen bilden, dringt sie zwischen der letzten und vorletzten wahren Rippe gegen die Rumpfhöhle vor, indem sie die zwischen beiden befindlichen Intercostalmuskeln durchbohrt, und läuft dann über der letzten wahren und nächstfolgenden falschen Rippe hinweg, um zu dem geraden Bauchmuskel zu gelangen. Bei Phrynosoma Harlanii und Lophyrus giganteus, die verhältnissmässig bedeutend lange und nicht mit einem Paar Rippen zu Bogen vereinigte, sondern sich frei endigende Brustbeinhörner besitzen,

dringt die Art. thoracico-abdominalis zwar gleichfalls nach innen gegen die Rumpfhöhle vor, jedoch nicht vor der letzten wahren Rippe, sondern dicht vor dem Brustbeinhorn ihrer Seite, geht darauf über demselben weiter nach hinten fort und tritt gleich hinter ihm in den Musc. rectus abdominis hinein. Dicht vor dem Brustbeinhorn geht übrigens bei Lophyrus giganteus die viel dünnere und kürzere A. mammaria interna in sie so über, dass beide dort mit einander gleichsam verschmolzen erscheinen.

C. ARTERIAE VERTEBRALES.

§. 30. Wie bei den Ringelechsen kommen auch bei den meisten Schuppenechsen zwei Arterien vor, die zwischen den Mm. longi colli und der Wirbelsäule verlaufen und mit dem Namen der Aa. vertebrales belegt werden können. In Hinsicht ihres Ursprunges aber bieten sie mancherlei Verschiedenheiten dar. Auch findet man bei einigen schlangenförmigen Schuppenechsen einen allmählichen Übergang von ihnen zu der nur unpaarigen Art. vertebralis der Schlangen.

a. In der Regel entspringen diese Arterien getrennt von einander aus den Aa. subclaviae ganz nahe dem Anfange derselben, verlaufen zu beiden Seiten der Mittelebene des Leibes — getrennt durch die Dornfortsätze einiger Wirbelbeine, wenn dergleichen Fortsätze vorkommen — zwischen der Wirbelsäule und den Mm. longi colli ziemlich gerade und fast parallel nach vorne, und lassen sich, wenn sie mit einer Injectionsmasse vollständig angefüllt sind, bis zu dem Atlas verfolgen. Bis zu dem Kopfe habe ich sie niemals hingehen, sie also auch nicht etwa durch das Hinterhauptloch in die Schädelhöhle eindringen sehen. Auf der Strecke, auf welcher sie durch den vordersten Theil des Rumpfes verlaufen, entsenden sie für die Rippenzwischenräume, welche ihnen zur Seite liegen, eben so viele Aa. intercostales, in dem Halse aber einige dünnere Zweige, die entsprechend den Rami dorsales jener ersteren zwischen den Querfortsätzen einiger Wirbelbeine nach oben zu den Muskeln des Nackens gehen. Von diesen verschiedenen Zweigen, die sämmtlich auch den Mm. longi colli Blut zuführen, sendet wahrscheinlich ein jeder einen Seitenzweig durch ein Foramen intervertebrale zu dem Rückenmark, an dem sich dann derselbe mit einer von vorn nach hinten laufenden einfachen und in der Mittelebene des Körpers liegenden Arterie verbindet, die der Art. spinalis anterior des Menschen entspricht. Einzelne solche Rami spinales habe ich oftmals an ihnen gewahr werden können.

b. Bei Varanus bivittatus, Var. ornatus und Var. niloticus entspringen die Aa. vertebrales zwar getrennt von einander aus den beiden Aa. subclaviae, jedoch nicht der Regel gemäss ganz am Anfange derselben, sondern weit davon entfernt, nämlich nach aussen von den Mm. longi colli in der Nähe der Stellen, an welchen diese Gefässstämme aus der Rumpfhöhle hervordringen. Durch diesen ihren Ursprung ist denn auch in ihrem Verlaufe eine derartige Abweichung von der Regel bedingt worden, dass sie von den Aa. subclaviae aus erst an der inneren Seite der Mm. scaleni und unter den zwei vordersten, das Brustbein nicht erreichenden Rippen, dann aber über den Mm. longi colli in einer schrägen Richtung nach vorne und innen gehen, ehe sie zwischen den zuletzt genannten Muskeln und den Halswirbeln, geschieden von einander durch die unteren Dornfortsätze dieser Wirbelbeine, in der gewöhnlichen Weise gerade nach vorn verlaufen. Ob sie übrigens ein ähnliches Verhalten auch bei Psammosaurus griseus zeigen, geht aus Corti's Schrift über dieses Reptil nicht deutlich hervor.

c. Nicht selten zeigen die Aa. vertebrales in ihrem Ursprunge noch andere Abweichungen von der Regel, verlaufen aber und verzweigen sich der Regel gemäss. So sah ich ausgesendet:

α) die eine hinter der andern unmittelbar von der rechten Aortenwurzel bei Gongylus ocellatus, *β*) die linke unmittelbar von der rechten Aortenwurzel, die rechte von der A. subclavia ihrer Seite bei Tejus Teguixin und Lyriocephalus margaritaceus, *γ*) beide neben einander von der rechten A. subclavia bei einem von zwei Exemplaren der Ameiva vulgaris, *δ*) beide mittelst eines sehr kurzen besonderen Stammes von der rechten A. subclavia bei Lacerta ocellata und Cyclodus nigroluteus, *ε*) beide mittelst eines ebenfalls nur sehr kurzen Stammes unmittelbar von der rechten Aortenwurzel dicht oder beinahe dicht vor den Ursprungsstellen der Aa. subclaviae bei Lacerta agilis, Iguana tuberculata, Lophyrus giganteus, Draco viridis, Polychrus marmoratus, Istiurus amboinensis, Agama colonorum, Euprepis Merremii und einem von drei Exemplaren des Phrynosoma Harlanii. Indess deutet der Umstand, dass eine dieser Ausnahmen von der angegebenen Regel nur bei einem von zwei untersuchten Exemplaren der Ameiva vulgaris, eine andere nur bei einem von drei Exemplaren des Phrynosoma Harlanii gefunden war, darauf hin, dass auch noch andere von den hier angeführten Ausnahmen nicht specifische, sondern nur individuelle gewesen sein mögen.

d. Der Befund, dass bei manchen Schuppenechsen die beiden Aa. vertebrales mit einem kurzen besonderen Stämmchen aus der rechten Aortenwurzel entspringen, lässt schon einen, obgleich nur schwachen Übergang von der paarigen oder doppelten A. vertebralis dieser Thiere zu der unpaarigen der Schlangen erkennen. Weit stärkere Übergänge zu der letzteren aber kommen bei etlichen anderen, und zwar solchen Schuppenechsen vor, die ihrer ganzen Bildung nach den Schlangen am nächsten stehen. Bei Pseudopus Pallasii entspringt aus der rechten Aortenwurzel nicht weit von deren Ende eine mässig starke Arterie, die unter zwei Wirbelbeinen zwischen den hinteren Theilen der Mm. longi colli gerade nach vorn läuft, auf diesem Wege ein Paar Aa. intercostales aussendet und sich darauf in die Aa. subclaviae theilt: eine jede A. subclavia aber gibt nahe ihrem Ursprunge einen Zweig ab, der anfänglich an der inneren und darauf an der oberen Seite des M. longi colli derselben Körperhälfte nach vorn geht, für diesen und noch andere Muskeln des Halses etliche Seitenzweige aussendet und sich überhaupt wie eine A. vertebralis anderer Schuppenechsen verhält. Bei Anguis fragilis, bei dem die Aa. subclaviae ebenfalls mit einem mässig langen besonderen Stamme entspringen, setzt sich dieser über jene seine Äste, die übrigens im Vergleich zu ihm nur eine sehr geringe Dicke haben, nach vorne in gerader Richtung zwischen den Mm. longi colli noch eine mässig grosse Strecke weiter fort und theilt sich dann, nachdem er vorher ein Paar quergehende zarte Seitenzweige für die vordersten Intercostalmuskeln und verschiedene Nackenmuskeln ausgesendet hat, unter einem sehr spitzen Winkel in zwei Endäste, die in Hinsicht ihrer Lagerung und Verbreitung den Aa. vertebrales anderer Schuppenechsen entsprechen. Ein ähnlicher, aber verhältnissmässig längerer Arterienstamm kommt bei Ophisaurus ventralis vor, bei dem ich ihn von seinem Ursprunge, der sich unter dem achten Rückenwirbel befindet, unter dem siebenten, sechsten und fünften Rückenwirbel nach vorn verlaufen sah, ehe er sich in zwei zwischen den Halswirbeln und den Mm. longi colli liegende Endäste theilte. Die Aa. subclaviae, die im Verhältnisse zu ihm nur sehr dünn waren, gab er bald nach seinem Ursprunge ab. Einen verhältnissmässig noch längeren und dickeren Arterienstamm der Art besitzt Acontias Meleagris, bei dem ich ihn von seinem Ursprunge, der sich unter dem zwölften Rückenwirbel in einer nur mässig grossen Entfernung von dem Ende der rechten Aortenwurzel befand, nach vorn zwischen den Mm. longi colli bis unter dem fünften Rückenwirbel verfolgen konnte, wo er so zart geworden war, dass er zwischen jenen einander dicht anliegenden

Muskeln ganz verschwand und nicht weiter blossgelegt werden konnte. Es liess sich daher auch nicht erfahren, ob er sich in zwei noch weiter nach vorn gehende Endzweige theilte. In seinem Verlaufe sendete er sieben Paar Intercostalarterien, aber keine Aa. subclaviae aus, und verhielt sich überhaupt, so weit er übersehen werden konnte, in seiner Verzweigung und Lagerung ganz so, wie derjenige unpaarige Ast der rechten Aortenwurzel der Schlangen, welcher von Cuvier unter dem Namen der Art. vertebralis aufgeführt, von Schlemm aber Art. collaris benannt worden ist.

D. ARTERIAE INTERCOSTALES.

§. 31. Diejenigen Intercostalarterien, welche bei den Schuppenechsen vor dem Vereinigungswinkel der Aortenwurzeln entspringen, gehen (*a*) entweder aus verschiedenen Ästen der rechten Aortenwurzel, namentlich aus den Aa. subclaviae und vertebrales, oder (*b*) unmittelbar aus ihr selbst hervor.

a. Entspringen die Aa. subclaviae mit einem besonderen Stämmchen, so gibt dasselbe je nach seiner Länge für die Rippenzwischenräume, an denen es vorbeigeht, ein bis zwei Paar Aa. intercostales ab. Ein Paar fand ich z. B. bei Anguis fragilis, Pseudopus Pallasii und Grammatophora barbata, zwei Paar bei Varanus ornatus und V. bivittatus. Höchst selten geben auch die Aa. subclaviae selbst dergleichen Zweige ab; dies aber ist nur der Fall, wenn sie innerhalb der Rumpfhöhle einen sehr schrägen Verlauf von hinten nach vorne und aussen machen, wie namentlich bei Varanus ornatus und V. bivittatus, bei denen ich von ihnen hinter den Aa. vertebrales, die sie ziemlich weit von ihrem Ursprunge ausgesendet hatten, drei Paar Aa. intercostales abgehen sah. Die vor den Aa. subclaviae liegenden Aa. vertebrales oder auch das Stämmchen, mittelst dessen sie bisweilen entspringen, senden bei vielen Schuppenechsen ein Paar oder einige Paar Intercostalarterien aus.

b. Noch andere, aber weiter nach hinten gelegene Intercostalarterien werden bei einigen Schuppenechsen unmittelbar von der rechten Aortenwurzel, und zwar von dem hintersten Theil derselben ausgesendet. Dies ist bei solchen Schuppenechsen der Fall, bei denen die Aa. vertebrales, sei es für sich mit einem besonderen Stämmchen, oder durch Vermittelung der Aa. subclaviae, aus der rechten Aortenwurzel in einer mässig oder ziemlich grossen Entfernung von dem Ende derselben hervorgehen. Ein Paar Intercostalarterien von solchem Ursprunge fand ich bei Pseudopus Pallasii, Gongylus ocellatus, Euprepis Merremii, Lophyrus giganteus, Ameiva vulgaris, Draco viridis und Polychrus marmoratus, zwei Paar bei Ophisaurus ventralis, drei Paar bei Iguana tuberculata, Chamaeleo vulgaris und Cham. planiceps, fünf Paar bei verschiedenen Arten der Gattung Varanus (Taf. II, Fig. 4, Nr. 5—9).

E. ARTERIAE OESOPHAGEAE.

§. 32. Ausser den schon beschriebenen Ästen sendet bei einigen Schuppenechsen die rechte Aortenwurzel nach ihrer Umbiegung bald mehr, bald weniger weit von ihrem Ende noch eine mässig starke Arterie oder zwei bis drei dünnere Arterien aus, die sich auf der Speiseröhre, und zwar gewöhnlich auf dem in der Rumpfhöhle gelegenen Theil derselben verbreiten. Dergleichen besondere Äste der rechten Aortenwurzel fand ich bei Pseudopus Pallasii, Phrynosoma Harlanii, Moloch horridus, Polychrus marmoratus, Lyriocephalus marga-

ritaceus, Lophyrus giganteus, Agama mutabilis, Ag. colonorum, Grammatophora barbata, Draco viridis und vier verschiedenen Arten der Gattung Chamaeleo, also auch bei mehreren von denjenigen Schuppenechsen, bei welchen der hintere Theil der Speiseröhre schon einen besonderen Ast oder einige solche Äste von der linken Aortenwurzel (§. 7) erhalten hatte. Bei den untersuchten Arten von Chamaeleo, bei denen wenigstens ein solcher Ast von der rechten Aortenwurzel ausgesendet war, hatte dieser eine verhältnissmässig grössere Stärke, als bei anderen Schuppenechsen, drang nach vorne aus der Rumpfhöhle hervor, verlief an der rechten Wandung der Speiseröhre ziemlich gerade und ziemlich weit nach vorne, und entsprach theils in Hinsicht seiner Stärke, theils auch in Hinsicht seines Verlaufes einem anderen Arterienaste, welchen die linke Aortenwurzel für die linke Wandung der Speiseröhre ausgesendet hatte. Wohl nur höchst selten gibt die rechte Aortenwurzel noch mehr, als drei Äste an die Speiseröhre ab. Einen Fall der Art fand ich bei einem Phrynocephalus caudivolvulus, bei dem sie in einer Reihe hinter einander fünf kleine Äste der Speiseröhre zugesendet hatte. Dagegen schien bei einigen anderen Schuppenechsen die Speiseröhre nur allein durch Zweige der Carotiden mit Blut versorgt worden zu sein.

III. Panzerechsen. (Sauri loricati.)

§. 33. Wie bei den Varaniden unter den Schuppenechsen, liegt auch bei den Panzerechsen das Herz in der Rumpfhöhle weit nach hinten. Denn bei zwölf Arten aus den drei Gattungen, in welche man die Gruppe dieser Reptilien getheilt hat, nämlich bei Alligator lucius, All. sclerops, All. palpebrosus, All. trigonatus, All. cynocephalus, All. punctulatus, Crocodilus vulgaris, Croc. biporcatus, Croc. rhombifer, Croc. acutus, Gavialis gangeticus und Gav. Schlegelii, fand ich das Herz zum grössten Theil zwischen den beiden Hörnern, in welche das verhältnissmässig sehr lange Brustbein derselben nach hinten ausgeht[1]), auf den Bauchmuskeln gelagert. Sein Abstand von dem vorderen Ende der Rumpfhöhle — dasselbe an dem vorderen Rande des unteren Endes der Hackenschlüsselbeine angenommen — verhielt sich zu der ganzen Länge dieser Höhle bei einem Alligator cynocephalus von 3′ 4″ Länge wie 0·31 : 1, bei einem 2′ 4″ langen Allig. palpebrosus wie 0·26 : 1, bei einem 1′ 9″ 10‴ langen Crocodilus vulgaris wie 0·26 : 1, und bei einem 1′ 4″ 10‴ langen Gavialis gangeticus wie 0·24 : 1.

§. 34. Die zwei Aortenwurzeln, die auch bei den Panzerechsen, wie bei den übrigen Reptilien vorkommen (Taf. V, Fig. 4, 2, 2 und Fig. 8, *c*, *c*), steigen bei ihnen vor den Lungenwurzeln nach dem Rücken auf, bilden zwei Bogen, deren vorderste Theile von dem vorderen Ende der Rumpfhöhle meistens so weit, wie der sechste Rumpfwirbel entfernt liegen, und vereinigen sich zu dem Stamm der Aorta gewöhnlich unter dem zehnten, sehr selten unter dem eilften Rumpfwirbel.

Die linke Aortenwurzel, die etwas dünner, als die rechte ist, entsendet gewöhnlich nur eine einzige, aber im Verhältniss zu ihr sehr starke Arterie, und zwar unweit von ihrem Ende. Nach einem kurzen Verlauf zertheilt sich diese in einige für den Magen, die Leber, die Milz, die Bauchspeicheldrüse und das Duodenum bestimmte Zweige, von denen derjenige, welcher mit der Milz zusammenhängt, durch dieselbe hindurchdringt und darauf zum Dickdarm geht, um auch ihn und ausserdem das Ende des Dünndarms mit Blut zu versorgen. Ihrer

[1]) H. Rathke. Über den Bau und die Entwickelung des Brustbeines der Saurier. Königsberg 1853, Seite 20 und 21.

Ausbreitung nach entspricht also diese Arterie theils der Art. coeliaca, theils auch der Art. mesenterica posterior mancher anderen Wirbelthiere. Weniger häufig kommen statt derselben zwei Arterien vor, von denen dann die eine dicht hinter der anderen entspringt. Hinter dem Ursprunge dieser einen oder dieser zwei Arterien hat die linke Aortenwurzel bei solchen Krokodilen, welche schon vor einer längeren Zeit das Ei verlassen haben, im Verhältniss zu ihrem vorderen sehr viel längeren Theil nur eine sehr geringe Dicke. Bei Embryonen aber, die noch nicht die Mitte des Fruchtlebens erreicht haben, ist die linke Aortenwurzel allenthalben beinahe gleich dick.

Die rechte Aortenwurzel sendet noch innerhalb des Herzbeutels zwei Arterienstämme aus, die den beiden Aa. anonymae der Vögel und einiger Säugethiere entsprechen (Taf. V, Fig. 4, 3, 3 und Fig. 8, *e*, *e*). Dieselben steigen nach vorne und oben auf, umfassen von unten her die Luftröhre und Speiseröhre und zerspalten sich in dem vordersten Theil der Rumpfhöhle hinter den Hackenschlüsselbeinen. Die linke A. anonyma habe ich bei den verschiedenen Arten der Panzerechsen nach der Beendigung des Fruchtlebens jedenfalls in drei, die rechte in der Regel nur in zwei Äste getheilt gefunden. Bei zwei Embryonen aber (einem sehr jungen Embryo von Alligator sclerops und einem reifen Embryo von Crocodilus acutus) sah ich auch die rechte in drei Äste getheilt, obgleich bei anderen Embryonen derselben Arten dieser Gefässstamm, wie bei älteren Exemplaren, nur in zwei Äste ausging.

Der eine Ast einer jeden Art. anonyma (Fig. 4, 5, 5 und Fig. 8, *h*, *h*) entspricht in seinem Verlaufe und seiner Verzweigung der Art. subclavia anderer Wirbelthiere. Der zweite, der in der Regel dünner, als jener ist (Fig. 4, 9 und Fig. 8, *g*, *g*), verläuft neben der Speiseröhre nach vorne und sendet mehrere Zweige aus, die sich an der Speiseröhre, der Luftröhre und verschiedenen unter und nach aussen von diesen Körpertheilen gelegenen Muskeln des Halses verbreiten. Der dritte Ast der linken A. anonyma (Fig. 4, 4 und Fig. 8, *f*) besteht in einer sehr starken Arterie, die sich gleich nach ihrem Ursprunge linkerseits um die Speiseröhre nach oben und vorne herumwindet, unter dem ersten oder zweiten Rumpfwirbel die Mittelebene des Körpers erreicht und sich unter den Halswirbeln in gerader Richtung nach dem Kopfe begibt. Wenn die rechte A. anonyma ausser den angeführten beiden Ästen noch einen dritten aussendet, so ist dieser nur sehr kurz, windet sich rechterseits um die Speiseröhre herum, geht in den zuletzt angegebenen oder stärksten Ast der linken A. anonyma über und bildet für denselben gleichsam eine zweite Wurzel. Es gehen also durch den Hals der Panzerechsen ausserhalb des Skelets jedenfalls drei Arterien hindurch, nämlich eine in der Mittelebene desselben gelegene unpaarige und zwei seitliche paarige.

§. 35. Von den angeführten Arterien des Halses läuft

I. die unpaarige und stärkste, die ich die Art. subvertebralis colli nenne, zuvörderst zwischen den Mm. longi colli, darauf zwischen zwei nach innen von jenen gelegenen und weniger stark entwickelten Mm. recti capitis anteriores, durch die letzteren zum Theil verborgen, nach vorne hin (Taf. V, Fig. 3, 1, 1) und spaltet sich unter dem vordersten, selten schon unter dem zweiten Halswirbel in zwei kurze und stark divergirende symmetrische Äste, die sich auf die beiden Seitenhälften des Kopfes vertheilen und als Aa. carotides communes gedeutet werden können. Vor ihrer Mitte aber sendet diese Arterie einen kurzen und mässig dicken Ast nach oben hin, der sich durch zwei kurze paarige Zweige mit den beiden Aa. vertebrales des Halses verbindet und sich mittelst eines dritten Zweiges in den oben erwähnten Muskeln verbreitet. Auch gibt sie für jene Muskeln noch einige kleinere Äste weiter nach vorne ab.

Die Aa. carotides communes (Taf. V, Fig. 1, 2, 2 und Fig. 3, 2, 2) begeben sich in einer schrägen Richtung nach vorne, aussen und oben zu dem Hinterkopfe, wobei sie die Mm. recti capitis anteriores von unten halb umfassen, und geben einige sehr kleine Äste für diese Muskeln, die vorderen Theile der Mm. sternomastoidei und den Schlundkopf ab. An dem Hinterkopfe theilt sich dann jede von ihnen etwas nach unten und innen von einem mässig grossen Loche (Foramen caroticum), das seitwärts von dem Körper des Hinterhauptbeines vorkommt, in vier verschiedentlich dicke Äste, die ich in dem Nachstehenden unter den Namen der Aa. inframaxillaris, maxillaris interna, temporalis und carotis interna beschreiben werde (Taf. V, Fig. 1 und Fig. 5). Die Theilung der gemeinschaftlichen Carotiden in diese ihre Äste ist jedoch verschieden bei verschiedenen Exemplaren von Krokodilen, ja selbst mitunter bei einem und demselben Exemplar in den beiden Seitenhälften (Fig. 1). Denn nur die Carotis interna entspringt wahrscheinlich jedenfalls unmittelbar aus der Car. communis, von der sie als eine gerade Fortsetzung erscheint. Dagegen entspringen aus derselben die Aa. inframaxillaris und maxillaris interna entweder mittelst eines mässig langen gemeinschaftlichen Stämmchens, oder mittelst eines kaum erkennbaren Stämmchens, oder unmittelbar und geschieden, obgleich ganz dicht neben einander. Die A. temporalis aber geht entweder unmittelbar aus der Car. communis hervor, und zwar in dem Winkel zwischen der Car. interna und dem Stämmchen für die Aa. inframaxillaris und maxillaris interna, oder aus der A. maxillaris interna nahe dem Ursprunge dieser Arterie. In noch anderen Fällen gehen die erwähnten vier Arterien, wie sich aus einer Angabe, die von Hyrtl gemacht worden ist und ein Hechtkrokodil betrifft[1]), entnehmen lässt, und wie auch ich bei einem Krokodil von dieser Art gefunden habe, sämmtlich unmittelbar und nach einander von der Car. communis ab. Nach dem Angeführten lässt sich also für die Krokodile angeben, dass bei ihnen eine Car. externa entweder nur schwach angedeutet, oder in zwei bis drei unmittelbar aus der Car. communis entspringende Arterien gleichsam zerfallen ist.

1. Die Art. inframaxillaris (Taf. V, Fig. 1, 3, 3, Fig. 3, 4, 4, Fig. 4, 10 und Fig. 5, *e*) bildet zuvörderst einen sehr stark gekrümmten und mit seiner Convexität nach unten und hinten gekehrten Bogen, der neben dem Schlundkopfe dicht vor dem Bogen des Nervus hypoglossus liegt. Der obere oder nach hinten gehende Theil desselben sendet einen oder einige Zweige aus, die sich in dem Schlundkopfe und der vorderen Hälfte der Mm. pterygoidei verbreiten. Der andere oder untere Theil desselben, der bedeutend länger als jener erstere ist, läuft mit dem M. hypoglossus dicht über dem Zungenbeine (Fig. 4) zur Zunge hin und entsendet einige Zweige für den Schlundkopf, den Kehlkopf, das Zungenbein, das Gaumensegel, die Mm. pterygoidei und einen Theil des M. latissimus colli. Nachdem aber die Arterie ihren Bogen gebildet hat, verläuft sie als A. lingualis an der unteren Seite der Zunge ziemlich gerade nach vorn (Fig. 4, 11).

2. Die Art. maxillaris interna (Taf. V, Fig. 1, 5, 5 und Fig. 5, *d*) begibt sich anfänglich in einer schrägen Richtung nach aussen, vorne und oben zu dem oberen Theil des hinteren Randes des Quadratbeines. Dann aber wendet sie sich nach unten und hinten, läuft schräg über die vordere oder vielmehr untere Seite des Quadratbeines nach dem Gelenk des Unterkiefers, und theilt sich an demselben in eine A. dentalis superior und eine A. dentalis inferior.

---

[1]) Medicinische Jahrbücher des österreichischen Staates. Bd. 38 (Wien 1842), Seite 258 und 259.

A. Die Art. dentalis superior verläuft an der inneren Seite des Jochbeines und des hintersten Theiles von dem Oberkieferbeine ziemlich gerade nach vorn, gibt einige in einer Reihe auf einander folgende Zweige an die hintere und vordere Portion des Schläfenmuskels ab [1]), sendet auch den hintersten Zähnen des Oberkiefers ein Paar Zweige zu und geht darauf durch eine ziemlich weite Öffnung in den Zahncanal des Oberkiefer- und Zwischenkieferbeines über.

B. Die Art. dentalis inferior bildet an der inneren Seite des Unterkiefers, ehe sie in den Zahncanal desselben übergeht, einen vor dem Unterkiefergelenkstück gelegenen und stark gekrümmten Bogen, der mit seiner Convexität nach unten gerichtet und grösstentheils in der Substanz der Mm. pterygoidei eingeschlossen ist. Von diesem Bogen gehen mehrere Zweige ab, die sich in den erwähnten Muskeln und dem Schläfenmuskel verbreiten.

3. Die Art. temporalis (Taf. V, Fig. 1, 7, 7 und Fig. 5, *c*), die etwas dünner ist, als die A. maxillaris, steigt dicht an der hinteren Seite der Hirnschale nach innen von zwei Löchern, die als Foramen caroticum externum und For. jugulare bezeichnet werden können, eine ziemlich grosse Strecke nach oben auf, krümmt sich dann unter einem Bogen nach aussen um, verläuft dicht unter den Insertionen der Mm. complexus, trachelomastoideus und sternomastoideus quer nach aussen, und geht darauf durch ein Loch, das sich zwischen dem oberen Ende des Quadratbeines, dem Seitentheile des Hinterhauptbeines und dem Felsenbeine befindet, in einen für sie bestimmten und nach der Paukenhöhle führenden Knochencanal über. Auf dem angegebenen Wege entsendet sie ausser einigen ganz unbedeutenden Muskelzweigen zwei stärkere Zweige.

A. Wo sie nämlich an dem Foramen jugulare vorübergeht, sendet sie einen ziemlich starken Ramus cervicalis nach hinten aus, der zwischen den Muskeln des Nackens ungefähr bis auf die Mitte des Halses nach hinten läuft und sich in denselben verbreitet. Mehrere von seinen Zweigen sind mit einander zu einem weitmaschigen Netzwerk verbunden.

B. Einen zweiten Ramus cervicalis entsendet die Schläfenarterie, wo sie sich nach aussen wendet, um den vorhin erwähnten Bogen zu bilden. Derselbe geht zwischen den Nackenmuskeln ungefähr so weit nach hinten, wie der vorige, und bildet ebenfalls zum Theil ein weitmaschiges Netzwerk.

An dem Eingange des erwähnten Knochencanals hängt sie durch eine ziemlich starke Anastomose, die von ihr dicht hinter dem Quadratbeine bis in die Nähe des Kiefergelenkes geht, mit der A. maxillaris zusammen (Taf. V, Fig. 1, 6, 6). Durch jenen Canal aber, der ziemlich gerade, mässig weit und schräg von hinten nach vorn und oben gerichtet ist, begibt sie sich zur Paukenhöhle und verläuft dann an der hinteren und oberen Wandung dieser Höhle nahe dem Paukenfelle unter einem Bogen weiter nach vorne (Taf. V, Fig. 2, 3)[2]). Hierauf dringt sie durch einen anderen Knochencanal hindurch, der sich zwischen dem Paukenbeine (Mastoidien nach Cuvier) und dem Felsenbeine befindet, nur kurz, aber ziemlich weit ist und in eine Lücke führt, die an der oberen Seite der Hirnschale zwischen dem Paukenbeine, dem Scheitelbeine und dem die Augenhöhle hinten begrenzenden Knochen (Os orbitale oder Frontale postérieur nach Cuvier) vorkommt. In dieser Lücke setzt sie nunmehr, nachdem sie bei

---

[1]) Der Schläfenmuskel der Krokodile ist in zwei Portionen getheilt, von denen die eine in der Schläfenhöhle, die andere unter dem Auge in der Augenhöhle liegt.

[2]) Den Durchgang der Art. temporalis durch den oben angeführten Canal und durch die Paukenhöhle hat schon Owen — von dem aber diese Arterie als Carotis interna bezeichnet worden ist — in seiner Abhandlung über den Gehörapparat der Krokodile nicht nur beschrieben, sondern auch in einer von den Abbildungen angegeben, die zu dieser Abhandlung gehören (Philos. Transactions vom Jahre 1850, Theil II. Tafel 40, Fig. 2).

ihrem Durchgange durch die Paukenhöhle einige kleine Zweige für die Haut dieser Höhle, das Paukenfell und die Ohrklappe abgegeben hat, durch Theilung und Wiedervereinigung eine ziemlich grosse Masche zusammen, aus der einige Zweige für die hintere Portion des Schläfenmuskels entspringen [1]). Dann aber geht sie unter dem Os orbitale in die Augenhöhle über, verläuft in derselben hinter dem Auge, indem sie um die vordere Seite der hinteren Portion des Schläfenmuskels sich herum windet, eine ziemlich lange Strecke von oben und aussen nach unten und innen, dringt zwischen dem äusseren und unteren geraden Augenmuskel weiter nach unten vor, und geht endlich in ein Wundernetz über, das zwischen den geraden Augenmuskeln neben dem Sehnerven liegt (Taf. V, Fig. 2, 5 und Fig. 7, *f*). Auf dieser letzten Strecke ihres Weges entsendet sie hoch oben einen ziemlich starken Zweig, der unter dem Dache der Augenhöhle nach vorn läuft (Fig. 2, 4), wie auch weiter unten einige kleinere Zweige für die hintere Portion des Schläfenmuskels.

4. Die Carotis interna (Taf. V, Fig. 1, 9, 9 und Fig. 5, *b*) steigt nach ihrem Ursprunge aus der gemeinschaftlichen Carotis eine kurze Strecke nach oben, aussen und vorne auf und begibt sich alsdann in einen nur allein für sie bestimmten mässig weiten, beträchtlich langen und stark geschlängelten Canal, dessen Eingang an dem Seitenrande der hinteren Fläche der Hirnschale und unter einer noch etwas grösseren Öffnung, durch welche die Nn. vagus und glossopharyngeus hindurchgehen, seine Lage hat. Der angeführte carotische Canal befindet sich zum grösseren Theile in der unteren Hälfte des Felsenbeines nahe der äusseren Fläche desselben, zum kleineren Theile in dem Körper des hinteren Keilbeines, und mündet sich in das hintere Ende der Sattelgrube [2]). In seinem Verlaufe bildet er zwei Bogen, indem er ungefähr die Form eines grossen römischen S beschreibt. Sein hinterer Bogen liegt in dem Felsenbeine, hat eine starke Krümmung und ist mit der Convexität nach oben und aussen gekehrt; sein vorderer Bogen befindet sich in dem Körper des hinteren Keilbeines, hat eine schwächere Krümmung, als der erstere, und ist mit der Convexität nach unten und innen gewendet. Entsprechend dem Verlaufe dieses Canals bildet also auch die innere Carotis zwei Biegungen, ehe sie zu der Sattelgrube gelangt (Taf. V, Fig. 2, 1 und Fig. 6). An dem hinteren Ende dieser Grube theilt sich dieselbe in zwei Äste, von denen der eine neben dem Hirnanhange nach oben und vorn geht (Fig. 6, *b*), dicht vor der Sattellehne — unter und hinter welcher der Hirnanhang liegt — sich zum Gehirn begibt und die Carotis cerebralis darstellt, der andere, der etwas dicker als jener ist (Fig. 6, *c*), dicht unter der harten Hirnhaut durch den mittleren Theil der Sattelgrube — der keinen knöchernen, sondern nur einen aus Bindegewebe bestehenden Boden hat — nach vorn läuft. Der letztere Ast geht darauf durch eine ziemlich grosse Spaltöffnung, die sich zwischen dem Körper des vorderen Keilbeines und dem ansehnlich grossen Flügel des hinteren Keilbeines befindet, seitwärts in die Augenhöhle über.

A. Der letztere Ast, den ich die Art. orbitalis nenne, dringt sehr bald nach seinem Austritte aus der erwähnten Spaltöffnung der Hirnschale zwischen dem unteren und dem äusseren geraden Augenmuskel hindurch (Fig. 7, *h*), begibt sich zu der äusseren Seite des Sehnerven, und bildet an demselben ein ansehnliches Wundernetz, in das auch die A. ophthalmica, die nur eine überaus geringe Dicke hat, und die an ihrem Ende noch ziemlich dicke A. temporalis

[1]) Abgebildet ist diese Masche von Owen am angeführten Orte auf Taf. 40, Fig. 3.

[2]) Von Koestlin ist derjenige Theil des Felsenbeines, durch welchen der carotische Canal hindurchgeht, mit Unrecht für einen hinteren Schläfenflügel (Keilbeinflügel) ausgegeben worden.

übergehen (Fig. 7). Aus diesem Wundernetze aber entspringen *a*) die Aa. ciliares posteriores, *b*) einige dünne Zweige für den Musc. retractor oculi, die geraden Augenmuskeln und den Muskel der Nickhaut, *c*) ein etwas stärkerer Zweig für einen Muskel, der das untere Augenlid herabziehen kann, und *d*) ein noch stärkerer rücklaufender Zweig, der sich in einem besonderen Knochencanal nach der Öffnung der Hirnschale, durch welche der Nervus trigeminus hervordringt, in einer schrägen Richtung von vorne und unten nach hinten und oben hinbegibt (Fig. 2, 2 und Fig. 7, *g*) und sich von da aus hauptsächlich in der vorderen Portion des Schläfenmuskels verbreitet.

B. Die Carotis cerebralis geht zur Seite des Hirntrichters eine kurze Strecke in die Höhe und theilt sich nahe der Basis desselben, wie bei den Schuppenechsen, in einen vorderen und einen hinteren Ast, von denen der erstere beinahe noch einmal so dick, als der letztere ist.

a. Der vordere Ast, der als eine gerade Fortsetzung seines Stammes erscheint und hauptsächlich für das grosse Gehirn und das Geruchsorgan bestimmt ist, steigt an der hinteren Seite des grossen Gehirns auf, biegt sich dann nach vorne um, verläuft nunmehr an der oberen Seite des Gehirns dicht neben der Scissura longitudinalis cerebri bis zu den Riechnerven, und vereinigt sich, wo diese Nerven entspringen, unter einem äusserst spitzen Winkel mit dem gleichen Aste der anderen Seitenhälfte zu einer unpaarigen Arterie, die sich zu dem Geruchsorgan begibt und mit dem Namen der A. ethmoidalis communis belegt werden kann.

α. Nicht fern von seinem Ursprunge entsendet er, wie bei den Schuppenechsen, einen ziemlich langen Zweig, der an der unteren Seite der entsprechenden Hemisphäre des grossen Gehirns nach vorn läuft und sich an dieser, dessgleichen an der äusseren und zum Theil auch an der inneren Seite der Hemisphäre verbreitet. Vor dem Chiasma der Sehnerven gibt er eine ungemein dünne A. ophthalmica ab, die auf dem Sehnerven derselben Seitenhälfte aus der Schädelhöhle heraustritt und in das erwähnte Wundernetz der Augenhöhle übergeht. Doch habe ich einen solchen aus der Schädelhöhle austretenden Nebenzweig nur erst einmal deutlich erkennen können.

β. Weiterhin entsendet dieser Ast ausser mehreren kleinen Zweigen, die sich an der hinteren und oberen Seite der entsprechenden Hemisphäre des grossen Gehirns verbreiten, auch einen mässig dicken Zweig, der für die Plexus choroidei der Seitenhöhle dieser Hemisphäre und der dritten Hirnhöhle bestimmt ist.

γ. Die A. ethmoidalis communis geht zwischen den Riechnerven nach unten zu dem vordersten Theil der Schädelgrundfläche, verläuft eine kurze Strecke auf derselben nach vorne und spaltet sich nahe dem vorderen Grunde der Schädelhöhle in eine A. ethmoidalis dextra et sinistra. Ein jeder von diesen Ästen theilt sich dann, nachdem er nur einen sehr kurzen Verlauf gemacht hat, noch innerhalb der Schädelhöhle in zwei ziemlich gleich dicke Zweige. Der eine von beiden Zweigen (A. nasalis interna) geht als eine gerade Fortsetzung seines Astes unter dem Riechnerven derselben Seitenhälfte auf die Riechhaut über, verbreitet sich darin bis zu dem äusseren Nasenloche und ist allein für sie bestimmt. Der andere Zweig (A. nasalis externa) geht zuvörderst unter dem Stamm des Riechnerven eine kurze Strecke nach aussen und vorn, sendet demnächst einen Nebenzweig nach der Augenhöhle hin, der sich in den schiefen Augenmuskeln, der Harder'schen Drüse, der Nickhaut und den beiden anderen Augenlidern verbreitet, biegt sich darauf nach vorne um und verläuft alsdann, bedeckt von verschiedenen Knochen des Antlitzes, auf der oberen Seite der theils häutigen, theils knorpeligen nächsten Umgebung der Nasenhöhle bis zu dem äusseren Nasenloche.

b. Der hintere oder dünnere Ast der Carotis cerebralis vereinigt sich bald nach seinem Ursprunge, nämlich schon beinahe dicht hinter dem Hirntrichter, mit dem gleichen Aste der anderen Seitenhälfte zu einer A. basilaris. Vorher aber sendet er einen im Verhältniss zu ihm beträchtlich starken Zweig nach oben hin, der sich über die eine ganze Seitenhälfte des Vierhügels und des kleinen Gehirns verbreitet. Die A. basilaris setzt sich, wie bei den Schuppenechsen, geraden Weges in die mässig dicke A. spinalis inferior fort, die bis an das Ende des Rückenmarkes verfolgt werden kann und nirgends Maschen bildet. Ehe sie aber in diese übergeht, sendet sie unter ziemlich rechten Winkeln mehrere dünne Zweige aus, die sich in dem verlängerten Marke verbreiten, ferner zwei Aa. auditivae internae, die jene an Dicke weit übertreffen, und hinter denselben sehr nahe dem Hinterhauptsloche noch zwei andere Zweige, die sich um das verlängerte Mark nach oben herumschlagen und sich zu einer A. spinalis superior vereinigen. Die letztgenannte Arterie ist dünner, als die untere Rückenmarksarterie, lässt sich aber ebenfalls weit nach hinten verfolgen und bildet übrigens so wenig, wie jene, eine Reihe von Maschen, sondern hat nach ihrer ganzen Länge die Form eines einfachen Canals.

II. Die zwei dünneren paarigen Arterien des Halses, die ich Aa. collaterales colli nenne, verlaufen ziemlich gerade und in Begleitung der Nervi vagi und der Venae jugulares internae[1]) neben der Speiseröhre so weit nach vorn, bis sie in die Nähe des Zungenbeines kommen, wo sie dann in die am weitesten nach hinten gelegenen Theile der Bogen übergehen, welche von den Aa. inframaxillares gebildet werden (Taf. V, Fig. 1, 4, 4, Fig. 3, 5, 5, Fig. 4, 9, Fig. 5, *f* und Fig. 8, *g*, *g*). Von unten sind sie grösstentheils durch die sehr starken Mm. sternohyoidei, die zugleich die fehlenden Mm. sternothyreoidei vertreten, in der Nähe des Zungenbeines aber zum Theil durch die Mm. omohyoidei verdeckt. In ihrem Verlaufe geben sie einige Zweige ab, die sich an diesen verschiedenen Muskeln, wie auch an den Mm. sternomastoidei und levatores scapularum verbreiten. Ferner senden sie mehrere Zweige zu der Luftröhre und Speiseröhre hin. Ausserdem aber sendet eine jede vorne einen Zweig nach aussen und oben, der sich in dem M. sternomastoideus, der hinteren Hälfte der Mm. pterygoidei und dem M. latissimus colli verbreitet. Von hinten nach vorn werden sie allmählich dünner, haben aber im Verhältniss zu der Dicke des Halses bei verschiedenen Krokodilen eine sehr verschiedene Stärke, obwohl sie darin der Carotis subvertebralis jedenfalls bedeutend nachstehen. Nicht selten sind sie vorn, wo sie in die Aa. inframaxillares übergehen, eben so dick oder doch beinahe so dick, wie diese, mitunter aber um Vieles dünner. So fand ich sie namentlich bei einem Allig. palpebrosus, der 2′ 4″ lang war, vorn kaum zum vierten Theil so dick, wie die Aa. inframaxillares, wo diese ihre Bogen bildeten.

§. 36. Die Arteriae subclaviae steigen von den Aa. anonymae nach oben und vorne auf, um dicht hinter den Hackenschlüsselbeinen die Rumpfhöhle zu verlassen und sich unter starken Bogen nach aussen zu wenden. In ihrem Verlaufe winden sie sich um die untere Seite der Lungen herum, welche Organe sich ein wenig über die Hackenschlüsselbeine nach vorne hinaus erstrecken. Kurz nach ihrem Ursprunge sendet jede von diesen Arterien eine Art. mammaria interna aus (Taf. V, Fig. 4, 6, 6 und Fig. 8, *i*, *i*), die ähnlich, wie bei den Säugethieren, neben dem Brustbein nach hinten läuft und mehrere in einer Reihe auf einander folgende Seitenzweige abgibt, die sich mit den Intercostalarterien zu Bogen vereinigen.

[1]) Ausser den oben angeführten Drosselvenen kommen bei den Krokodilen auch noch zwei äussere vor.

Weiter nach aussen und kurz vorher, ehe die Art. subclavia aus der Rumpfhöhle hervordringt, sendet sie einen langen und starken Ast aus, den man die A. vertebralis communis benennen kann (Taf. V, Fig. 4, 7, 7 und Fig. 8, *k*, *k*). Dieser läuft zuvörderst ziemlich weit nach unten herab, indem er etwas schräg nach unten und hinten über die innere Seite des Körpers der zweiten und dritten Brustrippe hinweggeht, biegt sich dann aber hinter der dritten Brustrippe (selten an der inneren Seite derselben) nach oben um und steigt nunmehr in dem dritten Interstitium intercostale nach oben auf. Neben der Wirbelsäule theilt er sich endlich in zwei untergeordnete Äste, von denen sich der eine nach vorn, der andere nach hinten begibt. Der erstere, der eine etwas grössere Dicke, als der letztere hat und wegen seiner Richtung die A. vertebralis anterior genannt werden kann, entspricht der A. vertebralis profunda der Vögel und Säugethiere. Derselbe läuft neben der Wirbelsäule zwischen den Schenkeln (oder Wurzeln) der drei vordersten Brustrippen und der sechs hinteren Halsrippen hindurch, steht mit den bereits erwähnten Zweigen, welche die starke Art. subvertebralis in ihrem Verlaufe nach oben ausgesendet hat, in Verbindung, wird in dem vorderen Theile des Halses sehr dünn und endet an dem Atlas in den Muskeln des Halses, dringt also eben so wenig, wie die ihm entsprechende Arterie der Vögel, in die Schädelhöhle hinein. Auf dem angegebenen Wege sendet er die beiden vordersten Aa. intercostales seiner Seite und in dem Halse verschiedene kleine Zweige für die Nackenmuskeln, den jederseits nur in einfacher Zahl vorkommenden M. scalenus und den M. levator scapulae aus. Der andere oder nach hinten gehende Ast der A. vertebralis communis, der die A. vertebralis posterior heissen mag, dringt zwischen den Schenkeln der vierten Brustrippe hindurch, läuft dann neben dem Körper des fünften bis neunten Brustwirbels unter den Querfortsätzen dieser Wirbelbeine hinweg und geht darauf dicht hinter dem Vereinigungswinkel der Aortenwurzeln in den Stamm der Aorta über. In seinem Verlaufe sendet er die dritte bis neunte A. intercostalis seiner Seite aus, wogegen die folgenden oder hintersten Intercostalarterien (gewöhnlich drei an der Zahl) aus dem Stamme der Aorta entspringen.

Eine ausführlichere Beschreibung von der Verzweigung der Arterien, welche durch den Hals der Krokodile gehen, werde ich in einem besonderen Werke über den Bau und die Entwickelung dieser Thiere geben. Auch werde ich darin die von den meinigen abweichenden Angaben, welche Meckel, Cuvier, Bischoff, Hyrtl, Owen und van der Hoeven über die Halsarterien der Krokodile gemacht haben, beleuchten. Hier will ich nur noch anführen, dass ich bei keinem Exemplar von Krokodilen, obgleich ich ungefähr vierzig (Embryonen, Junge und halberwachsene Exemplare) zergliederte, ausser den Spinalarterien und vorderen Vertebralarterien mehr oder gegentheils weniger, als drei Arterien habe durch den Hals hindurchgehen sehen.

II. ABSCHNITT.

DEUTUNG DER BEI DEN SAURIERN VON DER RECHTEN AORTENWURZEL AUSGEHENDEN ARTERIEN.

§. 37. Nach Beobachtungen, die an einigen Säugethieren, dem Haushuhn, der gemeinen nordeuropäischen Eidechse, der Natter und einigen Gräthenfischen gemacht worden sind, bilden sich bei allen diesen Wirbelthieren, ungeachtet der grossen Verschiedenheit in dem Bau derselben, bald darauf, nachdem bei ihnen das Herz entstanden ist, gleich hinter dem Munde in den Seitenwandungen der Leibeshöhle zwei Reihen von Gefässbogen, die als einfache Zweige von einem kurzen aus dem Herzen kommenden Arterienstamme (Taf. VI, Fig. 6, *a*) und zweien nach vorn gerichteten Ästen dieses Stammes (*b*, *b*) abgehen, in den erwähnten Wandungen der Leibeshöhle aufsteigen und sich unter der Rückenwandung der genannten Höhle so vereinigen, dass sie für den Stamm der Aorta gleichsam zwei verzweigte Wurzeln darstellen. Je zwei Bogen einer solchen Reihe sind nämlich an ihrem oberen Ende durch eine von vorn nach hinten gerichtete Anastomose mit einander verbunden: alle Anastomosen je einer Reihe aber setzen für sich allein betrachtet einen geschlängelten Canal zusammen, der sich über den letzten Gefässbogen seiner Seite noch eine Strecke nach hinten fortsetzt (Taf. VI, Fig. 6, *c*), um sich mit dem gleichen Canal der anderen Seitenhälfte unter einem mehr oder weniger spitzen Winkel zu dem Stamme der Aorta (*d*) zu vereinigen. Die Zahl der angeführten Gefässbogen beträgt bei den Säugethieren, Vögeln, Eidechsen und Schlangen in jeder Seitenhälfte des Körpers fünf, wogegen sie bei den Fischen oder doch bei einigen von denselben eine grössere ist. Die zwei hinteren Paare entspringen bei den erstgenannten Thieren unmittelbar und unter ziemlich rechten Winkeln aus jenem kurzen Gefässstamme, der von dem Herzen in der Mittelebene des Körpers gerade nach vorn geht, und den ich zum Unterschiede von anderen Abschnitten des Blutgefässsystems den Truncus arteriosus communis oder schlechtweg den Truncus arteriosus nennen werde. Die Gefässbogen der drei vorderen Paare aber gehen unter ziemlich rechten Winkeln von den beiden Ästen jenes Gefässstammes ab, und zwar das dritte Paar von vorne nur in einer sehr geringen Entfernung von dem Ursprunge dieser Äste (Taf. VI, Fig. 6).

Die Übergänge der erwähnten Gefässbogen einer jeden Seitenhälfte in einander können nur uneigentlich Anastomosen genannt werden, weil sie nicht späteren Ursprungs, als diese Gefässbogen selbst sind. Denn anfänglich stellen die beiden Äste des Truncus arteriosus zwei ganz einfache Gefässschlingen dar, die sich nach hinten und oben zu dem Stamme der Aorta vereinigen; allmählich aber entstehen in einer jeden solchen Schlinge nach einander der zweite und dritte Gefässbogen, die von dem einen zu dem andern Schenkel derselben übergehen, so wie noch etwas später zwischen dem Truncus arteriosus und dem absteigenden Schenkel der Schlinge ein vierter und fünfter Gefässbogen, die von jenem zu diesem übergehen.

Nach dem Angeführten hat also bei überaus verschiedenartigen Wirbelthieren eine umfangreiche Abtheilung des arteriellen Systems, die in der vorderen Körperhälfte gelegen ist, zu einer sehr frühen Entwickelungszeit im Wesentlichen eine gleiche Form. Diese ihre Grundform nun aber wird bei den verschiedenen oben genannten Wirbelthieren im Verlaufe der Entwickelung theils durch eine vorschreitende, theils durch eine rückschreitende Metamorphose so mannigfaltig umgeändert, dass daraus viele und gar verschiedene andere Formen hervorgehen, von denen übrigens die meisten mit der ursprünglichen keine Ähnlichkeit mehr haben.

§. 38. Von den erwähnten Gefässbogen, von denen, wie bereits bemerkt, sich bei den Schlangen, Eidechsen, Vögeln und Säugethieren nur fünf Paare bilden und von denen die des vordersten Paares zuerst, die des hintersten zuletzt entstehen, vergeht schon bald in jeder Seitenhälfte der erste und zweite völlig, der erste sogar früher, als der fünfte entstanden ist (Taf. VI. Fig. 1, 5 und 7 bis 10). Auch vergeht bei den Schlangen, Vögeln und Säugethieren die Anastomose, durch welche der dritte und vierte einer jeden Seitenhälfte oben mit einander verbunden sind (Taf. VI, Fig. 1, 7, 9 und 10). Die Theile aber, welche dann bei diesen Thieren von den beiden nach vorn gehenden Ästen des Truncus arteriosus übrig geblieben sind, entwickeln sich, wie ich weiterhin (§. 42) noch näher angeben werde, zu den Carotiden derselben (Taf. VI, Fig. 7, 9 und 10, *a*, *b* und *c*). Gleichfalls erfahren bei den Schlangen, Eidechsen, Vögeln und Säugethieren die Gefässbogen des fünften Paares durch eine theilweise oder gänzliche Resorption eine Veränderung. Und eben dasselbe gilt für die Vögel und Säugethiere auch von dem einfachen Endstücke der einen von ihren Aortenwurzeln (Taf. VI, Fig. 9 und 10). Es werden also die sehr zusammengesetzten Aortenwurzeln, die bei allen oben genannten Wirbelthieren in einer sehr frühen Zeit des Fruchtlebens vorkommen und als primitive Aortenwurzeln bezeichnet werden können, nachher wieder immer mehr vereinfacht. Dies aber geschieht je nach den Arten derselben auf verschiedene Weise und in sehr verschiedenen Graden. In den höheren Graden der Vereinfachung ihrer Form werden jene primitiven Aortenwurzeln dermassen aufgelöst und überhaupt verwandelt, dass sie völlig verloren zu gehen scheinen und der ursprüngliche Stamm der Aorta mit dem Herzen in eine ganz einfache Verbindung gelangt. In den niederen Graden ihrer Vereinfachung aber werden sie nur in so weit aufgelöst, dass der Stamm der Aorta, wie dies bei den Reptilien der Fall ist, immer noch durch ein oder zwei Paar Gefässbogen mit dem Herzen in Verbindung bleibt. Zum Unterschiede von jenen zusammengesetzten früheren Aortenwurzeln werde ich diese einfacheren späteren Aortenwurzeln der Reptilien, die nur aus einem oder zwei Paar Gefässbogen bestehen, in dem Folgenden unter dem Namen der secundären Aortenwurzeln aufführen.

Eine andere bedeutende Veränderung, die in dem arteriellen System derjenigen Wirbelthiere, welche über den Batrachiern stehen, zu einer frühen Zeit des Fruchtlebens vor sich geht, betrifft den Truncus arteriosus derselben. Dieser spaltet sich nämlich der ganzen Länge nach bei den Ophidiern und Sauriern in drei, bei den Vögeln und Säugethieren in zwei Canäle, die in die Gefässbogen des ursprünglich vierten und fünften Paares übergehen [1]). Bei den Schlangen und Eidechsen geschieht die Spaltung des erwähnten Stammes in drei neben einander liegende Canäle in einer solchen Richtung, dass nach ihrer Beendigung der ursprünglich

[1]) Über den Vorgang der Spaltung des Truncus arteriosus habe ich ein Näheres angegeben in meiner Entwickelungsgeschichte der Natter (S. 164—166) und in Müller's Archiv (Jahrgang 1843, S. 278—280).

vierte Gefässbogen der rechten Seitenhälfte als eine Fortsetzung des einen, der linke vierte Gefässbogen als eine Fortsetzung des zweiten, und die Gefässbogen des fünften Paares als Fortsetzungen oder Äste des dritten von diesen Canälen erscheinen (Taf. VI, Fig. 7 und 8). Die gemeinschaftlichen Carotiden aber erscheinen dann bei den Schlangen als zwei sehr kurze Gefässstämme, die dicht neben einander da entspringen, wo sich der eine von den angeführten Canälen mit dem rechten vierten Gefässbogen vereinigt hat und in ihn übergeht. Bei den Vögeln und Säugethieren gerathen die beiden Canäle, in welche sich bei ihnen der Truncus arteriosus spaltet, mit den vier hintersten Gefässbogen in eine solche Verbindung, dass die des vierten Paares als Äste des einen, die des fünften Paares als Äste des anderen von diesen Canälen erscheinen (Taf. VI, Fig. 9 und 10). Die beiden gemeinschaftlichen Carotiden aber gehen bei ihnen dann in einiger Entfernung von einander nicht, wie es bei den Schlangen und Eidechsen der Fall ist, von dem einen, sondern von den beiden vorletzten Gefässbogen ab.

§. 39. Etwas früher, als sich bei den verschiedenen oben genannten Thieren an dem Truncus arteriosus auch äusserlich eine Theilung bemerkbar macht, gelangt bei ihnen entweder nur der eine fünfte oder ein jeder fünfte Gefässbogen mit den Lungen in eine Gefässverbindung.

Nach Untersuchungen, die ich an der Natter, der gemeinen Eidechse, dem Haushuhne, dem Schweine, dem Schafe und dem Hasen über die Entwickelung der Lungenarterien angestellt habe, sendet bei den Schlangen der rechte, bei den Säugethieren der linke fünfte Gefässbogen in einer sehr frühen Zeit des Fruchtlebens ungefähr aus seiner Mitte einen kleinen Ast aus, der für die beiden Lungen bestimmt und hinter seiner Ursprungsstelle in zwei Zweige getheilt ist (Taf. VI, Fig. 1, *f*, Fig. 7, *h*, *h* und Fig. 10, *m*). Sehr bald aber verkürzt sich dieser Ast dermassen, dass seine Zweige unmittelbar und dicht neben einander von dem angeführten Gefässbogen abgehen. Ist dies geschehen, so nehmen bei den Säugethieren beide Zweige beinahe gleichmässig, bei den Schlangen aber besonders der rechte, der für die stärker sich vergrössernde rechte Lunge bestimmt ist, immer mehr an Länge und Weite zu und entwickeln sich zu den Ästen der Arteria pulmonalis. In noch viel grösserem Masse aber erweitert sich sowohl die nach unten und innen von diesen Zweigen gelegene Hälfte des einen fünften Gefässbogens, welchem sie angehören, als auch derjenige durch die Spaltung des Truncus arteriosus entstandene Canal, welcher in das fünfte Paar der Gefässbogen übergeht, und es entwickeln sich nun beide zusammen zu dem Stamme der Arteria pulmonalis. Die obere Hälfte desselben fünften Gefässbogens nimmt zwar einige Zeit, während sie nur mässig sich verlängert, ebenfalls beträchtlich an Weite zu, späterhin jedoch viel weniger, als die untere, und wird nunmehr zu einem Ductus Botalli (Taf. VI, Fig. 7, *i* und Fig. 10, *n*), der übrigens bei den Schlangen nach Beendigung des Fruchtlebens völlig vergeht, bei den Säugethieren aber, wenn sie geboren sind, sich nur schliesst und dünner wird[1]). Der andere fünfte Gefässbogen, also bei den

[1]) Bei Schafsembryonen, die vom Scheitel bis zur Schwanzwurzel in gerader Linie gemessen eine Länge von 12 bis 14 Linien hatten, war der ursprünglich fünfte Gefässbogen der linken Seitenhälfte beträchtlich und noch allenthalben ziemlich gleich dick; die beiden Äste der Art. pulmonalis aber, die von der hinteren Seite desselben dicht neben einander abgingen, waren im Verhältniss zu ihm noch sehr dünn. Bei Embryonen des Schweines und des Hasen, die mit jenen Schafsembryonen ungefähr eine gleiche Länge hatten, war diejenige Hälfte des linken fünften Gefässbogens, welche den Ductus Botalli bilden sollte, etwas dünner als die andere, dagegen waren die beiden Äste der Art. pulmonalis im Verhältniss zu der stärkeren Hälfte des Bogens, besonders bei den Embryonen des Hasen, schon dicker als bei denen des Schafes. Übrigens zeigte sich bei allen diesen Embryonen, als ich ihren linken fünften Gefässbogen der Länge nach aufgeschnitten hatte, an der inneren Fläche desselben, da wo die beiden Äste der Art. pulmonalis von ihm abgingen, eine kleine Vertiefung oder Ausbuchtung, in deren Grunde die Eingänge in diese Äste als ein Paar sehr kleine Öffnungen dicht neben einander lagen.

Schlangen der linke, bei den Säugethieren dagegen der rechte, vergeht nach seiner ganzen Länge, ohne eine Spur von sich zurückzulassen (Taf. VI, Fig. 3, *o*, Fig. 7 und Fig. 10). Bei den Säugethieren geschieht dies nicht gar lange nachher, als sich ihr Truncus arteriosus getheilt hat, bei den Schlangen aber erst viel später.

Bei den Eidechsen und Vögeln sendet ein jeder fünfte Gefässbogen ungefähr aus seiner Mitte einen Zweig aus, der für die Lunge derselben Seitenhälfte bestimmt ist (Taf. II, Fig. 5, *b* und Fig. 7, *c*, Taf. VI, Fig. 5, *l*, Fig. 8 und 9, *i*, *i*). Dieser Zweig und die unter ihm gelegene Hälfte des Bogens, aus welchem er entsprungen ist, entwickeln sich darauf unter allmählicher Vergrösserung zu einem Aste der Art. pulmonalis, indess sich zu dem Stamme dieses Gefässes nur allein derjenige von den aus dem Truncus arteriosus entstandenen Canälen ausbildet, welcher sich an die Gefässbogen des fünften Paares angeschlossen hat[1]). Während aber der angeführte Zweig eines jeden fünften Gefässbogens und die unter ihm gelegene Hälfte desselben Bogens weiter werden, bleibt die andere oder obere Hälfte eines jeden von diesen Bogen, obgleich auch sie noch immer grösser wird, doch hinter jener in ihrer Erweiterung zurück und gewinnt die Bedeutung eines Ductus Botalli (Taf. VI, Fig. 8 und 9, *k*, *k*). Es erhalten also die Eidechsen und Vögel zwei Ductus Botalli, statt dass sich bei den Schlangen und Säugethieren nur ein solcher Gang ausbildet. Nach Beendigung des Fruchtlebens aber schwinden bei den Eidechsen und Vögeln die Ductus Botalli dermassen, dass sie spurlos vergehen und dadurch auch bei diesen Thieren, wie es bei den Schlangen der Fall ist, die Verbindung zwischen der Art. pulmonalis und denjenigen anderen Theilen der primitiven Aortenwurzeln, welche ebenfalls bestehen bleiben, vollständig aufgehoben wird.

Wie bei den Eidechsen, habe ich auch bei älteren Embryonen und Jungen verschiedener Krokodile und einiger Schildkröten zwei Ductus Botalli gefunden, die von den beiden Ästen der Lungenarterie zu den beiden secundären oder schon einfacher gewordenen Aortenwurzeln hingingen. Es ist daher wohl höchst wahrscheinlich, dass sich bei allen Sauriern und Schildkröten die beiden Äste der Lungenarterie, wie bei den Eidechsen und Vögeln, aus den beiden hintersten Gefässbogen des Halses entwickeln. Bei den Eidechsen, Krokodilen und Schildkröten haben die Ductus Botalli, so lange sie bestehen, eine ziemlich gleiche Länge. Bei den Vögeln aber erscheint der linke (Taf. VI, Fig. 9, *k* und *l*) sehr viel länger, als der rechte, was seinen Grund darin hat, dass er nicht blos aus einem solchen morphologischen Element (der einen Hälfte eines fünften Gefässbogens) wie der rechte, sondern auch noch aus einem anderen gebildet wird. Es vergeht nämlich bei den Vögeln einige Zeit später, als der linke fünfte Gefässbogen aus seiner Mitte einen Zweig für die Lunge derselben Seitenhälfte ausgesendet hat, die Anastomose, durch welche der vierte und fünfte Gefässbogen dieser Seitenhälfte mit einander in Verbindung standen, was hingegen bei den Sauriern nicht der Fall ist, bei denen vielmehr derjenige Abschnitt des arteriellen Systems, welcher jener Anastomose entspricht, bestehen bleibt und einen Theil der secundären linken Aortenwurzel bildet. Nachdem nun aber bei den Vögeln die angeführten Abschnitte des arteriellen Systems vergangen sind, setzen bei ihnen die obere Hälfte des linken fünften Gefässbogens und das einen einfachen Canal darstellende Ende der primitiven linken Aortenwurzel einen ziemlich langen und bogenförmig gekrümmten Gefässcanal zusammen, der nach hinten in den Stamm der Aorta übergeht, den linken Ast der Lungenarterie mit der Aorta verbindet, also einen Ductus Botalli darstellt, und in Hinsicht seiner Lagerung und Verbindung der hinteren Hälfte der linken secundären Aortenwurzel der Saurier und Chelonier entspricht. Überreste der beiden Ductus Botalli findet man namentlich bei Hühnern und Sperlingen noch so lange, bis diese Vögel flügge geworden sind.

---

[1]) Nach v. Bär's Angaben (Zur Entwickelungsgeschichte der Thiere, Beobachtung und Reflexion, Theil I, S. 101 und 106) sollen bei dem Hühnchen von dem vierten linken und von dem fünften rechten Gefässbogen Zweige für die beiden Lungen ausgesendet werden, dagegen soll der fünfte linke spurlos vergehen. Ich glaube mich aber völlig vergewissert zu haben, dass bei dem Hühnchen nicht der vierte, sondern der fünfte linke Gefässbogen einen Zweig zur linken Lunge abgibt.

§. 40. Obschon die Eidechsen und Vögel darin übereinstimmen, dass bei ihnen die Lungenarterie aus gleichen morphologischen Elementen und in gleicher Weise gebildet wird, so weichen sie doch in der Entwickelung ihrer secundären oder derjenigen Aorta, welche bei ihnen nach der Zeit vorkommt, da die Ductus Botalli schon unwegsam geworden sind, bedeutend von einander ab. Die Entwickelung dieser Arterie geht nämlich bei den Eidechsen oder wohl überhaupt bei den Sauriern im Wesentlichen nach demselben Plane vor sich, wie bei den Ophidiern, bei den Vögeln aber und eben so auch bei den Säugethieren nach einem ganz anderen, wenngleich für jede von diesen beiden Thierclassen besonderen Plane.

Näher angegeben kommt die secundäre oder einfachere Aorta bei den Säugethieren dadurch zu Stande, dass bei ihnen derjenige von den beiden durch die Spaltung des Truncus arteriosus entstandenen Canälen, welcher sich an die Gefässbogen des vierten Paares angeschlossen hat, ferner der linke vierte Gefässbogen, die Anastomose, durch welche dieser Bogen mit dem linken fünften Gefässbogen in Verbindung steht, das einen einfachen Canal darstellende Endstück der linken Aortenwurzel und der ursprüngliche Stamm der Aorta theils an Länge, theils auch an Weite bedeutend zunehmen (Taf. VI, Fig. 10, *d*, *e* und *f*), während die Anastomosen, welche sich zwischen den Gefässbogen des vierten und des dritten Paares befinden, der rechte fünfte Gefässbogen und das Endstück der rechten Aortenwurzel völlig vergehen, der rechte vierte Gefässbogen und die Anastomose, welche ihn mit dem rechten fünften Gefässbogen verbindet, in der Zunahme an Weite hinter den gleichen Theilen der linken Aortenwurzel so zurückbleiben, dass sie später nur Abschnitte eines Astes der Aorta, nämlich einen Truncus anonymus nebst dem Anfange der rechten Art. subclavia darstellen (Taf. VI, Fig. 3, *g*, Fig. 4, *c* und *g* und Fig. 10, *i*), und der linke fünfte Gefässbogen sich zu einem Theil der Art. pulmonalis und dem Ductus Botalli entwickelt. In Folge aller dieser Vorgänge in dem arteriellen System der Säugethiere stellt denn bei ihnen die Aorta einige Zeit später, als sich ein solches System zu bilden begonnen hat, an und für sich nur ein einfaches Rohr dar, das an einer Stelle stark zusammengekrümmt ist und die Form eines Hebers mit sehr ungleich langen Schenkeln hat. Entwickelt aber hat sich von den einzelnen Abschnitten, die an dieser secundären Aorta der Säugethiere unterschieden werden können: 1. der aufsteigende Theil aus dem einen der beiden Canäle, in die sich der Truncus arteriosus gespalten hatte; 2. der Bogen aus dem linken vierten Gefässbogen des Halses, der zwischen diesem und dem hinter ihm liegenden Gefässbogen befindlichen Anastomose und dem Endstücke der linken Wurzel der primitiven Aorta; 3. der absteigende Theil aus dem Stamm der primitiven Aorta.

Bei den Vögeln, deren secundäre Aorta ebenfalls, wie bei den Säugethieren, nur ein einfaches Rohr darstellt, entwickelt sich der aufsteigende Theil dieser Arterie aus einem eben solchen durch die Spaltung des Truncus arteriosus entstandenen Canal, wie bei jenen Thieren, und der absteigende Theil dessgleichen, wie bei jenen, aus dem Stamm der primitiven Aorta. Der Bogen dieser Arterie aber entwickelt sich zwar aus eben so vielen und gleichnamigen morphologischen Elementen, wie bei den Säugethieren, doch in so fern aus verschiedenen, als dieselben nicht der linken, sondern der rechten Körperhälfte angehören (Taf. VI, Fig. 9, *e*, *e*). Es findet daher in dem Lagerungsverhältnisse des Aortenbogens bei den Säugethieren und den Vögeln, obschon bei ihnen allen die secundäre Aorta nach einem und demselben Schema gebildet wird, die sehr merkwürdige Verschiedenheit Statt, dass dieser Bogen in seinem Verlaufe von dem aufsteigenden zu dem absteigenden Theile des genannten Gefässstammes bei den ersteren Thieren eine Richtung links hin, bei den letzteren dagegen eine Richtung rechts hin hat.

Bei den Schlangen, deren secundäre Aorta nicht, wie bei den Säugethieren und Vögeln, ein einfaches, sondern ein nach vorn gabelförmig in zwei Schenkel ausgehendes Rohr darstellt, beruht die Bildung dieser ihrer Form darauf, dass bei ihnen einestheils der Truncus arteriosus sich nicht in zwei, sondern in drei Canäle spaltet, von denen dann zwei, also einer mehr, als bei den Säugethieren und Vögeln, wesentlich zur Zusammensetzung der secundären Aorta beitragen, anderentheils eine grössere Anzahl von Abschnitten der primitiven Aortenwurzeln zur Zusammensetzung dieser grössten Arterie des Körpers verwendet wird. Denn von den drei Gefässcanälen, in welche sich bei den Schlangen der Truncus arteriosus gespalten hat, nehmen ausser demjenigen, welcher sich zu dem Stamm der Lungenschlagader entwickelt, auch die beiden anderen oder diejenigen, welche in die Gefässbogen des vierten Paares übergegangen sind, immerfort an Länge und Weite zu. Ein Gleiches gilt von diesen beiden Gefässbogen selbst, so wie auch von den Anastomosen, durch die sie mit den Gefässbogen des fünften Paares verbunden sind, und von den einfachen Endstücken der primitiven Aortenwurzeln (Taf. VI, Fig. 7, *d*, *d*, *d* und *f*, *f*, *f*). Zusammen genommen aber bilden alle diese Abschnitte des arteriellen Systems — indem sie allmählich sich verlängern und erweitern, dagegen die Anastomosen, welche sich zwischen den Gefässbogen des vierten und denen des dritten Paares befinden, und später auch die aus den Gefässbogen des fünften Paares entstandenen Botallischen Gänge vergehen — zwei grössere bogenförmige Canäle und entwickeln sich überhaupt zu den beiden Schenkeln oder einfach geformten Wurzeln der secundären Aorta. Der Stamm der primitiven Aorta nimmt während dessen ebenfalls, wie einige Theile seiner Wurzeln, an Länge, Weite und Dicke seiner Wandung zu und entspricht nach Beendigung der Veränderungen, die an seinen Wurzeln vor sich gehen, in morphologischer Hinsicht dem absteigenden Theile der secundären Aorta der Vögel und Säugethiere.

Bei den Eidechsen bilden sich der Stamm und diejenigen Theile ihrer secundären Aorta, welche den Wurzeln der secundären Aorta der Schlangen entsprechen, aus eben solchen morphologischen Elementen, wie bei jenen Reptilien, also namentlich die Wurzeln der genannten Arterie aus zwei von den drei Canälen, in welche sich auch bei ihnen der Truncus arteriosus getheilt hat, dem vierten Paar der embryonalen Gefässbogen, den Anastomosen, durch welche diese Bogen mit denen des fünften Paares verbunden sind, und den einfachen Endstücken der primitiven Aortenwurzeln (Taf. VI, Fig. 8, *e*, *e* und *h*, *h*). Ganz dasselbe ist ohne Zweifel auch der Fall bei den übrigen Sauriern, die in ihrem erwachsenen Zustande ebenfalls zwei Aortenwurzeln besitzen. Jedoch findet zwischen den Schlangen und den Eidechsen nebst vielen anderen Sauriern in der Entwickelung ihres arteriellen Systems die nicht unerhebliche Verschiedenheit Statt, dass die Anastomosen, welche in einer früheren Zeit des Fruchtlebens zwischen den Gefässbogen des dritten und vierten Paares vorkommen, bei den Schlangen spurlos verschwinden (Taf. VI, Fig. 7), hingegen bei den Eidechsen und den übrigen Schuppenechsen mit Ausnahme der Varaniden und einigen (oder den meisten?) Chamäleoniden verbleiben (Taf. VI, Fig. 8, *d*, *d*), sich vergrössern und diejenigen Abschnitte des arteriellen Systems derselben darstellen, welche ich im ersteren Theile dieser Schrift die absteigenden Schenkel der Carotidenbogen genannt habe [1]). Überhaupt aber werden unter den höheren

[1]) Da durch die absteigenden Schenkel der bei den meisten Schuppenechsen vorhandenen Carotidenbogen ein Theil von dem Blute, welches in diese Bogen gelangt ist, aus denselben nach dem Stamme der Aorta hingeführt wird, so dürfte dieses Umstandes wegen auch angegeben werden können, dass die meisten Schuppenechsen in ihrem erwachsenen Zustande nicht, wie die Ophidier und noch viele andere Reptilien, nur einröhrige oder einfache, sondern doppelröhrige oder aus je zwei in einander übergehenden Arterienbogen zusammengesetzte Aortenwurzeln besitzen.

oder denjenigen Wirbelthieren, welche zur Zeit des Fruchtlebens eine Allantois und ein Amnion, dagegen niemals Kiemen besitzen, bei den Sauriern, mit Ausnahme der Varaniden und einiger Chamäleoniden, die Wurzeln der primitiven Aorta am wenigsten aufgelöst und ihre morphologischen Elemente der Zahl nach am wenigsten vermindert.

§. 41. Nicht wenig auffallend und merkwürdig ist es, dass bei den meisten Schuppenechsen die Anastomosen, welche sich zwischen den dritten und vierten Gefässbogen der primitiven Aortenwurzeln befinden, zeitlebens verbleiben, da doch die ihnen entsprechenden Anastomosen nicht nur bei den Panzerechsen, Schildkröten, Vögeln und Säugethieren, sondern auch bei den Ringelechsen und Schlangen, die offenbar auf einer niedrigeren Stufe der Organisation, als die Schuppenechsen stehen, spurlos verschwinden. Was nun aber der Grund ihres Verbleibens bei den meisten Schuppenechsen ist, dürfte wohl schwer zu bestimmen sein. Zwar könnte man auf die Vermuthung kommen, es liege derselbe darin, dass bei denjenigen Schuppenechsen, bei welchen Carotidenbogen vorkommen, bei denen also jene Anastomosen verbleiben, der Hals nur eine sehr geringe Länge erhält. Eine solche Vermuthung würde jedoch um desshalb fallen gelassen werden müssen, weil bei verschiedenen Chamäleonen und selbst bei den ungeschwänzten Batrachiern, deren Hals ebenfalls nur überaus kurz ist, die erwähnten Anastomosen entweder gänzlich oder bis auf sehr geringe Spuren verschwinden[1]), auch überdies bei den verschiedenen Arten derjenigen Schuppenechsen, welche Carotidenbogen besitzen, die absteigenden Schenkel dieser Bogen, also jene übrig gebliebenen und im Verlaufe des Lebens mehr und mehr verlängerten Anastomosen, eine im Verhältniss zu ihrer Länge gar sehr verschiedene Dicke haben.

§. 42. Was die drei vorderen von den fünf Gefässbogen anbelangt, die sich namentlich bei den Schlangen, Vögeln und Säugethieren jederseits hinter der Mundöffnung bilden, so hat der erste in der Reihe nur eine kurze Dauer; denn schon früh schwindet und vergeht er wieder, nachdem vorher die Anastomose, durch die er oben mit dem nächstfolgenden Gefässbogen zusammenhängt, nach vorne in einer fast geraden Richtung einen kleinen Zweig ausgesendet hat, der sich durch die Basis der Hirnschale zu dem Gehirn und dessen Gefässhaut begibt. Dieser Zweig und die angeführte Anastomose stellen dann zusammengenommen eine kleine Arterie dar, die als eine über der ersten Kiemenspalte (oder vielmehr Schlundspalte) nach vorn laufende Fortsetzung des zweiten Gefässbogens erscheint. Ein wenig später vergeht der zweite Gefässbogen bis zu der Anastomose, welche sich zwischen ihm und dem dritten Bogen befindet, in Folge wovon jetzt diese seine Anastomose zusammen mit jener zu dem Gehirn hinlaufenden Arterie ein mässig langes Gefäss darstellt, das von dem oberen Ende des dritten Gefässbogens ausgeht oder vielmehr als eine Fortsetzung desselben erscheint (Taf. VI, Fig. 5, *k*, Fig 7, 9 und 10, *a*). Weiterhin, doch bei den Schlangen erst viel später, als bei den Vögeln und Säugethieren, verschwindet diejenige Anastomose, welche sich zwischen dem dritten und vierten Gefässbogen befindet, worauf nunmehr der dritte Gefässbogen als die hintere Hälfte eines von ihm und jener zu dem Gehirn gehenden Arterie zusammengesetzten grösseren Blutgefässes erscheint. Das ganze auf die angegebene Weise entstandene Gefäss hat eine geschwungene Form, die aber bei den verschiedenen oben genannten Wirbelthieren verschieden ist, und gibt sich durch seinen Verlauf, seine Lagerungsverhältnisse und

[1]) Als schwache Spuren der erwähnten Anastomosen sind bei Rana esculenta ein Paar sehr zarte und dichte Fäden zu betrachten, die nach Burow's Untersuchungen von denjenigen Arterien dieses Thieres, welche als Carotiden zu betrachten sind, zu den Aortenwurzeln hinübergehen. (Dissert. inaug. de vasis sanguiferis ranarum [Regimontii 1834] pag. 10.)

seine Ausbreitung in der Schädelhöhle schon deutlich als die Carotis interna zu erkennen (Taf. VI, Fig. 1, *d*, Fig. 2, *f*, Fig. 3, *h*, Fig. 4, *e*, *e* und Fig. 7, 9 und 10, *a*, *a*).

Wie die Anastomosen, welche sich zwischen den Gefässbogen der drei vorderen Paare befinden, bleiben bei den Schlangen, Vögeln und Säugethieren auch die beiden Äste übrig, in die sich bei ihnen der Truncus arteriosus nach vorn fortgesetzt hatte und aus denen alle jene drei Paar Gefässbogen hervorgewachsen waren. Es erscheint daher die vordere längere Hälfte eines jeden von diesen Ästen, wenn die zwei vorderen Paar Gefässbogen verschwunden sind, als eine kleine Arterie, die mit dem unteren Ende des ursprünglich dritten Gefässbogens, also jetzt mit dem unteren Ende der Carotis interna derselben Seite zusammenhängt und nach vorn gegen die im Entstehen begriffene Zunge gerichtet ist (Taf. VI, Fig. 1, d^*, Fig. f, f^{**}. Fig. 3, *i*, Fig. 4, Fig. 5, *i* und Fig. 7, 9 und 10, *b*, *b*). Aus diesem kleinen Blutgefässe, das seiner Lage und Richtung nach zu urtheilen anfänglich nichts weiter als eine Arteria lingualis zu sein scheint, entwickelt sich später durch eine Aussendung verschiedener Zweige eine meistens ansehnlich grosse Arterie, die sich besonders bei den Säugethieren weit ausbreitet und bei ihnen den Namen der Carotis externa führt. Was aber die viel kürzere hintere Hälfte eines jeden von den angeführten beiden Ästen des Truncus arteriosus anbelangt, von welcher Hälfte nunmehr die Andeutungen einer Carotis interna und einer Carotis externa als zwei divergirende Zweige ausgehen, so wird sie bei den Schlangen, Vögeln und Säugethieren, während sich der Hals verlängert und das Herz sich weiter nach hinten begibt, mehr und mehr ausgesponnen und zu einer Carotis communis ausgebildet (Taf. VI, Fig. 2, *f*, Fig. 3, *k*. Fig. 4, *d*, *d* und Fig. 7, 9 und 10, *c*, *c*).

Wenn die Entwickelung der vorhin genannten Wirbelthiere so weit vorgeschritten ist, dass bei ihnen die Carotiden schon als besondere Gefässe angedeutet sind, so gehen bei ihnen je nach den Classen, denen sie angehören, die Stämme dieser Gefässe (die Carotides communes) von verschiedenen anderen Abschnitten des arteriellen Systems ab. Diese Verschiedenheit in ihrer Verbindung aber hängt von der Art und Weise ab, wie sich der Truncus arteriosus spaltet. Bei den Schlangen, bei denen er sich in drei Canäle theilt, von denen sich einer an den einen, ein zweiter an den anderen vierten Gefässbogen anschliesst, erfolgt die Theilung gegen sein vorderes Ende, von dem jene Bogen seitwärts abgehen, in einer solchen Art oder vielmehr in einer solchen Richtung, dass sich derjenige von den erwähnten drei Canälen, welcher den aufsteigenden Theil der linken secundären Aortenwurzel bilden soll, hinter den beiden in der Umwandlung zu den Carotiden begriffenen Ästen des Truncus arteriosus dem linken vierten Gefässbogen anschliesst, derjenige von jenen Canälen aber, welcher den aufsteigenden Theil der rechten secundären Aortenwurzel bilden soll, sich ganz am vorderen Ende des Truncus arteriosus in den rechten vierten Gefässbogen fortsetzt. In Folge davon kommt bei den Schlangen der letzterwähnte Canal mit den beiden Ästen des Truncus arteriosus, also mit den beiden in der Entwickelung begriffenen Carotiden, an der Stelle, wo er in den rechten vierten Gefässbogen — der den mittleren Theil der rechten secundären Aortenwurzel darstellen soll — in einen solchen Zusammenhang, dass nunmehr diese beiden Arterien von ihm und dem rechten vierten Gefässbogen oder überhaupt von der rechten secundären Aortenwurzel abgehen (Taf. VI, Fig. 7, *c*, *c* und *d*, *d*). Bei den Vögeln und Säugethieren aber, bei denen sich der Truncus arteriosus nur in zwei Canäle spaltet und bei denen sich der eine von diesen, der den aufsteigenden Theil der secundären Aorta bilden soll, in die beiden vierten Gefässbogen fortsetzt, müssen nach vollendeter Spaltung des Truncus arteriosus die zwei Äste

desselben, also die in der Entwickelung begriffenen Carotiden, von den beiden Gefässbogen des vierten Paares abgehen, und zwar zu beiden Seiten der Stelle, wo sich der erwähnte Canal mit diesen Gefässbogen vereinigt (Taf. VI, Fig. 9 und 10).

§. 43. Obschon die gemeinschaftlichen Carotiden bei den Schlangen, Vögeln und Säugethieren anfänglich in jeder Hinsicht eine grosse Übereinstimmung mit einander zeigen, so erfahren sie doch weiterhin bei den verschiedenen Arten dieser Thiere gar sehr verschiedene Veränderungen, in Folge wovon sie bei denselben nach vollendeter Entwickelung hinsichtlich ihrer Zahl, Ursprungsweise, Lagerung und Verästelung sehr bedeutende Abweichungen von einander wahrnehmen lassen. Von den bereits beobachteten Verwandlungen nun aber, die an ihnen bei den genannten Thieren vor sich gehen, mögen hier nur diejenigen angeführt sein, welche bei der Deutung einiger Abschnitte des arteriellen Systems der Saurier in Betracht zu ziehen sein dürften, zumal da aus der vielgestaltigen Ordnung dieser Reptilien bis jetzt erst eine einzige Art, die Lacerta agilis, einigermassen auf die Entwickelung ihres arteriellen Systems untersucht worden ist.

1. Nach Wahrnehmungen an der Natter gehen bei dieser Schlange die beiden gemeinschaftlichen Carotiden, wie schon angeführt worden, von der rechten secundären Aortenwurzel anfänglich dicht neben einander ab. Indem aber bei derselben das Herz erheblich weit nach hinten wandert, weichen sie und die rechte Aortenwurzel etwas aus einander, wobei sie denn aus dieser sich einen ihnen beiden gemeinsamen Stamm ausspinnen. Während darauf der so entstandene neue Arterienstamm, den man als eine Carotis primaria bezeichnen kann, bei dem vorherrschenden Wachsthum der Natter-Embryonen in die Länge ebenfalls an Länge gewinnt, verlängern sich die anfangs nur sehr kurzen gemeinschaftlichen Carotiden noch um Vieles mehr. Auch nimmt die linke gemeinschaftliche Carotis, je später, desto mehr an Weite zu. Dagegen nimmt die rechte mit Ausnahme ihres hintersten Theiles, der zwischen der mittleren und der rechten von drei dicht vor dem Herzbeutel entstandenen Blutdrüsen seine Lage hat, späterhin an Weite nicht sowohl zu, als vielmehr in einem solchen Grade ab, dass sie bei älteren Exemplaren der Natter kaum noch zu erkennen ist. Bevor sie jedoch verkümmert, bildet sich ganz vorne auf der Grenze des Halses und Kopfes zwischen der rechten und der linken Carotis interna eine Anastomose, durch die nachher die Carotis interna und externa der rechten Seitenhälfte, die nicht verkümmern, sondern sich in einer ähnlichen Weise, wie die gleichnamigen Arterien der linken Seitenhälfte, weiter entwickeln, von der linken Carotis communis aus mit Blut gespeist werden. Zu Wege gebracht wird diese Anastomose, indem eine jede Car. interna einen als eine Art. spinalis zu bezeichnenden Ast aussendet, der zwischen dem Atlas und dem Hinterhaupte in die Schädelhöhle eindringt und sich unter dem verlängerten Marke mit dem gleichen Aste der anderen Seitenhälfte vereinigt[1]).

Allem Anschein nach nehmen nur bei wenigen Schlangen die beiden gemeinschaftlichen Carotiden immer ziemlich gleichmässig an Dicke zu, so namentlich bei Typhlops reticulatus, Ilysia scytale, Cylindrophis rufus, Uropeltis ceylanicus, Eryx Johnii und Hydrophis schistosus. Dagegen bleibt bei vielen die rechte in ihrem Wachsthume in die Dicke hinter der linken mehr oder weniger zurück. Bei noch anderen verkümmert die rechte in hohem Grade oder geht sogar zum grössten Theil verloren, und wieder bei anderen, namentlich bei den Boaeiden, nimmt die linke viel weniger, als die rechte, an Dicke zu. Ein Näheres über die verschiedenen

[1]) In meiner Entwickelungsgeschichte der Natter sind (Seite 169) die oben erwähnten Äste unter dem, wie ich jetzt einsehe, nicht für sie passenden Namen der Aa. vertebrales aufgeführt worden.

Verhältnisse, in welchen sich die gemeinschaftlichen Carotiden bei verschiedenen Arten von Schlangen befinden, habe ich in einer besonderen Abhandlung über die Carotiden der Schlangen (s. diese Denkschriften Bd. XI) angegeben.

2. Bei den Embryonen des Haushuhnes nehmen die gemeinschaftlichen Carotiden, während sich der Hals verlängert, ebenfalls wie bei der Natter ansehnlich an Länge zu. Dabei aber behalten sie nicht, wie bei den Schlangen und Säugethieren im Allgemeinen, einen geraden Verlauf von hinten nach vorn neben den herumschweifenden Nerven und den Drosselvenen, sondern biegen sich, wie ich gefunden habe, allmählich gegen die Rückseite des Halses aus, kommen mit ihrem mittleren Theile einander immer näher und liegen schon am eilften Tage der Bebrütung zwischen den Halswirbeln und der Speiseröhre auf einer ziemlich grossen Strecke dicht neben einander. Gleichzeitig mit dieser Änderung des Verlaufes sendet eine jede gemeinschaftliche Carotis aus ihrem hinteren Theile einen Zweig aus, der gerade nach vorn gerichtet ist und dicht neben dem herumschweifenden Nerven seiner Seite verläuft. Schon am achten Tage der Bebrütung konnte ich ihn erkennen, doch nur eine mässig grosse Strecke weit nach vorn verfolgen. Am neunten Tage der Bebrütung aber sah ich nach einer angestellten Injection des Hühnchens neben dem Nervus vagus eine ziemlich lange Arterie, die sich von dem hintersten Theile der Carotis communis ihrer Seite bis zu dem Kopf erstreckte, und zwar um Vieles dünner, als jener Gefässstamm, doch im Verhältniss zu demselben im Ganzen dicker war, als es bei erwachsenen Hühnern der Fall ist. Eben so verhielt sich die erwähnte Arterie auch bei injicirten Hühnchen vom zehnten und eilften Tage der Bebrütung. Bei allen diesen Embryonen aber erschien sie eben so wenig, wie bei erwachsenen Hühnern, von ihrem hinteren nach ihrem vorderen Ende immer mehr verjüngt, sondern war, wie bei erwachsenen Hühnern, in ihrer Mitte dünner, als an ihren Enden. Es ist daher höchst wahrscheinlich, dass sie aus einem vorderen und einem hinteren Zweige der Carotis, die einander entgegenwachsen und endlich in einander übergehen, zusammengesetzt wird. Eine solche Entstehungsweise dieser Arterie haben allem Anschein nach auch Bauer[1]) und Barkow[2]), als sie die Arterien mehrerer Vogelarten beschrieben, angenommen, da der Erstere die vordere Hälfte dieses Blutgefässes — das übrigens bei dem Huhne vorn mit der Art. occipitalis, einem Aste der Carotis externa, zusammenhängt — Art. cervicalis descendens, die hintere Hälfte A. cervicalis adscendens, der Letztere aber die vordere Hälfte dieses Blutgefässes A. cutanea colli descendens, die hintere Hälfte A. cutanea colli adscendens benannte. Am passendsten scheint mir für dieses ganze Blutgefäss die Benennung Art. collateralis colli zu sein, welche Benennung ich desshalb in dem Folgenden für dasselbe auch gebrauchen werde.

3. Nach Untersuchungen, die ich an Embryonen des Schweines, Schafes und Rindes angestellt habe, gehen bei diesen Thieren die gemeinschaftlichen Carotiden von den beiden ursprünglich vierten Gefässbogen etwas später, als sie sich zu bilden angefangen haben, in einer ziemlich grossen Entfernung von einander ab (Taf. VI, Fig. 4). Nachher aber verkürzt sich bei dem Schweine von dem linken vierten Gefässbogen, der zu dem Arcus aortae wird (Taf. VI, Fig. 4, *b*), der zwischen dem Ursprunge dieses Bogens und dem Ursprunge der linken Carotis communis befindliche Theil immer mehr und mehr, bis die linke Car. communis ganz dicht an den rechten vierten Gefässbogen herangerückt ist, von welchem letzteren Bogen

---

[1]) Disquisitiones circa nonnullarum avium systema arteriosum. Diss. inauguralis, Berolini 1825.
[2]) Meckel's Archiv für Anatomie und Physiologie. Jahrgang 1829.

derjenige Theil, der sich zwischen dem Ursprunge desselben und dem Ursprunge der rechten Carotis communis befindet, jetzt einen kurzen Arterienstamm darstellt, welcher der Art. anonyma mancher anderen Säugethiere und namentlich auch des Menschen entspricht (Taf. VI, Fig. 3, *g* und Fig. 4, *c*). Ist dies geschehen, so gehen die linke Carotis communis und die Art. anonyma dicht neben einander von dem Ende der Aorta adscendens ab. Bald darauf aber werden sie von der Aorta adscendens entfernt, während und weil sich das Herz allmählich weiter nach hinten begibt, und spinnen aus ihr einen ihnen beiden gemeinschaftlichen Stamm aus. Demnächst verkürzt sich, während dieser Stamm an Länge gewinnt, die Art. anonyma in dem Maasse, dass sie ganz verschwindet und die hinteren Enden der beiden gemeinschaftlichen Carotiden dicht neben einander und der rechten Art. subclavia zu liegen kommen. Noch später aber spinnen die beiden gemeinschaftlichen Carotiden aus dem erwähnten für sie und die rechte Art. subclavia bestimmten Stamme einen dünneren und kürzeren, nur für sie bestimmten Stamm aus, der als eine Carotis primaria zu bezeichnen ist und von dessen Ende sie dann unter einem spitzen Winkel dicht bei einander abgehen. Man findet daher bei dem Schweine, nachdem die angeführten Entwickelungsvorgänge beendigt sind, an dem vorderen bogenförmig gekrümmten Theile der Aorta ausser der linken Art. subclavia einen sehr starken Arterienstamm, der sich in die rechte Art. subclavia und in eine Carotis primaria theilt, von welcher letzteren die beiden gemeinschaftlichen Carotiden als Äste abgehen. Ganz dieselben Veränderungen, wie die so eben beschriebenen bei dem Schweine, ereignen sich auch bei dem Schafe und Rinde. Ausserdem aber rückt bei diesen Wiederkäuern, ehe ihre linke Carotis communis und Art. anonyma zusammentreffen, die linke Art. subclavia — die bei ihnen, wie überhaupt bei den Säugethieren, aus dem Ende der zwischen dem vierten und fünften linken Gefässbogen befindlichen Anastomose hervorgewachsen ist — immer näher nach der linken Carotis communis hin, indem sich schon früh auch zwischen ihr und dieser Arterie der Aortenbogen mehr und mehr verkürzt, bis sie mit derselben zuletzt zusammenfällt und gleichsam verschmilzt. Das endliche Ergebniss aller erwähnten Vorgänge besteht dann bei dem Schafe und Rinde darin, dass bei ihnen aus dem vorderen Theile der Aorta, nachdem drei zu einer gewissen Zeit von ihm abgehende Arterienstämme (Art. anonyma, Carotis communis sinistra und Art. subclavia sinistra) dicht zusammengerückt und an ihren Ursprungsstellen verschmolzen sind, ein bedeutender und ihnen allen gemeinschaftlicher Stamm hervorwächst, nämlich die sogenannte vordere Aorta der Wiederkäuer[1]).

Nach einer Angabe von Stannius fehlen bei Delphinus Phocaena, bei dem und den übrigen fleischfressenden Cetaceen unter den Säugethieren der Hals am kürzesten ist, die gemeinschaftlichen Carotiden gänzlich und es entspringt bei ihnen sowohl die innere, als auch die äussere Carotis unmittelbar aus einer Art. anonyma (Müller's Archiv, Jahrgang 1841, S. 379, und Lehrbuch der vergl. Anatomie der Wirbelthiere, Berlin 1846, S. 437). Diese Angabe, die einer von Rapp und von Meckel gemachten entgegensteht, von Barkow aber bestätigt worden ist (Anatomische Abhandlungen, Breslau 1851, S. 95), kann auch ich bestätigen. Bei dem genannten Delphin gehen von dem Bogen der Aorta in einer ziemlich grossen Entfernung von einander zwei mässig lange Aa. anonymae ab, aus deren jeder dicht neben einander eine Carotis interna, Carotis externa und Art. subclavia entspringen. Es lässt sich indess mit ziemlicher Gewissheit annehmen, dass dem allgemeinen Plane gemäss, nach welchem sich bei den höheren Wirbelthieren das System der Carotiden

[1]) Rathke über die Entwickelung der Arterien, welche bei den Säugethieren von dem Bogen der Aorta ausgehen. §. 9 und 10. (J. Müller's Archiv. Jahrgang 1843, Seite 276.)

entwickelt, auch bei Delph. Phocaena in einer frühen Zeit des Fruchtlebens zwei, obwohl nur kurze gemeinschaftliche Carotiden vorkommen. Wenn das aber der Fall ist, so werden diese Gefässstämme höchst wahrscheinlich nachher allmählich immer mehr verkürzt oder in die ursprünglich vierten Gefässbogen der primitiven Aortenwurzeln, von denen sie abgehen, gleichsam hineingezogen, bis jederseits die in der Entwickelung begriffene äussere und innere Carotis dicht neben einander von einem dieser Bogen abgehen.

§. 44. Auch bei den Eidechsen gehen in denjenigen Theilen einer jeden primitiven Aortenwurzel, welche sich vor dem ursprünglich dritten Gefässbogen derselben befinden, zu einer sehr frühen Zeit des Fruchtlebens eben solche Veränderungen vor sich, wie bei den Schlangen, Vögeln und Säugethieren. Es vergehen also auch bei ihnen die beiden vordersten Paar Gefässbogen völlig. Nachdem dies aber geschehen ist, findet man bei ihnen in jeder Seitenhälfte des Körpers, wie bei jenen anderen Wirbelthieren, zwei kleine von dem ursprünglich dritten Gefässbogen derselben Seitenhälfte nach vorne auslaufende und etwas divergirende Arterien, von denen die eine von dem oberen Ende dieses Bogens abgeht und durch die Grundfläche der Hirnschale dringt, um sich an dem Gehirn und dessen Gefässhaut zu verbreiten (Taf. II, Fig. 5—7, *g* und Taf. VI, Fig. 8, *a*, *a*), die andere, die viel kürzer und viel dünner ist, unter jener und mässig weit entfernt von derselben entspringt, schräg nach vorn und unten verläuft und sich nach der Unterkiefergegend, wo die Zunge im Entstehen begriffen ist, hinbegibt (Taf. II, Fig. 5—7, *f* und Taf. VI, Fig. 8, *b*, *b*). Ein anderes Verhalten aber, als bei den Schlangen, Vögeln und Säugethieren, zeigen bei den Eidechsen im Verlaufe der Entwickelung die hinteren Hälften ihrer primitiven Aortenwurzeln. Denn abgesehen von einigen weiterhin noch anzuführenden Veränderungen, die sich an denselben zutragen, bleibeu bei den Eidechsen die beiden Anastomosen, welche sich zwischen den oberen Enden der Gefässbogen des dritten und vierten Paares befinden, lebenslang bestehen (Taf. VI, Fig. 8, *d*, *d*), statt dass sie bei den Schlangen, Vögeln und Säugethieren gegentheils verschwinden, ohne eine Spur von ihrem Dasein zurückzulassen. Es bleiben also bei den Eidechsen die Gefässbogen des dritten Paares an ihren oberen Enden mit denen des vierten Paares immer im Zusammenhange, statt dass sie sich bei vielen anderen Wirbelthieren und selbst auch bei den Schlangen, wie vorhin gezeigt worden, von den oberen Enden dieser zunächst hinter ihnen liegenden Gefässbogen ablösen und darauf die hinteren Hälften der sogenannten inneren Carotiden darstellen.

Nachdem bei den Eidechsen die Gefässbogen des ersten und zweiten Paares vergangen sind, theilt sich bei ihnen einige Zeit später der Truncus arteriosus eben so, wie bei den Schlangen, in drei besondere Canäle, von denen zwei in die Gefässbogen des vierten Paares übergehen und mit diesen die aufsteigenden Theile und die Bogen der secundären Aortenwurzeln bilden (Taf. VI, Fig. 8, *e*, *e* und *h*, *h*). Dessgleichen kommen bei den Eidechsen, wie bei den Schlangen, die Gefässbogen des dritten Paares (oder überhaupt die beiden Äste, die der Truncus arteriosus nach vorne ausgesendet hatte) mit dem rechten vierten Gefässbogen und dem einen von den drei aus dem Truncus arteriosus entstehenden Canälen an der Stelle, wo jener Gefässbogen und dieser Canal zusammenfliessen, in eine solche Verbindung, dass sie von der bezeichneten Stelle, also überhaupt von der in ihrer Bildung begriffenen rechten secundären Aortenwurzel, neben einander abgehen (Taf. VI, Fig. 8). Bald darauf aber entfernen sie sich ein wenig von dieser Aortenwurzel und spinnen aus ihr, wie bei den Schlangen, einen Canal aus, der für sie einen gemeinschaftlichen kurzen Stamm darstellt und sich in dem weiteren Verlaufe der Entwickelung nur unbedeutend verlängert.

§. 45. Wenn bei den Embryonen der Eidechsen von den verschiedenen Theilen der beiden Äste ihres Truncus arteriosus die beiden vordersten Paar Gefässbogen verschwunden sind, auch der genannte Gefässstamm sich bereits in drei besondere Canäle gespalten hat, setzen die übrig gebliebenen Theile seiner beiden Äste zwei grössere Bogen zusammen, die unten von der rechten secundären Aortenwurzel ausgehen, oben aber in die beiden secundären Aortenwurzeln übergehen, und von denen ein jeder zwei divergirend nach vorn verlaufende Arterien entsendet (Taf. II, Fig. 6 und 7, *d—g*). Ähnliche Formen, ähnliche Lagerungsverhältnisse und ganz dieselben Verbindungen zeigen aber auch bei den erwachsenen Eidechsen und vielen anderen Schuppenechsen die Carotidenbogen mit ihren beiden grösseren Ästen, die ich den Kopfast und den Kehlzungenast genannt habe. Es kann daher keinem Zweifel unterliegen, dass bei den Eidechsen, wie überhaupt bei den mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen, diese Bogen und ihre beiden erwähnten Hauptäste nichts anderes sind, als jene übrig gebliebenen und weiter ausgebildeten Theile der beiden Äste des Truncus arteriosus. Nun aber verhalten sich bei den Embryonen der Eidechsen, wenn bei ihnen die zwei vordersten Paar Gefässbogen verschwunden sind, der Truncus arteriosus aber noch nicht gespalten ist, die beiden Äste dieses Gefässstammes in ihren Verbindungen, Formen und Lagerungsverhältnissen gerade so, wie bei den Embryonen der Schlangen, Vögel und Säugethiere die vor den Gefässbogen des vierten Paares befindlichen Theile des arteriellen Systems, wenn bei ihnen zwar bereits die Gefässbogen der zwei vorderen Paare vergangen, doch zwischen den Gefässbogen des dritten und vierten Paares noch Anastomosen vorhanden sind. Unter solchen Umständen wird man daher, wenn man bei den erwachsenen Exemplaren derjenigen Schuppenechsen, welche Carotidenbogen besitzen, die einzelnen übrig gebliebenen Theile der beiden Äste ihres Truncus arteriosus mit Beziehung auf die höher stehenden Wirbelthiere deuten will, besonders Rücksicht darauf zu nehmen haben, welche Abschnitte des Gefässsystems sich bei diesen höheren Thieren aus den übrig bleibenden Theilen der beiden Äste ihres Truncus arteriosus entwickeln. Es entwickeln sich nun aber bei den Säugethieren, deren Körperbau besonders zur Richtschnur genommen wird, wenn man bei anderen Wirbelthieren die morphologische Bedeutung ihrer verschiedenen Körpertheile bestimmen will, aus den übrig bleibenden Theilen der beiden Äste ihres Truncus arteriosus folgende Abschnitte des arteriellen Systems.

1. Der hinterste oder derjenige Theil eines jeden Astes des Truncus arteriosus, von welchem zu der Zeit, da die beiden vordersten Paar Gefässbogen bereits verschwunden sind, der dritte Gefässbogen derselben Seitenhälfte und eine kleine sich nach der Unterkiefergegend begebende Arterie als Zweige abgehen, bildet sich zu einer Carotis communis aus.

2. Die erwähnte kleine, nach der Unterkiefergegend hingewendete Arterie eines jeden solchen Astes entwickelt sich zu einer Carotis externa.

3. Ein jeder ursprünglich dritte Gefässbogen stellt nach seiner Ablösung von dem oberen Ende des auf ihn folgenden Gefässbogens die hintere Hälfte einer Carotis interna dar.

4. Zu der vorderen Hälfte einer Carotis interna entwickelt sich in jeder Seitenhälfte des Körpers die kleine, sich nach dem Gehirn begebende Arterie, welche unmittelbar nach dem Verschwinden des ersten und zweiten Gefässbogens von dem oberen Ende des dritten Gefässbogens abgeht, bald darauf aber, wenn auch die Anastomose zwischen dem dritten und vierten Gefässbogen vergangen ist, als eine Fortsetzung des dritten Gefässbogens erscheint.

Demnach wird bei den mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen die Arterie, welche ich im ersteren Theile dieser Schrift den Kehlzungenast nannte, mit der äusseren Carotis,

diejenige Arterie, welche ich unter dem Namen des Kopfastes beschrieben habe, mit der vorderen Hälfte der inneren Carotis, derjenige Theil je eines Carotidenbogens, welcher sich zwischen den Ursprungsstellen dieser beiden Arterien befindet, mit der hinteren Hälfte der inneren Carotis und derjenige Theil je eines Carotidenbogens, welcher sich unterhalb des Kehlzungenastes (zwischen diesem und dem Anfange der rechten Aortenwurzel) befindet, mit der gemeinschaftlichen Carotis der Säugethiere für gleichbedeutend zu halten sein. Derjenige Theil je eines bei einer Schuppenechse vorkommenden Carotidenbogens aber, welcher zwischen dem Kopfaste und dem hinteren Theile der Aortenwurzel seiner Seite liegt, also die aus dem Fruchtleben übrig gebliebene Anastomose zwischen dem dritten und vierten Gefässbogen einer jeden primitiven Aortenwurzel, wird als ein Abschnitt des arteriellen Systems zu betrachten sein, der weder mit einem Theile der Carotiden, noch auch mit irgend einem anderen Theile des arteriellen Systems erwachsener Säugethiere eine gleiche morphologische Bedeutung hat.

§. 46. Gegen die Annahme, dass bei den mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen die Kehlzungenäste dieser Bogen den äusseren Carotiden, die Kopfäste derselben den vorderen Hälften der inneren Carotiden der Säugethiere entsprechen, könnte angeführt werden, dass die beiden ersteren Äste nur der Zunge, der Unterkiefergegend, den Mm. pterygoidei externi und den Mm. apertores oris Zweige zusenden, also an dem Kopfe lange nicht eine solche Ausbreitung haben, wie die äusseren Carotiden namentlich des Menschen, und dass sich gegentheils die beiden anderen Arterien jener Saurier, welche ich die Kopfäste nannte, an mehreren solchen ausserhalb der Schädelhöhle liegenden Theilen des Kopfes verbreiten, deren Analoga bei dem Menschen keine Zweige von den inneren Carotiden erhalten. Allein obgleich nach den bisherigen Erfahrungen vorausgesetzt werden darf, dass bei allen über den Batrachiern stehenden Wirbelthieren zu der Zeit, da bei ihnen jederseits die zwei vordersten Gefässbogen verschwunden sind, von dem dritten Gefässbogen zwei Arterien nach gleichen Gegenden des Kopfes hingehen, so entwickeln sich doch diese Arterien mit Inbegriff jenes Gefässbogens bei den verschiedenartigen höheren Wirbelthieren, wie sich aus ihren Formverhältnissen und ihren Verbindungen mit anderen Körpertheilen nach vollendeter Ausbildung schliessen lässt, in sehr verschiedener Weise.

Schon in der Classe der Säugethiere findet man mancherlei Abweichungen von der Verbreitungsweise, welche die innere und die äussere Carotis bei dem Menschen bemerken lassen, wie überhaupt viele und bedeutende Verschiedenheiten in der Verästelung der gemeinschaftlichen Carotiden. Um nur einige Beispiele davon anzuführen, so geht die Art. maxillaris externa bei der Katze und dem Rinde, die Art. auricularis posterior bei der Katze, dem Hunde und dem Iltis von der Carotis communis ab, wogegen diese Gefässe bei dem Menschen Äste der Carotis externa sind. Ferner ist die Art. auricularis posterior bei dem Tiger, die Art. occipitalis bei dem Maulwurfe, dem Igel, dem Bären, der Fischotter und noch einigen anderen Säugethieren nicht, wie bei dem Menschen, ein Ast der Carotis externa, sondern ein Ast der Carotis interna. Und eben dasselbe ist der Fall mit der Art. maxillaris interna der Fledermäuse, vieler Nagethiere und mehrerer Insectenfresser [1]), Bei vielen Arten von Säugethieren kann daher auch nicht, wie bei dem Menschen, der ganzen Carotis interna, sondern nur

[1]) Otto in den Nov. act. Academiae Caes. Leop. Carol. Vol. XIII, Pars 1, Barkow Disquisitiones circa originem et decursum arteriarum mammalium (Lipsiae 1839). Barkow in Nov. act. Acad. Caes. Leop. Car. Vol. XX, P. 2, und Cuvier Leçons d'anatomie comp. Tom. VI.

einem Aste derselben der Namen einer Carotis cerebralis beigelegt werden. Eben so grosse oder selbst noch grössere Verschiedenheiten, als die Säugethiere, zeigen in der Verästelung der gemeinschaftlichen Carotis an dem Kopfe und obersten Theile des Halses die Vögel. Denn bei ihnen kommen nicht nur viele und bedeutende Modificationen in der Verbreitung der inneren und der äusseren Carotis vor, sondern es theilt sich auch bei manchen von ihnen, wie z. B. bei der Gans, dem Reiher und der Krähe, die gemeinschaftliche Carotis ohne Bifurcation nur in untergeordnete Äste, welche Theilung dann wieder, je nach den Arten der Vögel, bei denen sie vorkommt, in sehr verschiedener Weise stattfindet. Bei einigen von diesen letzteren, wie namentlich bei Anser cinereus, scheinen sich sogar diejenigen Abtheilungen der Aortenwurzeln, welche sich bei den Säugethieren im Allgemeinen zu den äusseren Carotiden entwickeln, nur zu den beiden Zungenarterien auszubilden[1]). Auch bei den Schlangen weicht die Carotis communis, die entgegen früheren Angaben bei vielen von diesen Thieren lebenslang zweifach vorhanden ist, in ihrer Verbreitung an dem Kopfe und vordersten Theile des Halses bedeutend von dem gleichnamigen Gefässstamme des Menschen und der ihm zunächst stehenden Säugethiere ab, obschon sie selbst und die beiden Äste, in welche sie nach vorn getheilt erscheint, eine gleiche Entstehung wie bei den Säugethieren im Allgemeinen haben. Denn der eine von ihren beiden Ästen, den Schlemm in seiner Beschreibung der Blutgefässe der Schlangen die Art. inframaxillaris genannt hat, und der, wie meine Untersuchungen über die Entwickelung der Natter ergeben haben, in genetischer Hinsicht völlig der Carotis externa der Säugethiere entspricht, hat namentlich in dem Kopfe einen sehr viel kleineren, dagegen der andere, der aus der primitiven Aortenwurzel in derselben Weise, wie die Carotis interna der Säugethiere entsteht, einen sehr viel grösseren Verbreitungsbezirk, als bei jenen Thieren, indem, abgesehen von dem Halse, der erstere Ast sich nur allein in denjenigen Theilen des Kopfes verzweigt, welche zwischen den Seitenhälften des Unterkiefers liegen, der letztere aber in allen übrigen Theilen des Kopfes.

Nach dem Angeführten wird daher die morphologische Bedeutung, welche ich bei den mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen den Hauptästen dieser Bogen beigelegt habe, um desshalb nicht als eine unpassende betrachtet werden können, weil bei ihnen die für gleichbedeutend mit den äusseren Carotiden ausgegebenen Kehlzungenäste über einen viel kleineren, dagegen die für gleichbedeutend mit den vorderen Hälften der inneren Carotiden ausgegebenen Kopfäste über einen viel grösseren Bezirk verbreitet sind, als jene Arterien bei dem Menschen und vielen anderen Mammalien.

Gegen die oben gegebene Deutung der bei vielen Schuppenechsen vorkommenden Carotidenbogen und der Hauptäste derselben könnte möglicherweise auch noch bemerkt werden, dass bei diesen Sauriern derjenige Theil je eines solchen Bogens, welcher sich zwischen den Ursprungsstellen des Kopfastes und des Kehlzungenastes befindet, aus dem Grunde nicht eine gleiche Bedeutung mit der hinteren, durch Erweiterung und Verlängerung eines ursprünglich dritten Gefässbogens entstandenen Hälfte der inneren Carotis höherer Wirbelthiere haben könne, weil er bei einigen Schuppenechsen im Vergleich mit der Länge des ganzen Carotidenbogens nur sehr kurz ist und bei anderen, wie z. B. bei dem Basiliscus mitratus, bei welchem die genannten Arterienäste dicht bei einander entspringen, sogar völlig vermisst wird. Allein es gehen bei Lacerta agilis der Kopfast und der Kehlzungenast von dem Carotiden-

[1]) Bauer am angef. Orte und Barkow in Meckel's Archiv, Jahrgang 1829.

bogen, oder von dem ursprünglich dritten Gefässbogen der primitiven Aortenwurzel nicht blos in späterer Lebenzeit, sondern schon in einer frühen Zeit des Fruchtlebens ziemlich weit entfernt von einander ab (Taf. II, Fig. 4—7), zeigen also in ihrem Ursprunge schon sehr früh ein ähnliches Verhältniss, wie die beiden Arterien, die bei anderen Wirbelthieren zu einer gewissen Zeit des Fruchtlebens von jedem ursprünglich dritten Gefässbogen abgehen und von denen sich die eine zu der äusseren Carotis, die andere zu der vorderen Hälfte der inneren Carotis entwickelt. Daraus aber darf der Analogie nach gefolgert werden, dass ein solches Verhältniss nicht nur bei der Eidechse, sondern auch bei allen übrigen mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen in früher Zeit des Lebens vorkommt, und dass bei denjenigen von diesen Thieren, bei welchen nach vollendeter Ausbildung die angeführten Arterienäste nahe oder dicht bei einander von dem Carotidenbogen abgehen, dieses letztere Verhältniss erst ein späteres und dadurch hervorgebracht worden ist, dass sich im Verlauf des Fruchtlebens der ursprünglich dritte Gefässbogen zwischen den Ursprungsstellen jener Äste, wie nach einigen von mir gemachten Beobachtungen bei dem Schweine und den Wiederkäuern ein jeder vierte Gefässbogen dieser Säugethiere, allmählich mehr und mehr verkürzt.

Wenn nun aber bei den Schuppenechsen, welche Carotidenbogen besitzen, in morphologischer Hinsicht die Kehlzungenäste den äusseren Carotiden, und die Kopfäste nebst denjenigen Abschnitten der genannten Gefässbogen, welche zwischen den Ursprungsstellen dieser und jener Äste liegen, den inneren Carotiden der Säugethiere entsprechen, so werden diejenigen Abschnitte der Carotidenbogen, welche sich von dem Ursprunge derselben aus der rechten Aortenwurzel bis zu den Kehlzungenästen erstrecken, nur für gleichbedeutend mit den gemeinschaftlichen Carotiden der Säugethiere und anderer Wirbelthiere ausgegeben werden können. Der Umstand, dass sie im Verhältniss zu den angeführten Ästen nur eine geringe oder doch nur mässig grosse Länge haben, kann dieser Deutung keinen Eintrag thun, da selbst bei einigen solchen Säugethieren, welche wie die meisten Schuppenechsen nur einen sehr kurzen Hals besitzen, ein ähnliches Verhältniss zwischen den gemeinschaftlichen Carotiden und denjenigen Ästen derselben, welche mit den Namen der äusseren und inneren Carotiden bezeichnet werden, gefunden wird. Auch kann hier eben so wenig der Umstand in Betracht kommen, dass die Carotidenbogen bei einigen Schuppenechsen von der rechten secundären Aortenwurzel neben einander, bei anderen aber mit einem besonderen ihnen beiden gemeinsamen Stamme abgehen, da diese Gefässbogen nach Beobachtungen an Eidechsen auch in dem letzteren Falle von der angeführten Aortenwurzel anfangs neben einander abgehen, dann aber, wie die gemeinschaftlichen Carotiden bei den Embryonen mancher anderen Wirbelthiere, z. B. bei denen der Natter und des Schweines, dicht zusammenrücken, sich von der Aorta entfernen und aus ihr einen ihnen gemeinsamen Stamm (eine Carotis primaria) ausspinnen.

§. 47. Was die morphologische Bedeutung derjenigen Arterien anbelangt, welche bei vielen mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen neben den Kopfästen und Kehlzungenästen aus diesen Bogen entspringen, so lassen sich die beiden kleinen Äste, welche von denselben zu den Thymusdrüsen hingehen, als entsprechend denjenigen Arterien der Vögel ansehen, welche sich bei diesen Thieren von den gemeinschaftlichen Carotiden zu zwei ganz hinten in dem Halse liegenden Blutdrüsen begeben. Die beiden grösseren Arterien aber, welche ich die Muskeläste der Carotidenbogen genannt habe, scheinen mir eine Eigenthümlichkeit vieler Schuppenechsen zu sein. Durch die absteigenden Theile der Carotidenbogen

stehen sie nämlich mit Abschnitten des arteriellen Systems, welche den inneren Carotiden anderer Wirbelthiere entsprechen, in einem solchen Zusammenhange, dass sie als Zweige derselben erscheinen; bei keinem andern Wirbelthiere aber, als nur bei verschiedenen Arten von Schuppenechsen, kommen meines Wissens solche von den inneren Carotiden ausgehende Zweige vor, die insbesondere die Mm. levatores scapularum, Mm. scaleni und verschiedene Muskeln des Nackens mit Blut zu versorgen hätten.

§. 48. Obgleich sich nach dem Obigen bei solchen Schuppenechsen, welche Carotidenbogen besitzen, in jedem von diesen Bogen und seinen beiden grösseren Ästen die wesentlichsten Abschnitte einer regelmässig und vollständig ausgebildeten Carotis, nämlich ein Stamm und zwei als äussere und innere Carotis zu bezeichnende Äste erkennen lassen, so sind doch bei denselben dergleichen Gefässe auch nach vollendeter Entwickelung des Körpers in so fern nur erst angedeutet, als sie bei ihnen selbst in späteren Lebenszeiten nicht zu einer solchen Freiheit und Selbstständigkeit, wie bei manchen anderen Reptilien, den Vögeln und den Säugethieren gelangt, sondern durch ein paar Anastomosen mit den secundären Aortenwurzeln in einem derartigen Verhältniss geblieben sind, wie es z. B. bei den Schlangen und Schildkröten nur in einer sehr frühen Zeit des Fruchtlebens vorkommt, wenn sich bei diesen Reptilien die Carotiden erst zu entwickeln angefangen haben. Einen Übergang aber zu höheren Entwickelungsstufen und zu einer gewissen Selbstständigkeit zeigen die Carotiden unter den Schuppenechsen bei den Chamäleonen, indem sie bei einigen Arten derselben, wie namentlich bei Chamaeleo planiceps, noch durch ein paar sehr dünne Anastomosen, die aus der frühesten Zeit des Fruchtlebens herstammen, mit den beiden secundären Aortenwurzeln wahrscheinlich fortwährend im Zusammenhange bleiben, bei anderen Arten aber, wie z. B. bei Ch. vulgaris, Ch. verrucosus, Ch. tigris und Ch. pumilus, diese Anastomosen völlig verlieren. Doch gewinnen auch bei den letzteren Arten die Stämme der Carotiden im Verhältniss zu den beiden Ästen, in die sie nach vorne ausgehen, nur eine sehr mässig grosse Länge und bleiben bei ihnen fortwährend in einer ähnlichen Weise gekrümmt, wie bei den mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen diejenigen Abschnitte dieser Bogen, welche sich von dem Anfange derselben bis zu den Abgangsstellen der Kehlzungenäste erstrecken. Eine ähnlich hohe Entwickelung, wie namentlich und insbesondere bei den Säugethieren, gewinnen die Carotiden in der Gruppe der Schuppenechsen nur erst und nur allein bei den Varaniden, bei denen ihre Stämme, wie der ganze Hals, eine ansehnliche Länge erhalten und einen ziemlich geraden Verlauf annehmen.

Von den beiden Ästen, in die bei denjenigen Chamäleonen, welche schon selbstständiger gewordene Carotiden besitzen, die Stämme dieser Arterien nach vorne ausgehen, entspricht der eine offenbar dem Kehlzungenaste der mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen, der andere dem Kopfaste und dem mittleren Theile eines solchen Bogens, der erstere also der Carotis externa, der letztere der Car. interna höherer Wirbelthiere. Ähnliche Lagerungsverhältnisse, ähnliche Verbindungen mit anderen Körpertheilen und ähnliche Formen, wie die angeführten Carotidenäste jener Chamäleonen, zeigen aber auch die beiden Äste, in welche eine jede Carotis communis bei den Varaniden nach vorne ausläuft. Demnach werden auch bei den Varaniden diese Äste der Carotis communis so zu deuten sein, dass derjenige von ihnen, welcher mit dem Nervus vagus gerade nach vorn geht, der Car. interna, der andere, welcher sich zwischen den beiden Zungenbeinhörnern seiner Seite schräg nach unten und vorn zu der Zunge begibt, der Car. externa anderer Wirbelthiere entspricht.

Anbelangend die Seitenäste, welche bei den Varaniden die Carotis communis, während sich der Hals und auch sie selber ziemlich stark verlängerten, ausgesendet hat, so lässt sich derjenige, welcher einen kleinen Zweig zu der im hinteren Theil des Halses liegenden Blutdrüse sendet (Taf. III, Fig. 2—4), in Hinsicht seines Ursprungs, wenngleich nicht auch in Hinsicht seiner Verbreitung, allenfalls als entsprechend derjenigen Arterie ansehen, welche bei manchen mit Carotidenbogen versehenen Schuppenechsen von jedem solchen Bogen unterhalb des Kehlzungenastes abgeht. Der ziemlich grosse Ast aber, welcher den M. scalenus, so wie die hintere Hälfte der Mm. levator scapulae und sternomastoideus mit Blut versorgt (Taf. III, Fig. 2, 2), hat zwar eine ähnliche Verbreitung, wie der bei vielen anderen Schuppenechsen von einem Carotidenbogen abgehende Muskelast, nicht jedoch auch einen ähnlichen Ursprung und eine gleiche morphologische Bedeutung: denn anstatt dass jener Muskelast anderer Schuppenechsen seine Entstehung aus dem absteigenden Theile eines Carotidenbogens genommen hat, ist dieser Muskelast der Varaniden aus einem Abschnitte des arteriellen Systems hervorgewachsen, der ursprünglich in seinem Verhalten dem aufsteigenden Theile eines Carotidenbogens anderer Schuppenechsen entsprochen hat.

§. 49. Bei den Ringelechsen zeigen die Carotiden im Wesentlichen eine solche Bildung, wie bei den Varaniden und denjenigen Schlangen, welche zeitlebens zwei gemeinschaftliche Carotiden von gleicher oder ziemlich gleicher Dicke besitzen. Denn auch bei ihnen besteht eine jede von diesen Arterien aus einem ansehnlich langen Stamme und zwei Endästen, von denen, wie bei jenen Reptilien, der eine unter dem vordersten Theil der Speiseröhre und zwischen den Seitenhälften des Unterkiefers schräg nach vorne und innen zu dem Kinnwinkel geht, der andere, der als eine gerade Fortsetzung des Stammes erscheint, sich mit dem Nervus vagus nach dem Hinterkopfe begibt. Auch bei den Ringelechsen wird daher der erstere Ast des Carotidenstammes oder der Carotis communis als Car. externa, der letztere als Car. interna zu deuten sein.

§. 50. Was die Verbreitung der äusseren und der inneren Carotiden in dem Kopfe anbetrifft, so bleibt sich dieselbe bei den Ringelechsen und Schuppenechsen im Wesentlichen ziemlich gleich, auch verhält sie sich bei ihnen sehr ähnlich, wie bei den Schlangen.

Die äusseren Carotiden haben bei allen diesen Reptilien in dem Kopfe nur einen geringen Verbreitungsbezirk, doch bei den Ringelechsen und Schuppenechsen einen etwas grösseren, als bei den Schlangen. Abgesehen nämlich von den Zweigen, die von ihnen bei den genannten Reptilien für verschiedene Theile des Halses ausgesendet werden und nach den Arten derselben erhebliche Verschiedenheiten zeigen, verbreiten sie sich bei den Schlangen nur in denjenigen Theilen des Kopfes, welche zwischen den beiden Seitenhälften des Unterkiefers liegen. Bei den meisten Schuppenechsen aber senden sie ausserdem, dass sie sich in allen zwischen den Unterkieferhälften gelegenen Körpertheilen verbreiten, auch noch ein Paar oder mehrere Zweige an die Mm. pterygoidei externi und die den Mm. digastrici der Säugethiere entsprechenden Apertores oris. Eben dasselbe gilt wahrscheinlich auch für die Ringelechsen, bei denen ich zwar keine von den äusseren Carotiden zu den Mm. pterygoidei externi gehenden Zweige habe bemerken können, vermuthlich jedoch nur desshalb nicht, weil bei ihnen die Kopfarterien nicht vollständig injicirt waren. Noch etwas weiter, als bei der Mehrzahl der Schuppenechsen, sind die äusseren Carotiden bei dem Psammosaurus griseus verbreitet, bei dem sie nach Corti — der sie übrigens als Rami trachelici der gemeinschaftlichen Carotiden

aufgeführt hat — auch ein Paar Zweige aussenden, von denen sich ein jeder in zwei Aa. coronariae für die Lippen theilt.

Die inneren Carotiden verbreiten sich bei den Schlangen, Ringelechsen und Schuppenechsen in allen Theilen des Kopfes, die nicht von den äusseren Carotiden Zweige erhalten haben, wie ausserdem auch in den Mm. pterygoidei externi, selbst wenn diese Muskeln, wie namentlich bei den Schuppenechsen, schon von den letztgenannten Arterienästen Zweige erhalten haben. Eine jede innere Carotis aber theilt sich, nach den bisher gemachten Wahrnehmungen zu schliessen, bei allen oben genannten Thieren in zwei an Stärke sehr ungleiche Äste, von denen der schwächere entweder ganz und gar (die meisten Schlangen) oder nach Abgabe eines mitunter nur sehr unbedeutenden Zweiges (einige Schlangen und die Schuppenechsen) durch den hinteren Theil der Grundfläche der Hirnschale in die Schädelhöhle eindringt, um sich an dem Gehirn, der Gefässhaut des Gehirns und wohl in der Regel zum Theil auch in verschiedenen innerhalb der Augenhöhle befindlichen Gebilden zu verzweigen[1]), der stärkere sich in dem Nacken und in allen denjenigen ausserhalb der Hirnschale befindlichen Theilen des Kopfes verbreitet, welche nicht schon von dem ersteren und der Car. externa Zweige erhalten haben. Ausserdem aber sendet die innere Carotis bei den Schlangen und einigen Schuppenechsen (Ameiva vulgaris und den Varaniden), ehe sie sich in jene beiden Äste theilt, einen Zweig aus, der als ein Ramus spinalis zwischen dem Atlas und dem Hinterhauptbeine nach innen vordringt und sich mit dem Ende der Art. basilaris vereinigt, wogegen bei den Ringelechsen ein ihm entsprechender Zweig schon von der gemeinschaftlichen Carotis ausgesendet wird. Es fragt sich nun, wie die angeführten beiden Äste, in welche bei allen diesen Reptilien die Carotis interna ausläuft, mit Rücksicht auf die höheren Wirbelthiere zu deuten seien? Bei den meisten, obgleich nicht bei allen Säugethieren geht die Carotis communis nach vorn nur in zwei Äste aus, die als Car. externa und Car. interna bezeichnet werden. Unter diesen Säugethieren dringt nun die Car. interna bei einigen, wie namentlich bei dem Menschen, durch die Grundfläche der Hirnschale in die Schädelhöhle ein, ohne ausserhalb derselben Zweige ausgesendet zu haben; bei anderen aber, wie z. B. bei den Fledermäusen, mehreren Insectenfressern und vielen Nagethieren, theilt sie sich ausserhalb der Schädelhöhle in zwei Äste, von denen der eine, der den Namen der Car. cerebralis erhalten hat, in diese Höhle eindringt und in derselben einen Circulus Willisii zusammensetzen hilft, der andere in dem Kopfe sich entweder nur allein oder doch hauptsächlich ausserhalb der Schädelhöhle verbreitet und aus dem Grunde, weil seine Verbreitung eine mehr oder weniger grosse Ähnlichkeit mit derjenigen der Art. maxillaris interna des Menschen hat, von einigen Zootomen auch unter demselben Namen aufgeführt wird. Gleichfalls theilt sich auch unter den Vögeln bei vielen oder wohl den meisten die Car. communis nach dem Kopfe hin in zwei Äste, die in ihrem Verlaufe der Car. externa und Car. interna der Säugethiere entsprechen. Unter diesen Vögeln aber theilt sich wieder die Car. interna, wie bei manchen Säugethieren, in zwei Äste, von denen der eine in die Schädelhöhle eindringt, um sich in dem Gehirn und der Gefässhaut desselben zu verzweigen, wesshalb derselbe denn den Namen der Car. cerebralis erhalten hat, der andere, der bis jetzt noch keinen besonderen Namen erhalten hat, sich in dem Kopfe ausserhalb der Schädelhöhle mehr oder weniger weit verbreitet, mindestens aber sich in den

[1]) Vermisst wird eine A. ophthalmica an demjenigen Aste der inneren Carotis, welcher in der Schädelhöhle ausgebreitet ist, namentlich bei vielen Schlangen nach Beendigung des Fruchtlebens derselben.

innerhalb der Augenhöhle liegenden Gebilden verzweigt. Es verhält sich also auch bei manchen Säugethieren und vielen Vögeln die Car. interna im Allgemeinen ähnlich, wie bei den Schuppenechsen, Ringelechsen und Schlangen. Ihren einen Ast wird man daher bei diesen Reptilien als gleichbedeutend mit der Car. cerebralis jener höheren Wirbelthiere anzusehen haben. Auch wird man ihn wegen seiner Verbreitung in dem Gehirn und dessen Gefässhaut am passendsten mit dem Namen derselben belegen können. Dem anderen Aste aber wird bei den letzteren Thieren zwar in Hinsicht auf seine Lage dieselbe Bedeutung, wie bei den ersteren, zugesprochen werden müssen, doch dürfte für ihn bei den letzteren, weil er bei ihnen eine verhältnissmässig sehr viel grössere Verbreitung in dem Antlitztheil des Kopfes, als bei den ersteren erlangt hat, nicht sowohl der Namen der Art. maxillaris interna, den er bei den Säugethieren führt, als vielmehr der Namen der Art. facialis oder der Carotis facialis der passende sein. Beiläufig will ich noch bemerken, dass Corti bei dem Psammosaurus griseus die Arterie, welche nach meinem Dafürhalten als Carotis interna zu deuten ist, für den vordersten Theil der Carotis communis angesehen und denjenigen Ast derselben, welcher durch die Grundfläche der Hirnschale in die Schädelhöhle eindringt, für eine Carotis interna, den anderen aber für eine Carotis externa gehalten hat.

Nach den Abbildungen und Beschreibungen, welche Bojanus in seinem Werke: Anatome testudinis europaeae (Vilnae 1819) von dem Baue dieses Reptils gegeben hat, sind die gemeinschaftlichen Carotiden bei den Schildkröten im Wesentlichen nach demselben Typus verästelt, wie bei den Schlangen, Ringelechsen und Schuppenechsen. Zwar senden diese langgestreckten Gefässstämme der Schildkröten in der hintern Hälfte des Halses keine Zweige aus, wie namentlich bei den ebenfalls mit einem langen Halse versehenen Varaniden; aber nicht fern von dem Kopfe (zwischen dem hintern und vordern Horn des Zungenbeins) theilt sich ein jeder, nachdem er einen Ramus spinalis ausgesendet hat, zunächst in eine Car. externa und Car. interna. Die erstere, die, wie bei andern Reptilien, der letztern an Dicke nachsteht, nur als ein Seitenzweig des Stammes erscheint, und von Bojanus als Art. lingualis bezeichnet worden ist, verbreitet sich dann in dem vordersten Theil der Speiseröhre und Luftröhre, dem Kehlkopfe, den Muskeln des Zungenbeins und der Zunge. Die Car. interna aber stellt sich, wie bei den Schlangen, Ringelechsen und Varaniden, als eine Fortsetzung des Stammes dar und theilt sich nach einem kurzen Verlaufe, wie bei jenen Reptilien und den Schuppenechsen im Allgemeinen, unter einem spitzen Winkel in zwei ungleich dicke untergeordnete Äste, von denen der dünnere als Car. cerebralis in die Schädelhöhle eindringt und vorn eine Art. ophthalmica aussendet, der dickere sich beinahe in allen ausserhalb der Hirnschale gelegenen Theilen des Kopfes verzweigt. Namentlich verbreiten sich seine Zweige in den Nackenmuskeln, dem Schläfenmuskel, dem Flügelbeinmuskel, der Thränendrüse, der Riechhaut, der Haut des Gaumengewölbes, dem Oberkiefer und dem Unterkiefer.

§. 51. Ausser den Carotiden befindet sich, wie bei den Schlangen, so auch bei den Schuppenechsen vor dem Herzen eine besondere Abtheilung des arteriellen Systems, welche hauptsächlich für mehrere der Rückenwand des Leibes angehörige Muskeln bestimmt ist, in ihrem Verlauf sich an die Wirbelsäule hält, und im Allgemeinen die Vertebralabtheilung des arteriellen Systems benannt werden kann. Bei den verschiedenen Arten der Schlangen bleibt sich dieselbe in ihrem Ursprunge, ihrer Lagerung und ihrer Form gleich. Denn nach Beobachtungen, die ich an einer ziemlich grossen Zahl von diesen Thieren gemacht habe, besteht sie bei ihnen in einem unpaarigen Gefässstamme (Art. vertebralis nach Cuvier) der von dem absteigenden Theil der rechten Aortenwurzel abgeht, sich gleich nach seinem Ursprunge der Mittelebene des Körpers zuwendet, zwischen den Mm. longi colli unterhalb der vordern Wirbelbeine des Rückgrathes geradeaus nach vorn läuft, in einiger Entfernung von dem Kopfe sich unter einem spitzen Winkel in zwei sehr kurze und dünne Äste

theilt, die jedoch den Kopf nicht erreichen, und nach beiden Seiten eine Menge von Zweigen aussendet, die sich in ihrem Verlaufe und ihrer Ausbreitung ähnlich, wie die von dem Stamme der Aorta abgehenden Aa. intercostales verhalten. In der Gruppe der Schuppenechsen aber zeigt diese Abtheilung des arteriellen Systems sowohl in Hinsicht ihrer Form und Verzweigung, als auch in Hinsicht ihres Ursprungs einige nicht unbedeutende Verschiedenheiten.

Bei Acontias Meleagris erscheint sie eben so, wie bei den Schlangen, als eine von dem absteigenden Theil der rechten Aortenwurzel abgehende, ziemlich lange und zwischen den Mm. longi colli nach vorn verlaufende Arterie, die seitwärts mehrere Rami intercostales aussendet und sich vermuthlich vorn in ein paar sehr kurze und dünne Äste theilt. Bei manchen anderen Schuppenechsen besteht dieselbe zwar ebenfalls in einer zwischen die Mm. longi colli eindringenden Arterie, theilt sich jedoch schon früher, als bei den Schlangen, unter einem spitzen Winkel in zwei mehr oder weniger lange Äste, von denen dann ein jeder zwischen einem der erwähnten Muskeln und der Wirbelsäule weiter nach vorn bis in die Nähe des Kopfes verläuft und nach einer Seite, wie sein Stamm nach beiden Seiten, unter ziemlich rechten Winkeln Zweige aussendet. Im Verhältniss zu seinen beiden Endästen ist dieser Arterienstamm bei Ophisaurus ventralis, Anguis fragilis und Pseudopus Pallasii noch ziemlich lang: dagegen ist er nur sehr kurz bei einer grössern Zahl von anderen Schuppenechsen (§. 30). — Bei noch anderen, und zwar, wie es allen Anschein hat, bei den meisten Arten der Schuppenechsen kommen statt eines solchen gabelförmig in zwei Äste gespaltenen Gefässstammes, zwei von einander völlig gesonderte Arterien vor, die entweder unmittelbar aus der rechten Aortenwurzel, oder aus den beiden Aa. subclaviae entspringen und gewöhnlich, wie die beiden Endäste jenes unpaarigen Gefässstammes anderer Schuppenechsen, ihrer ganzen Länge nach zwischen der Wirbelsäule und den Mm. longi colli verlaufen. Es lässt sich daher annehmen, dass bei den Schuppenechsen das Vorkommen von zwei völlig getrennten Aa. vertebrales den Typus bezeichnet, nach welchem sich in der Gruppe dieser Thiere die Vertebral-Abtheilung des arteriellen Systems entwickeln sollte, und dass diejenigen Arten dieser Thiere, welche nur eine einzige und gabelförmig in zwei Äste auslaufende A. vertebralis besitzen, deren Stamm früher, als ihre beiden Endäste entstanden war, eine Reihe Übergangstufen von der unpaarigen und noch einfachern A. vertebralis der Schlangen zu jener für die Schuppenechsen typischen Bildung darbieten. Ob übrigens aber bei manchen von denjenigen Schuppenechsen, bei welchen nur eine einzige solche Arterie gefunden wird, deren Stamm im Verhältniss zu den Ästen nur eine sehr geringe Länge hat, der erstere spätern Ursprungs, als die letzteren, und durch ein Ausspinnen aus dem Gefässe, von welchem er abgeht (der rechten Aortenwurzel oder einer A. subclavia), entstanden ist, lässt sich freilich noch nicht entscheiden.

Nach einer andern Seite zeigen die beiden paarigen Vertebralarterien, welche bei der Mehrzahl der Schuppenechsen vorkommen, wie auch die ihnen in Hinsicht der Lagerung, der Verbreitung und des Ursprungs aus dem absteigenden Theil der rechten Aortenwurzel sehr ähnlichen Vertebralarterien der Riegelechsen eine Annäherung an die gleichnamigen Arterien der Vögel, bei denen sie ebenfalls nicht, wie die ihnen entsprechenden Blutgefässe der meisten Säugethiere, in die Schädelhöhle eindringen [1]). Denn von den Vertebralarterien

---

[1]) Nach Barkow's Wahrnehmungen geht bei den Vögeln von der A. vertebralis höchstens ein schwacher Ramus spinalis zwischen dem Hinterhauptbeine und dem Atlas zum Rückenmarke.

der Vögel sind sie im Wesentlichen nur insofern verschieden, als sie aus ihrer hintern Hälfte seitwärts einige Intercostalarterien als Zweige aussenden und weiter nach vorn nicht durch besondere in den Querfortsätzen der Halswirbel befindliche Löcher hindurchgehen, sondern unter den Querfortsätzen dieser Wirbel verlaufen. Die letztere und bedeutendere Verschiedenheit aber hat darin ihren Grund, dass bei den Schuppenechsen und Ringelechsen die Querfortsätze der Halswirbel einfacher gebildet sind, als bei den Vögeln, nämlich nicht aus zwei an ihren äussern Enden verwachsenen Abtheilungen, wie bei diesen Thieren und den Säugethieren bestehen, also auch nicht die Vertebralarterien in sich haben aufnehmen können [1]).

Was die Panzerechsen anbelangt, so kommen bei ihnen zwei getrennt von einander aus den Aa. subclaviae entspringende Vertebralarterien vor, die zuvörderst, wie bei andern Sauriern, einige Aa. intercostales aussenden, dann aber neben den Körpern der Halswirbel durch ein Paar Canäle, die von dem Skelet gebildet sind und den Vertebralcanälen der Vögel und Säugethiere entsprechen, hindurch gehen und sich endlich in dem vordersten Theil des Halses verlieren. Es haben also bei den Panzerechsen die Vertebralarterien in ihrer Anordnung eine noch weit grössere Ähnlichkeit mit denen der Vögel im Allgemeinen, als bei den Ringelechsen und den meisten Schuppenechsen. Ausserdem aber stimmen sie mit den gleichnamigen Arterien einiger Arten von Vögeln [2]), namentlich mit denen des schwarzen Storches und der gemeinen Ente (Anas Boschas) auch noch darin überein, dass jede von ihnen einen starken Ast ausgesendet hat, der zwischen den Schenkeln einiger Rippen und den Querfortsätzen einiger Wirbel des Rumpfes nach hinten läuft und auf seinem Wege etliche Intercostalarterien als Zweige abgibt (§. 36).

Obwohl die Vertebralabtheilung des arteriellen Systems bei den Reptilien in Hinsicht ihrer Form grosse Verschiedenheiten zeigt, bleibt sie bei denselben doch insofern sich gleich, als sie nicht, wie bei den Säugethieren, in die Schädelhöhle eindringt und sich in dieser Höhle den Hirncarotiden anschliesst.

§. 52. Durch den Hals der Panzerechsen oder Krokodile gehen im Ganzen sieben Arterien hindurch. Zwei davon sind, wie bereits gezeigt worden, gleichbedeutend mit den beiden Vertebralarterien anderer Wirbelthiere: zwei andere sind die vorderen Theile einer A. spinalis longitudinalis superior und inferior. Welche Bedeutung aber die drei übrigen haben, wäre nunmehr noch zu erörtern.

In Hinsicht ihrer Lagerung stimmen die fraglichen Arterien der Krokodile mit den drei Halsarterien mancher Schlangen überein, indem zwei von ihnen, die in ihrer Verbreitung einander gleich und auf die beiden Seitenhälften des Körpers vertheilt sind, sich in ähnlicher Weise, wie die beiden gemeinschaftlichen Carotiden einiger Schlangen, neben den Nervi vagi und Venae jugulares hinziehen, die dritte aber grösstentheils in der Mittelebene des

---

[1]) Wie von mir vor längerer Zeit gemachte Beobachtungen ergeben haben, besteht bei den Säugethieren ein jeder mit einem Foramen transversarium versehene Querfortsatz der Halswirbel ursprünglich aus zwei fast parallelen Fortsätzen oder Abtheilungen, die allmählich an ihren äusseren Enden zusammenwachsen und zwischeen denen schon früher, als sie zusammengewachsen sind, eine Art. vertebralis hindurchgeht (Müller's Archiv, Jahrgang 1843, S. 288). Dasselbe ist auch, wie ich später gefunden habe, bei den Vögeln der Fall; dagegen scheint bei den Schuppenechsen, Ringelechsen und Schlangen je ein Querfortsatz eines Halswirbels nur der oberen von den beiden Abtheilungen zu entsprechen, aus denen je ein mit einem Foramen transversarium versehener Querfortsatz der Halswirbel bei den erstgenannten Thieren zusammengesetzt ist.

[2]) Barkow in Meckel's Archiv, Jahrgang 1829, S. 368 und 479. Bauer, Disquisitiones circa nonnullarum avium systema arteriosum, Berolini 1825, pag. 8.

Körpers unter der Wirbelsäule verläuft. Dessenungeachtet wird man sie nicht etwa mit den Halsarterien derjenigen Schlangen, welche drei solche Gefässe besitzen, für gleichbedeutend erachten können, also die beiden paarigen nicht etwa für gemeinschaftliche Carotiden und die unpaarige nicht für eine Vertebralarterie halten können, da sie eine ganz andere Verbreitung haben und auch in einer andern Reihenfolge entspringen, als die angeführten Gefässe jener Schlangen. Denn anstatt dass bei jenen Reptilien die beiden paarigen Halsarterien auf den Kopf übergehen und allen Theilen desselben Zweige zusenden, erstrecken sich bei den Krokodilen die ihnen der Lage nach entsprechenden nur bis in die Nähe des Kopfes. Dagegen verbreitet sich bei den Krokodilen der erwähnte unpaarige Arterienstamm, nachdem er mehrere Zweige an die obere Wandung des Halses abgegeben hat, durch alle Theile des Kopfes, anstatt dass bei den Schlangen der ihm der Lage nach entsprechende nicht auf den Kopf übergeht, sondern sich nur in der Wandung des Halses und des vordern Theiles des Rumpfes ausbreitet. Was aber die Reihenfolge anbelangt, in welcher die drei in Rede stehenden Arterienstämme von der rechten Aortenwurzel abgehen, so entspringt der unpaarige bei den Krokodilen linkerseits von den beiden übrigen — und zwar in Gemeinschaft mit dem linken von ihnen und der linken Schlüsselbeinarterie — bei den Schlangen hingegen rechterseits von denselben.

In einem weit höhern Grade, als mit den Halsarterien mancher Schlangen, haben die drei in Rede stehenden Blutgefässe der Krokodile noch anderer Verhältnisse, als nur der Lage wegen eine Ähnlichkeit mit einigen Halsarterien vieler Vögel. Bei vielen Vögeln nämlich kommen in dem Halse ebenfalls, wie bei den Krokodilen, ausser den Spinalarterien und den Vertebralarterien drei Arterien vor, von denen die eine grösstentheils in der Mittelebene des Körpers unter der Wirbelsäule, die beiden andern aber, vertheilt auf die beiden Seitenhälften des Körpers, neben den Nervi vagi und Venae jugulares verlaufen. Von diesen drei Arterien nun entspringt die unpaarige beinahe jedenfalls, wie bei den Krokodilen, zusammen mit der linken Art. subclavia aus einem Aortenaste, den man als eine linke Art. anonyma bezeichnen kann[1]). Auch theilt sie sich, wie bei den Krokodilen, nachdem sie mehrere Zweige an verschiedene mit den Halswirbeln verbundene Muskeln abgegeben hat, nahe dem Kopfe in zwei starke symmetrische Äste, deren Zweige sich hauptsächlich in demselben ausbreiten und die gewöhnlich unter dem Namen der gemeinschaftlichen Carotiden aufgeführt werden. Dessgleichen entspringt bei solchen Vögeln, welche eine von der linken Art. anonyma abgehende unpaarige Halsarterie besitzen, die linke von den beiden erwähnten paarigen Halsarterien eben so, wie bei den Krokodilen, in der Nähe der Art. subclavia ihrer Seite aus jener unpaarigen Arterie, die rechte in Gemeinschaft mit der Art. subclavia derselben Seitenhälfte aus einem Aortenaste, welchen man besonders aus einem Grunde, den ich weiterhin (§. 54) angeben werde, als eine rechte Art. anonyma betrachten kann. Und ausserdem entsendet von diesen paarigen Halsarterien, die übrigens immer jener unpaarigen an Dicke nachstehen, eine jede bei den Vögeln, wie bei den Krokodilen, etliche Zweige an die Speiseröhre, die Luftröhre und verschiedene an der untern Seite des Halses gelegene Muskeln. Nach Abgabe dieser Zweige aber verbindet sich eine jede in der Nähe des

---

[1]) Nur bei Phoenicopterus ruber und (nach einer Angabe von Rud. Wagner) bei dem Pelekan hat man bis jetzt die angeführte Arterie von der Aorta zusammen mit der rechten Art. subclavia abgehen gesehen (System d. vergl. Anatomie von Meckel, Th. V, S. 277 und Lehrbuch der Zootomie von R. Wagner. Zweite Auflage, S. 123).

Kopfes mit einem von den beiden Endästen der unpaarigen Halsarterie, und zwar entweder unmittelbar mit demselben, oder, gleichwie bei den Krokodilen, durch Vermittelung eines Zweiges von ihm. Es sind daher hinreichende Gründe vorhanden, annehmen zu dürfen, dass die drei in Rede stehenden Arterien der Krokodile eine gleiche Bedeutung mit denjenigen haben, welche ausser den Spinalarterien und Vertebralarterien in derselben Zahl bei vielen Vögeln durch den Hals hindurchgehen. Nun aber haben bei diesen Vögeln die beiden dünnen Arterien des Halses, welche neben den Nervi vagi und Venae jugulares verlaufen, nicht etwa die Bedeutung von gemeinschaftlichen Carotiden, wofür man sie auf den ersten Anblick wegen ihres Verlaufes dicht neben den genannten Nerven und Venen halten könnte. Denn sie kommen auch bei solchen Vögeln vor, welche ein Paar grossentheils dicht neben einander unter den Halswirbeln liegende Arterienstämme besitzen, die man wegen ihrer Ausbreitung durch den Kopf und mit Hinsicht auf die Art ihrer Entstehung (§. 43, No. 2,) für entsprechend den gemeinschaftlichen Carotiden der Säugethiere anzusehen hat. Die unpaarige und stärkere Arterie aber, welche bei vielen Vögeln grösstentheils in der Mittelebene des Körpers unter den Halswirbeln verläuft und vorn in zwei Äste ausgeht, die in Hinsicht ihrer Lage und ihrer Ausbreitung den vordersten Abschnitten der gemeinschaftlichen Carotiden anderer Vögel entsprechen, vertritt die Stelle des grössern Theils der beiden bei andern Vögeln ihrer ganzen Länge nach getrennten gemeinschaftlichen Carotiden und ist desshalb, wie auch und mehr noch in Beziehung darauf, dass sie einen gemeinsamen Stamm zweier anscheinend sehr verkürzten gemeinschaftlichen Carotiden darstellt, von Barkow mit dem Namen der Carotis primaria belegt worden. Demnach werden denn bei den Krokodilen der unpaarige Arterienstamm ihres Halses als eine Carotis primaria in dem Sinne von Barkow und einigen andern Zootomen, die beiden Endäste dieses Arterienstammes als Carotides communes und diejenigen zwei Arterien des Halses, welche neben den Nervi vagi und Venae jugulares verlaufen, gleichwie bei den Vögeln im Allgemeinen, als Aa. collaterales colli (§. 43, No. 2) bezeichnet werden können.

Nach Beobachtungen, die von Meckel [1]), Nitsch [2]), Barkow [3]) und von mir gemacht worden sind, bietet in der Familie der Papageien die Anordnung der Carotidenstämme so viele und so bedeutende Verschiedenheiten dar, wie in keiner anderen Familie der Vögel. Einige Arten von Papageien besitzen eine linkerseits aus einer Art. anonyma entspringende und grösstentheils an der unteren Seite der Halswirbel verlaufende Carotis primaria, die sich vorne in zwei kurze gemeinschaftliche Carotiden theilt, so namentlich Psittacus galeritus und Ps. sulphureus. Andere besitzen zwei lange und von einander getrennt entspringende gemeinschaftliche Carotiden, die zum grösseren Theil dicht neben einander unter den Halswirbeln verlaufen, so z. B. Ps. passerinus, Ps. pullarius, Ps. scapulatus, Ps. grandis, Ps. barbatulus, Ps. haematodus, Ps. frenatus, Ps. sinensis und Ps. undulatus. Bei noch anderen Arten aber, die ebenfalls mit zwei langen und von einander getrennt entspringenden gemeinschaftlichen Carotiden versehen sind, verläuft von diesen Arterien nur die rechte, indem sie einen Bogen bildet, zum Theil unter den Halswirbeln, die linke hingegen in ziemlich gerader Richtung neben der Vena jugularis und dem Nervus vagus ihrer Seite, so namentlich bei Ps. ochrocephalus, Ps. leucocephalus, Ps. mitratus, Ps. pulverulentus, Ps. rufirostris, Ps. erythacus, Ps. canicularis, Ps. amazonicus, Ps. auricapillus und Ps. Macawuanna. Abhängig von dieser Verschiedenheit in der Anordnung der Carotiden findet man nun bei den Papageien auch eine Verschiedenheit in der Zahl ihrer Aa. collaterales colli. Besitzt nämlich ein Papagei eine Carotis primaria, so kommen bei ihm, wie ich bei Ps. sulphureus bemerkt habe, der Regel

---

[1]) System der vergl. Anatomie. Theil V, S. 279.
[2]) Observationes de avium arteria carotide communi. Halae 1829.
[3]) Meckel's Archiv. Jahrgang 1829, S. 463.

gemäss, welche für die Vögel im Allgemeinen Geltung hat, zwei Aa. collaterales colli vor. Dasselbe ist auch der Fall, wenn bei ihm zwei von einander getrennt entspringende gemeinschaftliche Carotiden zum Theil dicht neben einander unter den Halswirbeln verlaufen, wie ich namentlich bei Ps. pullarius, Ps. frenatus, Ps. sinensis und Ps. undulatus gesehen habe. Wenn aber bei ihm von zwei getrennt entspringenden gemeinschaftlichen Carotiden die linke ziemlich geraden Weges neben einer Vena jugularis und einem Nervus vagus verläuft, so fehlt ihm an derselben Seite, wie ich bei Ps. erythacus und Ps. amazonicus bemerkt habe, eine A. collateralis colli.

§. 53. Gegen die oben gegebene Deutung der beiden neben den Nn. vagi und Vv. jugulares verlaufenden Halsarterien der Krokodile könnte eingewendet werden, dass dieselben im Verhältniss zu der unpaarigen viel dünner, als die ihnen der Lage nach entsprechenden der Vögel sind, und dass sie von hinten nach vorne allmählich dünner werden, anstatt dass die erwähnten Gefässe der Vögel, so viel bis jetzt bekannt, in ihrer Mitte am dünnsten erscheinen. Auf einen solchen Einwand aber wäre zu erwiedern: 1. dass die angeführten Arterien der Krokodile zwar meistens, doch nicht jedenfalls, namentlich nicht in ihrem vorderen Drittel oder Viertel, eine verhältnissmässig viel grössere Dicke, als die Aa. collaterales colli der Vögel haben; 2. dass ihre im Allgemeinen viel grössere Dicke höchst wahrscheinlich davon abhängig ist, dass bei den Krokodilen der Hals im Ganzen eine verhältnissmässig viel grössere Dicke, als bei den Vögeln hat und dass sie daher den Theilen des Halses, an welchen sie sich verbreiten, eine verhältnissmässig grössere Menge von Blut zuführen müssen, als die Aa. collaterales colli der Vögel den Theilen, an welche sie ihre Zweige hingesendet haben; 3. dass sie bei dem jüngsten von den Krokodil-Embryonen, welche ich untersucht habe (einem 2″ 2‴ langen Embryo von Alligator lucius), in ihrer Mitte ein wenig dünner zu sein schienen, als selbst an ihrem vorderen Ende, und 4. dass es noch fraglich ist, ob bei den erwachsenen Vögeln die Aa. collaterales colli auch jedenfalls in ihrer Mitte am dünnsten sind.

§. 54. Auf welche Weise bei den Krokodilen und bei vielen Vögeln die sogenannte Carotis primaria gebildet wird, ist noch völlig unbekannt. Wohl ohne Zweifel aber kommen auch bei diesen verschiedenen Geschöpfen gemäss dem Bildungstypus, welcher für die höheren Wirbelthiere im Allgemeinen Geltung hat, anfänglich zwei gemeinschaftliche Carotiden vor. Als möglich liesse es sich nun denken, dass bei ihnen etwas später, wenn die genannten Gefässstämme schon eine mässig grosse Länge gewonnen hätten und in ihrer Mitte, wie bei dem Hühnchen, sich nach oben und innen ausbeugend unter der Wirbelsäule einander nahe gekommen wären, zwischen diesen Gefässstämmen eine kurze Anastomose entstände, worauf dann ohne weiteres hinter derselben der eine von ihnen durch eine Resorption zum Verschwinden gebracht würde. Wahrscheinlicher ist es jedoch, dass, nachdem zwischen den beiden Gefässstämmen eine solche Anastomose entstanden ist, diese sich immer mehr verkürzt, bis jene Gefässstämme an einer Stelle in einander selbst übergehen und mit einander in eine unmittelbare Höhlengemeinschaft gelangen, dass darauf die Stelle, an welcher sie in eine solche innige Verbindung gerathen sind, während der Verlängerung des ganzen Halses zu einem mehr oder weniger langen einfachen Canal ausgesponnen wird, und dass dann schliesslich der hinter diesem Canal befindliche Theil des einen Gefässstammes durch eine Resorption verloren geht. Auf eine solche Bildungsweise der Carotis primaria deutet namentlich der Umstand hin, dass ich diesen Arterienstamm bei zwei Embryonen von verschiedenartigen Krokodilen [1]) gleichsam

[1]) Es gehörten diese Embryonen zu Alligator selerops und Crocodilus acutus. Bei anderen von mir zergliederten Embryonen und älteren Exemplaren beider Species ging die unpaarige Arterie des Halses einfach von der linken Art. anonyma ab.

mit zwei Wurzeln, die im Verhältniss zu ihm nur eine geringe Länge hatten, von den beiden Aa. anonymae habe abgehen sehen — von welchen Wurzeln übrigens die rechte, die sonst bei den Krokodilen fehlt, in dem einen Falle dünner, in dem andern hingegen dicker als die linke war — und dass auch bei zwei Arten von Vögeln, nämlich bei Ardea stellaris und bei Psittacus sulphureus, jedoch ebenfalls nicht beständig, ein solches Verhältniss der Carotis primaria zu den Aa. anonymae bemerkt worden ist.

Das angeführte Verhältniss der Carotis primaria ist zweimal von Meckel (Archiv für Anatomie und Physiologie, Jahrgang 1826, S. 157) und viermal auch von mir bei Ardea stellaris gefunden worden. In dem einen Fall machte ich an diesem Arterienstamme mittelst einer Schere eine Menge von Querdurchschnitten und überzeugte mich dabei vollständig, dass er ein durchaus einfacher Canal war, also nicht etwa aus zwei dicht neben einander liegenden und von einer gemeinsamen Bindegewebsscheide eingeschlossenen Arterienstücken bestand. Dagegen sah Barkow bei zwei Exemplaren dieses Vogels statt einer Car. primaria zwei nirgends mit einander innig vereinigte, obgleich grösstentheils dicht neben einander verlaufende gemeinschaftliche Carotiden (Meckel's Archiv, Jahrgang 1829, S. 378 und 461). Auch bei Psittacus sulphureus fand Meckel eine mit zwei Wurzeln von den Aa. anonymae ausgehende Carotis primaria, von welchen Wurzeln übrigens die rechte nur sehr klein (sehr dünn?) war (System d. vergl. Anatomie, Th. V, S. 279). Dagegen konnte ich bei einem Exemplar derselben Vogelart keine der rechten Seitenhälfte des Körpers angehörige Wurzel dieses Arterienstammes gewahr werden. Gelegentlich will ich hier noch anführen, dass ich bei Ardea minuta nicht, wie bei Ardea stellaris, eine mit zwei Wurzeln versehene Carotis primaria, die Nitsch bei diesem Vogel vermuthete, sondern zwei ihrer ganzen Länge nach geschiedene, wenngleich dicht neben einander liegende gemeinschaftliche Carotiden gefunden habe.

Gewöhnlich nimmt man bei denjenigen Vögeln, bei welchen eine sogenannte Carotis primaria vorkommt, nur in derjenigen Seitenhälfte des Körpers, in welcher dieses Blutgefäss entspringt, eine Art. anonyma an und belegt den neben der letzteren von der Aorta abgehenden Arterienstamm mit dem Namen der Art. subclavia. Da indess wohl ohne Zweifel auch bei diesen Vögeln in einer frühen Zeit des Fruchtlebens zwei ihrer ganzen Länge nach geschiedene gemeinschaftliche Carotiden vorkommen, von denen in der Regel eine jede aus ihrem hinteren Theile einen zur Zusammensetzung einer Art. collateralis colli bestimmten Zweig aussendet, späterhin aber die eine gemeinschaftliche Carotis vor der Ursprungsstelle dieses Zweiges auf einer mässig grossen Strecke resorbirt wird, so dürfte es, wie es mir scheint, nicht unpassend sein, auch den zweiten von der Aorta nach vorne abgehenden Arterienstamm, und zwar von seinem Ursprunge bis zu der Stelle, wo mit ihm die Art. collateralis colli seiner Seite zusammenhängt, als eine Art. anonyma zu bezeichnen.

§. 55. Mit dem Namen der Carotis primaria hat man einen bei vielen Säugethieren vorkommenden Arterienstamm belegt, der sich in die beiden gemeinschaftlichen Carotiden theilt. Ich habe daher diesen Namen auch einem ähnlichen Arterienstamme beigelegt, der bei manchen Ophidiern und Sauriern gefunden wird. Unter demselben Namen ist aber auch, und zwar zuerst von Barkow, der lange Arterienstamm aufgeführt worden, welcher bei vielen Vögeln grösstentheils in der Mittelebene des Halses unter der Wirbelsäule verläuft und sich in der Nähe des Kopfes in zwei Äste, die gemeinschaftlichen Carotiden, theilt. Dieser Arterienstamm der Vögel hat jedoch eine ganz andere Entstehung, als jener bei verschiedenen Säugethieren, Ophidiern und Sauriern vorkommende, und demgemäss auch eine andere morphologische Bedeutung. Der erstere wird mit ziemlicher Gewissheit wohl jedenfalls dadurch gebildet, dass ihn die beiden gemeinschaftlichen Carotiden aus einem andern Abschnitte des arteriellen Systems gleichsam ausspinnen, wogegen der letztere höchst wahrscheinlich dadurch hervorgebracht wird, dass zwei gemeinschaftliche Carotiden in ihrer Mitte mit einander gleichsam verschmelzen, worauf nunmehr der hintere Theil der einen durch Resorption verloren geht. Es werden desshalb die angeführten, auf verschiedene Weise entstandenen Arterien-

stämme auch unter verschiedenen Namen aufgeführt werden müssen. Nun ist derjenige, welcher bei manchen Säugethieren, Schlangen und Sauriern vorkommt, in so fern, als er auf dem Wege einer vorschreitenden, dagegen der bei vielen Vögeln vorkommende auf dem Wege einer rückschreitenden Metamorphose seine Entstehung erhält, als der bedeutsamere oder vornehmere zu betrachten. Aus diesem Grunde würde ihm daher der Name einer Carotis primaria belassen werden können. Eine andere Benennung aber würde für den erwähnten unpaarigen Gefässstamm mancher Vögel zu wählen sein. Und als solche schlage ich für ihn, so wie auch für den gleichen unpaarigen Gefässstamm der Krokodile die Benennung Carotis subvertebralis vor. Die beiden Äste, in welche er sich vorn theilt, würden den Namen der Carotides communes behalten können.

§. 56. Bei den Schildkröten, Schlangen, Ringelechsen und Schuppenechsen spaltet sich die Carotis cummunis — wenn man nämlich bei denjenigen Schuppenechsen, welche Carotidenbogen besitzen, von den absteigenden Theilen dieser Bogen absieht — wahrscheinlich ohne Ausnahme gabelförmig in eine Car. externa und Car. interna, die letztere aber wieder gabelförmig in eine Car. cerebralis und Art. (Carotis) facialis. Dagegen zeigt die Car. communis bei den Krokodilen, wie bei den Vögeln und Säugethieren, in ihrer Theilung nach dem Kopfe hin erhebliche Verschiedenheiten. Zwar theilt sie sich wahrscheinlich bei allen Krokodilen in vier Äste, welche Äste ich in dem erstern Abschnitte dieser Abhandlung (§. 35) unter den Namen der Aa. inframaxillaris, maxillaris interna, temporalis und carotis interna aufgeführt habe, doch nicht bei allen in derselben Weise. Denn bei einem entspringen aus ihr dieselben einzeln in einer Reihe nach einander, bei einem anderen die Aa. inframaxillaris und maxillaris interna zusammen mittelst eines kurzen besonderen Stämmchens, die A. temporalis aber in dem Winkel zwischen diesem Stämmchen und der Car. interna, bei noch einem anderen die beiden ersteren Arterien ebenfalls mit einem kurzen besonderen Stämmchen, die A. temporalis aber aus der Art. maxillaris interna. Es fragt sich nun: 1) wie diese Äste der gemeinschaftlichen Carotis der Krokodile im Vergleich mit den Arterien der übrigen Reptilien und der Säugethiere zu deuten seien, und 2) wie sich die Verschiedenheiten, welche bei den ersteren Reptilien die gemeinschaftliche Carotis in ihrer Verästelung zeigt, erklären lassen.

1. Die Arteria inframaxillaris der Krokodile hat denselben Verlauf und im Wesentlichen auch einen solchen Verbreitungsbezirk, wie bei den übrigen Reptilien die Car. externa, die aber bei diesen Thieren nach vorhin gemachten Bemerkungen in dem Kopfe eine viel geringere Verbreitung erlangt hat, als bei den Säugethieren im Allgemeinen. Sie wird daher für gleichbedeutend mit der für den Kopf nur schwach entwickelten Car. externa der übrigen Reptilien zu erachten sein. Diejenige Arterie der Krokodile aber, welche ich unter dem Namen der Car. interna beschrieben habe, stimmt mit derjenigen Arterie der übrigen Reptilien, welche in genetischer Hinsicht der Car. interna der Säugethiere entspricht und desswegen auch für eine solche auszugeben ist, zwar darin überein, dass sie einen Ast durch die Grundfläche der Hirnschale zu dem Gehirn sendet, ist jedoch viel weniger weit verbreitet, als bei den übrigen Reptilien, da sie ausser dem Gehirn und der weichen Hirnhaut fast nur allein dem Auge und dessen Muskeln Blut zuführt. Um daher die übrigen Partieen des Kopfes, bis in welche sich jene beiden Arterien nicht verbreiten, so wie auch ausserdem zum Theil die Muskeln des Nackens mit Blut zu versorgen, haben sich bei den Krokodilen zur Ergänzung jener Gefässe die Aa. temporalis und maxillaris interna gebildet. Gesehen nun auf die Körpertheile, in welchen

sich diese beiden Arterien verbreiten, so vertritt die erstere von ihnen hauptsächlich die Stelle des Ramus cervicalis und der Rami orbitales, die letztere aber die Stelle der Rami dentales der Art. facialis der Schuppenechsen. Demnach vertreten beide die Stelle von verschiedenen Zweigen des einen von den beiden Ästen, in welche bei den Schuppenechsen die Car. interna ausgeht. Und ebenfalls ergibt sich auch bei einem Vergleich der Krokodile mit den Ringelechsen, Schlangen und Schildkröten, dass die Aa. temporalis und maxillaris interna der ersteren zusammengenommen die Stelle von verschiedenen ausserhalb der Schädelhöhle gelegenen Zweigen der Car. interna der letzteren Reptilien vertreten.

2. Wie schon vorhin (§. 42) bemerkt worden, bilden sich bei den höheren Wirbelthieren aus den primitiven Aortenwurzeln für den Kopf zuvörderst zwei Paar sehr einfache Arterien, von denen das eine zunächst für das Gehirn und die Augen, das andere zunächst für die Zunge bestimmt ist, und die sich als die ersten Anlagen der inneren und der äusseren Carotiden betrachten lassen. Für einzelne andere in der Entwickelung begriffene Gebilde des Kopfes, wie ausserdem für einzelne Gebilde des Halses wachsen dann, je nach den verschiedenen Arten der höheren Wirbelthiere, entweder aus dem einen oder aus dem anderen Paar von diesen Arterien besondere Äste und Zweige hervor, in Folge wovon nunmehr bei einer Art die inneren, bei einer anderen Art die äusseren Carotiden eine grössere Verbreitung gewinnen. Auch wachsen mitunter, wenngleich nur selten, und zwar namentlich bei manchen Vögeln und Krokodilen für einzelne Gebilde des Kopfes oder des Halses, die bei anderen höheren Wirbelthieren von den äusseren oder inneren Carotiden Äste erhalten, solche zwischen oder neben diesen aus den in der Entwickelung begriffenen gemeinschaftlichen Carotiden hervor. Einen sehr hohen Grad von räumlicher Entwickelung, ja vielleicht den höchsten unter allen Wirbelthieren, erreichen nun diejenigen beiden Arterien, welche anfangs nur dem Hirn, der weichen Hirnhaut und den Augen Blut zuführen, also die inneren Carotiden, bei den Schildkröten, Schlangen, Ringelechsen und Schuppenechsen, da sie bei denselben sich allmählich durch alle Theile des Kopfes mit Ausnahme der in der Unterkiefergegend gelegenen, so wie auch überdies noch in dem Nacken verbreiten. Dagegen erreichen sie bei den Krokodilen nur einen geringen Grad von räumlicher Entwickelung, indem sie bei denselben sich nur in dem Hirn, der weichen Hirnhaut, den Nasenhöhlen, den Augen, einigen Augenmuskeln und kaum merklich in den Beissmuskeln verbreiten. Dafür aber gewinnen in der Familie dieser Reptilien die beiden anderen von den vier primitiven Arterien des Kopfes, diejenigen nämlich, welche zunächst für die Zunge bestimmt sind, also die äusseren Carotiden, mitunter eine desto grössere Ausbreitung, dadurch aber ein bedeutendes und ähnlich grosses Übergewicht über die inneren Carotiden, wie bei vielen Vögeln und Säugethieren. Dies ist besonders bei solchen Krokodilen der Fall, bei denen nach Beendigung des Fruchtlebens eine jede gemeinschaftliche Carotis nur in zwei Äste gespalten erscheint, von denen sich der eine in die Aa. inframaxillaris, maxillaris interna und temporalis theilt; denn dieser Ast kann für nichts anderes, als für eine äussere Carotis ausgegeben werden, deren zuerst entstandener Theil, nämlich die A. inframaxillaris, die beiden anderen genannten Zweige ausgesendet hat. Bei solchen Krokodilen haben sich mithin die äusseren und die inneren Carotiden nach einem Typus entwickelt, der auch bei vielen Vögeln und Säugethieren zur Geltung gekommen, und bei dem Menschen und den (meisten oder allen?) Affen, bei denen sich diese Arterien durch den Kopf und Hals am weitesten verbreitet haben, am vollkommensten ausgeprägt ist, von demjenigen Typus aber, welcher der Entwickelung dieser Arterien bei den Schildkröten, Schlangen, Ringelechsen und

Schuppenechsen im Allgemeinen zum Grunde liegt, so bedeutend abweicht, dass er für einen durchaus andern und jenem gleichsam entgegengesetzten angenommen werden kann. Nicht bei allen Krokodilen haben jedoch die äusseren Carotiden eine so beträchtlich grosse Ausbreitung gewonnen, wie bei einigen derselben. Vielmehr haben sie bei manchen sich nur etwas weiter und bei noch anderen gar nicht weiter in dem Kopfe ausgebreitet, als bei den zu anderen Familien gehörigen Sauriern, den Schlangen und den Schildkröten. In diesen Fällen aber haben die inneren Carotiden dennoch keine weitere Ausbreitung, als bei jenen ersteren Krokodilen gewonnen, sondern es sind dann zwischen je einer inneren und äusseren Carotis zur Ergänzung der letzteren entweder ein besonderer Ast (bestehend aus den vereinigten Aa. maxillaris interna und temporalis) oder zwei besondere Äste (eine A. maxillaris interna und eine A. temporalis) aus einer gemeinschaftlichen Carotis hervorgewachsen. Nach dem Angeführten werden daher die Verschiedenheiten, welche bei den Krokodilen die gemeinschaftlichen Carotiden in ihrer Verästelung zeigen, als einige Übergangsbildungen von dem Typus, nach welchem diese Arterien bei den übrigen Reptilien gebildet sind, zu einem andern Typus, der bei dem Menschen und den Affen am stärksten und schärfsten ausgedrückt ist, zu erklären sein.

§. 57. Die Arteriae subclaviae zeigen in der Ordnung der Saurier, wie überhaupt bei den höheren Wirbelthieren, nachdem dieselben über ihre ersten Entwickelungsstadien hinausgelangt sind, in ihren Verbindungen mit anderen Abschnitten des arteriellen Systems bedeutende Verschiedenheiten. Es fragt sich daher, ob diese Verschiedenheiten ihren Grund darin haben, dass die Schlüsselbeinarterien je nach den Classen und Ordnungen der höheren Wirbelthiere nach verschiedenen Planen angelegt, oder ob sie nur die Folgen späterer Entwickelungsvorgänge sind?

Untersuchungen, die ich über die Entwickelung einiger grösseren Arterien bei dem Schweine, dem Schafe und dem Rinde angestellt habe, ergaben in Betreff der Schlüsselbein-Arterien Folgendes. In der linken Seitenhälfte wächst bei diesen Thieren hinter der Carotis communis, jedoch nicht weit von ihr entfernt, aus dem Ende der Anastomose, welche den vorletzten mit dem letzten Gefässbogen der linken primitiven Aortenwurzel verbindet und sich nachher zur äusseren (oder linken) Hälfte des Aortenbogens entwickelt, ein Blutgefäss hervor, das sich zu der ganzen linken Schlüsselbeinarterie ausbildet (Taf. VI, Fig. 2, *g*, Fig. 4, *i* und *k* und Fig. 10, *g* und *h*). In der rechten Seitenhälfte wächst an einer entsprechenden Stelle der anderen primitiven Aortenwurzel zwar ebenfalls ein Blutgefäss hervor, doch entwickelt sich dasselbe nur zu einem Ast der rechten Schlüsselbeinarterie, nämlich zu einer Art. vertebralis (Taf. VI, Fig. 3, *l*, Fig. 4, *h* und Fig. 10, *k*). Ungefähr gleichzeitig oder nicht um Vieles später wächst etwas weiter nach hinten aus dem einfach canalförmigen Endstück der rechten primitiven Aortenwurzel ein anderes Blutgefäss hervor, das als eine Art. axillaris geraden Weges in das rechte Vorderbein übergeht (Taf. VI, Fig. 3, *m* und Fig. 10, *l*). Ist dies geschehen, so vergeht sowohl die hinter dem so eben angeführten Blutgefäss befindliche Hälfte des canalförmigen Endstückes der rechten Aortenwurzel, als auch der ganze letzte Gefässbogen dieser Aortenwurzel, und es bilden dann die vordere Hälfte jenes Endstückes der rechten Aortenwurzel, das von demselben ausgesendete Blutgefäss, die Anastomose zwischen dem letzten und vorletzten rechten Gefässbogen und die von demselben ausgesendete Art. vertebralis zusammengenommen die rechte Art. subclavia. Diese aber und die rechte Carotis communis erscheinen nunmehr als Äste eines kurzen Gefässstammes, der eine Art. anonyma darstellt und der stärker

erweiterte vorletzte oder ursprünglich vierte Gefässbogen einer früher vorhanden gewesenen rechten Aortenwurzel ist. Überhaupt aber gewährt nunmehr bei dem Schweine, dem Schafe und dem Rinde der in der Brusthöhle gelegene Theil des arteriellen Systems ein eben solches Aussehen, wie bei dem Menschen in der Regel der ihm entsprechende Theil, nachdem er über die ersten Stadien seiner Entwickelung hinaus gelangt ist, das ganze Leben hindurch. Namentlich findet man bei ihnen jetzt einen Aortenbogen, von dem, wie gewöhnlich bei dem Menschen, in einer Reihenfolge von links nach rechts eine Art. subclavia, eine Carotis communis und eine Art. anonyma ausgehen. Nach einiger Zeit aber verändert sich bei den verschiedenen Thierarten, welche oben genannt worden sind, das angegebene Verhältniss dieser Arterien zu der Aorta und zu einander selbst, indem sie theils in Folge einer Verkürzung des Aortenbogens zusammenrücken, theils auch einige von ihnen (Schwein) oder alle (Schaf und Rind), wo sie von dem Aortenbogen abgehen, verschmelzen und aus demselben einen neuen, ihnen gemeinsamen Arterienstamm ausspinnen [1]). Es lässt sich demnach mit grosser Wahrscheinlichkeit annehmen, dass bei den Säugethieren im Allgemeinen die Schlüsselbeinarterien, wie die Carotiden, nach einem und demselben Plane angelegt werden, dass aber während der individuellen Entwickelung der genannten Thiere je nach den verschiedenen Arten derselben dieser Plan in einer sehr verschiedenen Weise abgeändert wird.

Wo und wie sich die Schlüsselbeinarterien bei den Vögeln bilden, habe ich zwar an Embryonen des Haushuhns zu ermitteln gesucht, doch darüber nichts Befriedigendes erfahren können. Nach einer Abbildung, die v. Baer gegeben hat, sollen sie bei dem Hühnchen aus den beiden ursprünglich dritten Gefässbogen der (primitiven) Aortenwurzeln da hervorwachsen, wo von diesen Bogen in einer frühen Zeit des Fruchtlebens hoch oben zwei paarige Anastomosen nach hinten abgehen, um dieselben mit den beiden nächstfolgenden Gefässbogen zu verbinden [2]). Allein wenn dies der Fall wäre, so würden bei dem Huhn die Aa. subclaviae nicht zusammen mit den gemeinschaftlichen Carotiden als Äste zweier Aa. anonymae erscheinen können, sondern würden von den inneren Carotiden abgehen müssen, da nach meinen Beobachtungen bei dem Hühnchen der ursprünglich dritte Gefässbogen einer jeden Aortenwurzel, wie bei den Schlangen und den Säugethieren, zu dem hinteren Theile einer Carotis interna wird. Demnach müssen sie bei dem Hühnchen oder überhaupt den Vögeln an anderen Stellen der Aortenwurzeln entstehen, als an welchen sie nach v. Baer's Ansicht sich zu bilden beginnen sollen, und zwar hinter dem dritten Paar Gefässbogen. Hinter diesen nun aber vergehen bei dem Hühnchen die Anastomosen, welche sie mit den beiden nächstfolgenden verbinden, und entwickeln sich die Gefässbogen des fünften Paares theils zu den beiden Ästen der Lungenarterie, theils zusammen mit dem Endstück der linken Aortenwurzel zu zwei an Länge sehr ungleichen Botallischen Gängen, welche Gänge ebenfalls, wie jene Anastomosen, späterhin vergehen (§. 39). Es kann also auch aus keinem von diesen Abschnitten oder Elementen der Aortenwurzeln eine Art. subclavia ihre Entstehung nehmen. Sieht man nun auf die übrigen hinter den Gefässbogen des dritten Paares liegenden Abschnitte der Aortenwurzeln, so entwickeln sich bei dem Hühnchen von der rechten Aortenwurzel, wie bei den Säugethieren von der linken, der vierte Gefässbogen, die ihn mit dem fünften vereinigende Anastomose und das

---

[1]) Ein Näheres über die Entwickelung der Arterien, welche bei den oben genannten Säugethieren von dem Bogen der Aorta abgehen, habe ich angegeben in Müller's Archiv. Jahrgang 1843. S. 276—302.

[2]) Die Physiologie als Erfahrungswissenschaft von K. F. Burdach. Bd. II, Taf. IV, Fig. 3.

einfach geformte Endstück zu dem Bogen der Aorta (Taf. VI, Fig. 9, *e*, *e*), derjenige Abschnitt der rechten Aortenwurzel aber, durch welchen der dritte und vierte rechte Gefässbogen an ihrem unteren Ende verbunden sind, zu einem langen Gefässstamm, dessen Äquivalent bei den Säugethieren die rechte Carotis communis ist. Es wird daher bei dem Hühnchen die rechte Art. subclavia nur entweder aus einem von jenen Abschnitten der rechten Aortenwurzel, die sich zusammengenommen zu dem Bogen der Aorta entwickeln, oder aus demjenigen Abschnitte, der sich zu einem langen Arterienstamm ausbildet, ihre Entstehung nehmen können, und zwar in der Art, dass sie als ein Seitenzweig daraus hervorwächst, worauf dann, wenn das Letztere der Fall wäre, der hinterste Theil des erwähnten Arterienstammes als eine Art. anonyma, der übrige oder längere als eine Carotis communis erscheinen würde. Aus Gründen der Analogie aber, welche in der Entwickelung der Vögel und Säugethiere stattfindet, dürfte nicht sowohl das Letztere, als vielmehr das Erstere der Fall sein. Mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit wird daher anzunehmen sein, dass bei dem Hühnchen oder überhaupt den Vögeln die rechte Art. subclavia, wie bei den Säugethieren die linke, zwischen dem vierten und fünften Gefässbogen ihrer Seite aus der Anastomose, welche diese Gefässbogen verbindet und später einen Theil des Aortenbogens darstellt, seitlich hervorwächst (Taf. VI, Fig. 9, *f*), dass darauf die zwischen den Ursprungsstellen der so entstandenen neuen Arterie und der gemeinschaftlichen Carotis derselben Seite befindliche vordere Hälfte des Aortenbogens, wie bei manchen Säugethieren, nicht weiter an Länge zunimmt, sondern sich gegentheils immer mehr verkürzt, bis endlich diese beiden Arterienäste an ihren Ursprüngen zusammentreffen, und dass, wenn solches geschehen, die beiden genannten Arterienäste aus der Aorta eine Art. anonyma als einen ihnen gemeinsamen Stamm ausspinnen. Die linke Art. subclavia wird bei dem Hühnchen oder überhaupt den Vögeln nach den oben gemachten Bemerkungen nur entweder aus dem vierten Gefässbogen der linken Aortenwurzel oder aus demselben und der Anastomose, welche ihn mit dem fünften Gefässbogen derselben Seitenhälfte vereinigt, entstehen können. Wenn sie nun sich nur allein aus dem vierten Gefässbogen bildete, so würde dies dadurch geschehen können, dass sich derselbe theils erweiterte und verlängerte, theils aus seinem oberen Ende für den linken Flügel eine Arterie als eine Fortsetzung von sich aussendete. In dem anderen Falle würde sie dadurch gebildet werden können, dass die Anastomose, die von jenem Gefässbogen zu dem folgenden hingeht, einen Seitenzweig zu dem linken Flügel hinsendete und sich zusammen mit jenem Bogen erweiterte und verlängerte (Taf. VI, Fig. 9, *h*, *h*). In dem einen wie in dem anderen Falle aber würden die Art. subclavia und die Carotis communis der linken Seitenhälfte anfänglich dicht neben einander von der Aorta abgehen, also zu einander sich in einem solchen Verhältniss befinden, dass sie ohne Weiteres aus der Aorta eine Arteria anonyma für sich ausspinnen könnten. Dass indess nicht der erstere, sondern der letztere Fall Statt findet, dürfte mit Wahrscheinlichkeit auf Grund der Analogie in der Entwickelung der Vögel und Säugethiere anzunehmen sein, indem bei den Säugethieren an der Bildung derjenigen Art. subclavia, welche der anderen Seitenhälfte, als der Aortenbogen angehört, nicht nur der vierte Gefässbogen dieser Seitenhälfte, sondern auch seine nach hinten gehende Anastomose einen Antheil nimmt (Taf. VI, Fig. 3 und Fig. 10). Völlig in derselben Weise, wie die linke Art. subclavia der Säugethiere, würde sich freilich die ihr in Hinsicht der Lage zu dem Aortenbogen entsprechende rechte Art. subclavia der Vögel selbst in dem letzteren Fall nicht bilden können, sondern nur in einer ähnlichen, da sich bei den Säugethieren an der Darstellung der dem Aortenbogen gegenüber liegenden Art. subclavia auch das Endstück der Aortenwurzel

derselben Seitenhälfte betheiligt, bei den Vögeln aber dies nicht geschehen kann, weil bei ihnen das Endstück derjenigen Aortenwurzel, aus welcher sich die dem Aortenbogen gegenüberliegende Art. subclavia entwickelt, zu der hinteren grösseren Hälfte des einen Botallischen Ganges wird (Taf. VI, Fig. 9, *l*).

Zu den über die linke Schlüsselbeinarterie der Vögel gemachten Äusserungen muss ich noch bemerken, dass ich bei dem Hühnchen an dem sechsten, besonders aber an dem siebenten Tage der Bebrütung linkerseits den ursprünglich vierten Gefässbogen im Verhältniss zu dem dritten und fünften dünner fand, als an dem vierten und fünften Tage, und dass er an dem siebenten Tage den Anschein gewährte, als wolle er vergehen. Ich vermuthe jedoch, dass er nicht wirklich in der Auflösung begriffen, sondern nur weiter von der Oberfläche des Körpers entfernt zu liegen gekommen und in Folge davon nicht mehr so deutlich, wie früher, zu erkennen war.

Bei den Krokodilen verhalten sich die Aa. subclaviae hinsichtlich ihres Ursprunges aus der rechten secundären Aortenwurzel, die in Betreff ihrer Lagerung und ihres Verlaufes dem Aortenbogen der Vögel entspricht, ähnlich wie bei denjenigen Vögeln, bei welchen eine an der linken Seite der Speiseröhre vorbeigehende Carotis subvertebralis vorkommt. Denn wie bei diesen Vögeln der Aortenbogen, sendet bei den Krokodilen die rechte Wurzel der Aorta in einiger Entfernung von ihrem Ursprunge aus dem Herzen und ehe sie nach hinten sich umbiegt zwei Äste aus, von denen der rechte in eine Art. subclavia und eine Art. collateralis colli, der linke in zwei eben solche Arterien und die Carotis subvertebralis ausgeht. Dessenungeachtet kann bei den Krokodilen möglicherweise nur die rechte, nicht aber auch die linke Schlüsselbeinarterie an einer ähnlichen Stelle und in einer ähnlichen Weise aus der primitiven Aortenwurzel ihrer Seite entstehen, wie nach den oben gemachten Erörterungen wahrscheinlich bei den Vögeln, weil sich bei jenen Reptilien der vierte linke Gefässbogen und die von ihm nach hinten gehende Anastomose, wie bei den Eidechsen oder überhaupt den Schuppenechsen, zu der hinteren Hälfte der linken secundären Aortenwurzel entwickeln.

Ungeachtet der nicht unerheblichen Verschiedenheiten, welche die Schlüsselbeinarterien bei den Säugethieren, Vögeln und Krokodilen nach erlangter Ausbildung in Hinsicht ihres Ursprunges bemerken lassen, stimmen sie doch bei allen diesen Thieren darin überein, dass sie bei denselben zu beiden Seiten des Systems der Carotiden (einer Carotis subvertebralis oder zweier Carotides communes) entspringen. Bei den Schuppenechsen aber zeigen die Schlüsselbeinarterien von den gleichnamigen Gefässen dieser höher stehenden Wirbelthiere in der angeführten Hinsicht eine bedeutend grosse Abweichung, indem sie bei denselben nur zur rechten Seite des Systems der Carotiden entspringen, nämlich beide — sei es getrennt von einander, oder mittelst eines ihnen gemeinsamen Stammes — aus der rechten secundären Aortenwurzel hinter der Stelle, wo von ihr die beiden gemeinschaftlichen Carotiden abgehen.

Der Plan, nach welchem bei den Schuppenechsen die Schlüsselbeinarterien angelegt werden, kann also nicht ein solcher sein, als wonach die gleichnamigen Blutgefässe bei den Säugethieren, oder den Vögeln, oder den Krokodilen gebildet werden, sondern ist davon ganz verschieden.

In Betreff der Stelle, an welcher bei den Schuppenechsen die Schlüsselbeinarterien entstehen, kann ich anführen, dass sie aus dem einfachen Endstück der rechten primitiven Aortenwurzel hinter dem fünften Gefässbogen dieser Aortenwurzel hervorwachsen. Denn bei

sehr jungen Exemplaren von Tejus Teguixin und Lacerta agilis, wie auch bei einigen fast reifen Embryonen eines Scinciden (wahrscheinlich einer Euprepis) sah ich die genannten Arterien ziemlich weit hinter dem rechten Ductus Botalli und in der Nähe des hintern Endes der rechten secundären Aortenwurzel von dieser abgehen.

§. 58. Bei der Abfassung des zweiten Theiles dieser Schrift ging meine Absicht hauptsächlich dahin, zu ermitteln und anzugeben, welche morphologische Bedeutungen den grössern Hals- und Kopfarterien der verschiedenartigen Saurier beizulegen sein dürften. Indem ich aber bei der Ausführung meines Vorhabens diese Gefässe der Saurier sowohl mit den ausgebildeten, als auch mit den in der Entwickelung begriffenen Hals- und Kopfarterien anderer höheren Wirbelthiere verglich, habe ich gelegentlich noch Manches angeführt, was zwar für den Zweck, den ich verfolgte, nicht gerade nöthig war, doch zur Gewinnung einer Einsicht in die allgemeinen und besonderen Plane, nach denen bei den höheren Wirbelthieren die Arterien ihrer vorderen Körperhälfte gebildet worden sind, Etwas beitragen könnte.

Die Bemerkungen nun, welche in dieser Abhandlung die Plane betreffen, nach denen bei den höheren Wirbelthieren einige von ihren grösseren Arterien gebildet worden sind, will ich jetzt noch schliesslich einer leichteren Übersicht wegen in den nachstehenden Sätzen kurz zusammenfassen.

1. Wie der Körper der Wirbelthiere im Ganzen, so wird auch deren arterielles System insbesondere nach einem allgemeinen, für alle diese Thiere geltenden Plane angelegt. Denn nach den bisherigen Erfahrungen zu urtheilen, besteht dasselbe bei ihnen allen zu einer gewissen, und zwar sehr frühen Zeit des Fruchtlebens aus einem kurzen von dem Herzen ausgehenden Stamm (dem Truncus arteriosus communis), einem viel längeren in dem Rumpfe unter der Rückenseite gelegenen zweiten Stamm (dem Stamm der Aorta) und zwei Reihen hinter dem Munde befindlicher, auf beide Seitenhälften des Körpers paarweise vertheilter und mit der Axe desselben sich kreuzender bogenförmiger Gefässe, in die der erstere Stamm ausgeht und die nach hinten in den letzteren Stamm übergehen, für den sie, jederseits mit einander wieder vereinigt, gleichsam zwei besondere Wurzeln darstellen.

2. Aus diesen beiden primitiven Aortenwurzeln und dem Truncus arteriosus communis entwickeln sich darauf theils unter einer vorschreitenden, theils unter einer rückschreitenden Metamorphose einige anders gestaltete Abtheilungen des arteriellen Systems, deren Zahl und Form aber bei den verschiedenen Arten der Wirbelthiere verschieden ausfällt. Bei den höheren (über den Batrachiern stehenden) Wirbelthieren bilden sich daraus namentlich eine entweder einfache oder doppelte vordere Abtheilung der Aorta, eine Lungenarterie, ein System von Carotiden, eine einfache oder doppelte Vertebralarterie und meistens auch ein Paar Schlüsselbeinarterien.

3. Der Truncus arteriosus communis theilt sich der Länge nach entweder in zwei oder in drei Canäle. In dem ersteren Fall (Säugethiere und Vögel) setzt sich der eine von ihnen in die beiden Gefässbogen des vierten von den fünf Paaren solcher Bogen fort, die bei allen höheren Wirbelthieren die primitiven Aortenwurzeln darstellen helfen; in dem letzteren Fall aber (Reptilien) setzt sich einer von jenen Canälen in den rechten, der andere in den linken vierten Gefässbogen fort. Darauf vergeht in dem ersteren Fall der eine vierte Gefässbogen, indess sich der andere und der Canal, von dem er als eine Fortsetzung erscheint, zu einem Bogen und einem aufsteigenden Theil der Aorta entwickeln; in dem letztern Falle aber nehmen die beiden Gefässbogen des vierten Paares nebst den zwei Canälen, als deren

Fortsetzungen sie erscheinen, immer mehr an Grösse zu und entwickeln sich zu einem Paar Bogen und aufsteigenden Theilen der Aorta oder den sogenannten secundären Aortenwurzeln.

4. Der andere oder der dritte von den Canälen, in welche sich der Truncus arteriosus theilt, setzt sich in das fünfte Paar Gefässbogen fort. Von diesen Bogen aber sendet entweder ein jeder (Saurier und Vögel) einen Zweig zu der Lunge seiner Seite hin und es entwickeln sich darauf dieselben nebst ihren Zweigen und jenem Canal zu der Lungenarterie, oder es sendet nur einer von ihnen (Schlangen und Säugethiere) einen Zweig aus, der sich gabelförmig theilend auf beide Lungen übergeht, und entwickelt sich darauf mit diesem Zweige und jenem erst erwähnten Canal zu der Lungenarterie, indess der andere fünfte Gefässbogen vergeht.

5. Das System der Carotiden entwickelt sich bei den höheren Wirbelthieren aus denjenigen Abschnitten der primitiven Aortenwurzeln, welche vor dem vierten Paar Gefässbogen entstanden waren, und wird bei ihnen allen nach einem und demselben Plane angelegt. Dieser ist von der Art, dass das genannte System von Arterien im Wesentlichen zwei aus der Aorta geschieden von einander entspringende, auf beide Seitenhälften des Körpers vertheilte und neben den Nervi vagi verlaufende symmetrische Arterienstämme (Aa. carotides communes) darstellen sollte, von denen ein jeder in zwei freie, nicht an andere grössere Arterien gebundene Endäste (A. Carotis externa und A. carotis interna) ausliefe.

6. Bei den meisten Schuppenechsen wird jedoch dieser Plan nicht vollständig zur Ausführung gebracht, sondern es bleibt bei ihnen die Car. interna durch eine Anastomose, die ein Theil von einer primitiven Aortenwurzel ist und bei den übrigen höheren Wirbelthieren nur in der frühesten Zeit des Fruchtlebens bemerkt wird, für immer mit der Aorta verbunden. Die Ursache von diesem Stehenbleiben der Car. interna auf einer niederen Entwickelungsstufe liegt, wenn auch nicht allein, so doch zum grossen Theil darin, dass sich bei den meisten Schuppenechsen der Hals nur wenig verlängert und das Herz sich von demselben nicht erheblich nach hinten entfernt. Dass dem so ist, ergibt sich besonders bei einem Vergleich der schlangenförmigen Schuppenechsen mit den Schlangen und mit den ihnen in der Gestalt ebenfalls sehr ähnlichen Ringelechsen.

7. Bei vielen von denjenigen höheren Wirbelthieren, bei welchen der Plan, nach dem sich das Carotidensystem gestalten soll, vollständig zur Ausführung gebracht wird, erhält jedoch derselbe während der weiteren Entwickelung des Körpers mancherlei bedeutende Abänderungen. Abgesehen davon, dass die Stämme dieses Systems, oder die gemeinschaftlichen Carotiden, bei verschiedenen Arten von höheren Wirbelthieren eine verschiedene relative Länge gewinnen und dabei nicht selten für mehrere Theile des Halses Seitenzweige von verschiedener Stärke aussenden, so bleibt

A. bei vielen Schlangen die rechte gemeinschaftliche Carotis in der Zunahme an Weite dermassen hinter der linken zurück, dass sie dieser nachher an Weite um Vieles nachsteht, und wird bei noch anderen Schlangen in ihrem mittleren grössten Theil sogar völlig aufgelöst.

B. Bei einigen Papageien trennt sich die rechte gemeinschaftliche Carotis in ihrem mittleren grössten Theil von dem Nervus vagus ihrer Seite, biegt sich nach oben und innen gegen die Halswirbel aus und kommt zum Theil unter denselben zu liegen, indess die linke ihren ursprünglichen Verlauf für immer beibehält.

C. Bei vielen anderen Vögeln biegen sich beide gemeinschaftliche Carotiden in derselben Weise, wie bei manchen Papageien nur die rechte, nach oben und innen aus und kommen unter den Halswirbeln auf einer längeren oder kürzeren Strecke ihres Verlaufes dicht neben einander zu liegen.

D. Bei noch anderen Vögeln verändern beide gemeinschaftliche Carotiden nicht nur in derselben Weise, wie bei jenen, ihren ursprünglichen Verlauf und Lage, sondern verschmelzen auch mit einander in ihrer Mitte zu einem einfachen Stamm, worauf dann in der Regel der hinter der Verschmelzungsstelle gelegene Theil der rechten durch eine Resorption vollständig verloren geht. Eben dasselbe ist wahrscheinlich auch der Fall bei den Krokodilen im Allgemeinen.

E. Unter den Schlangen und Schuppenechsen, bei denen die gemeinschaftlichen Carotiden anfänglich dicht neben einander von der rechten secundären Aortenwurzel abgehen, spinnen bei vielen Arten die beiden ersteren, indem sie und die letztere allmählich auseinanderweichen, aus dieser einen mehr oder weniger langen, ihnen beiden gemeinschaftlichen Stamm oder eine Carotis primaria aus. Wahrscheinlich auf dieselbe Weise wird auch die Carotis primaria der Ringelechsen gebildet.

F. Unter den Säugethieren, bei denen anfänglich wohl jedenfalls die rechte gemeinschaftliche Carotis für sich allein, die linke in Gemeinschaft mit der Schlüsselbeinarterie ihrer Seite mittelst einer Art. anonyma von dem Bogen der Aorta abgeht, rücken bei einigen Arten die beiden gemeinschaftlichen Carotiden nebst der linken Schlüsselbeinarterie, indem die Arteria anonyma und der links von ihr gelegene Theil des Aortenbogens bis zum Verschwinden verkürzt werden, dicht zusammen, worauf sie mit der linken Schlüsselbeinarterie sich aus dem Aortenbogen einen mehr oder weniger langen gemeinsamen Stamm ausspinnen.

G. Bei Delphinus Phocaena, bei dem wohl ohne Zweifel in einer frühen Zeit des Fruchtlebens, wie bei anderen höheren Wirbelthieren, ein Paar gemeinschaftliche Carotiden vorhanden oder doch angedeutet sind, gehen dieselben nachher durch eine Verkürzung völlig verloren; ist dies geschehen, so gehen bei ihm die innere und äussere Carotis einer jeden Seitenhälfte neben einander von einer Art. anonyma ab.

8. Eine noch viel grössere Mannigfaltigkeit in ihrem Verhalten, als die gemeinschaftlichen Carotiden, gewinnen in der Gruppe der höheren Wirbelthiere während der Entwickelung derselben die beiden Endäste, in die ein jeder von diesen Arterienstämmen ausgeht, also die innere und die äussere Carotis. Denn bei den verschiedenen Arten der höheren Wirbelthiere sendet nicht nur der eine wie der andere eine verschiedentlich grosse Zahl von untergeordneten Ästen aus, die sich wieder verschiedentlich verbreiten, sondern es geht auch bei denselben, je nach deren Arten, zu manchen Gebilden des Kopfes bald ein Ast von dem einen, bald ein Ast von dem anderen hin. Ursprünglich sind

A. die äusseren Carotiden, wie es allen Anschein hat, nur für die Zunge und die Regio submaxillaris bestimmt. Dieser Bestimmung aber bleiben sie nur bei einigen Vögeln treu. Meistens breiten sich dieselben auch nach verschiedenen Theilen des Halses und häufig auch nach anderen Theilen des Kopfes, als nach denen der Regio submaxillaris und nach der Zunge aus, doch in einem Falle mehr, in einem anderen weniger. Verhältnissmässig am weitesten verbreiten sie sich bei dem Menschen und einigen ihm zunächst stehenden Säugethieren, indem sie bei denselben einerseits verschiedenen Theilen des Halses, andererseits fast allen ausserhalb

der Hirnschale gelegenen Theilen des Kopfes und selbst der harten Haut des Hirns Zweige zusenden. Dagegen bleiben

B. die inneren Carotiden nur bei wenigen höheren Wirbelthieren, so namentlich bei dem Menschen und einigen ihm zunächst stehenden Säugethieren, fast nur allein für das Gehirn, die weiche Haut desselben und die der Schädelhöhle zunächst gelegenen Sinneswerkzeuge bestimmt[1]), sondern verbreiten sich bei den meisten auch an manchen anderen, doch je nach den Arten dieser Thiere der Zahl und Lage nach gar sehr verschiedenen Theilen des Kopfes, ja bei einigen, wie namentlich bei manchen Sauriern, Vögeln und Säugethieren (Maulwurf, Igel, Iltis, Bär, Bieber, Springmaus) selbst an etlichen Muskeln des Hinterkopfes und Nackens.

9. Beschränkt wird bei vielen Säugethieren und einigen Vögeln die Ausbreitung der äusseren, bei manchen anderen von diesen Thieren die Ausbreitung der inneren Carotiden, in Folge davon aber die Mannigfaltigkeit in der Anordnung der Kopfarterien bei den höheren Wirbelthieren im Allgemeinen noch mehr vergrössert durch den Umstand, dass bei ihnen die gemeinschaftlichen Carotiden vor ihrer Spaltung in jene Endäste besondere Seitenäste an Theile des Kopfes senden, die bei anderen solche von dem einen Paar jener Endäste erhalten. Als dergleichen Seitenäste der gemeinschaftlichen Carotiden erscheinen z. B. die Aa. thyreoideae superiores bei vielen Säugethieren und dem Reiher, die Aa. occipitales bei der Katze, dem Hunde, Pferde, Rinde, Schafe, Hasen, Reiher und der Elster, die Aa. auriculares posteriores bei der Katze, dem Hunde, Iltis und Pferde, die Aa. maxillares internae bei dem Hunde, Iltis, Hasen und Meerschweinchen.

10. Die Arterien der vorderen Gliedmassen werden bei den verschiedenen höheren Wirbelthieren nach zwei verschiedenen Planen angelegt. Zwar bildet sich für diese Gliedmassen jedenfalls nur ein Paar besondere Arterienstämme, die sich allmählich bis zu den Enden derselben ausbreiten; bei einigen aber, namentlich bei den Schuppenechsen, wachsen beide Stämme aus der rechten primitiven Aortenwurzel hervor, anstatt dass bei den übrigen, wenn sie vordere Gliedmassen erhalten, wahrscheinlich ohne Ausnahme der eine Stamm aus der rechten, der andere aus der linken primitiven Aortenwurzel seine Entstehung nimmt.

11. Dessgleichen werden die Vertebralarterien bei den verschiedenen höheren Wirbelthieren nach verschiedenen Planen angelegt. Denn

A. bei den Schlangen und atypischen oder schlangenartigen Schuppenechsen bildet sich nur eine solche Arterie, die sich jedoch mehr oder weniger weit von ihrem Ursprunge in zwei auf beide Seitenhälften des Körpers vertheilte symmetrische Äste spaltet, wogegen sich bei den meisten typischen Schuppenechsen, den Ringelechsen, Panzerechsen, Schildkröten, Vögeln und Säugethieren zwei auf beide Seitenhälften des Körpers vertheilte Vertebral-Arterien bilden, für die aber bei manchen typischen Schuppenechsen wahrscheinlich nachher noch aus dem Boden, aus welchem sie hervorgesprossen waren, ein kurzer ihnen gemeinschaftlicher Stamm nachwächst. Auch ist bei den höheren Wirbelthieren der Plan für die Bildung der Vertebralarterien noch insofern verschieden, als

---

[1]) Die Aa. auditivae internae entspringen zwar gewöhnlich aus der unpaarigen Art. basilaris; diese aber hat sich entweder nur allein oder doch grossentheils aus zweien von den Aa. carotides internae ausgesendeten Ästen entwickelt.

B. unter denjenigen, welche zwei dergleichen Blutgefässe erhalten, dieselben, wie die beiden für die vorderen Gliedmassen bestimmten Arterienstämme, bei einigen, namentlich bei den Schuppenechsen und den Ringelechsen, nur aus der rechten primitiven Aortenwurzel, bei anderen hingegen gesondert aus beiden primitiven Aortenwurzeln hervorwachsen.

Nachträgliche Bemerkungen.

Nachdem diese Abhandlung bereits der Akademie vorgelegt worden war, bot sich mir eine Gelegenheit dar, ein Exemplar von Psammosaurus griseus (das eine Länge von 22 Zoll hatte) injiciren und zergliedern zu können. Auch bei ihm fand ich nun unter der Rückenwand des Rumpfes einen solchen aus longitudinellen Bündeln glatter Muskelfasern zusammengesetzten Strang, wie ich früher bei den Varanen gesehen und in dieser Abhandlung (§. 5) beschrieben hatte. Derselbe begann unter dem Körper des vierten Rumpfwirbels, liess an ähnlichen Stellen, wie bei den Varanen, die Aortenwurzeln durch sich hindurchgehen und bildete gleichfalls, wie bei jenen, grösstentheils eine Scheide für die aus der linken Aortenwurzel entsprungene Arterie des Darmcanals und deren verschiedene Äste mit Ausnahme von einem. Dieser nicht von einem Theil des Muskelstranges eingescheidete Ast, den die erwähnte Arterie, wie bei Varanus niloticus, gleich nach ihrem Ursprunge aus dem Ende der linken Aortenwurzel entsendet hatte, war aber nicht, wie Corti angegeben hat, nur allein für den hinteren Theil der Speiseröhre bestimmt, sondern verhielt sich in seiner Verzweigung gerade so, wie bei den Varanen (§. 7), spaltete sich nämlich in zwei an Dicke sehr ungleiche Zweige, von denen sich der schwächere auf der Speiseröhre, der stärkere auf dem vorderen Drittel des Magens verbreitete.

Ein anderes System von glatten Muskelfasern, das bei dem Psammosaurus griseus in besonderen Duplicaturen des Bauchfelles vorkommt, ist vor einigen Jahren — wie ich erst vor kurzer Zeit erfahren habe — von Brücke entdeckt worden. Eine Beschreibung von der Lage und Verbreitung dieses Systems ist in den Sitzungsberichten der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu Wien (Bd. VII, Seite 246 und 247) gegeben worden. Dasselbe befindet sich in zwei in einander übergehenden Duplicaturen des Bauchfells, von denen die eine die Leber mit dem Magen, die sehr viel längere andere die Leber mit der Bauchwand des Rumpfes verbindet, beginnt an den Schambeinen, verläuft von ihnen, einen mässig dicken Strang darstellend, zu der Leber und verzweigt sich weiter nach vorne in den erwähnten beiden Duplicaturen des Bauchfells. Von dem vorhin angeführten System glatter Muskelfasern, das von der Rückenwand des Rumpfes abgeht und sich in dem Gekröse verbreitet, ist es durch den Darmcanal geschieden, steht also mit ihm in keinem unmittelbaren Zusammenhange. Ein ähnliches System von Muskelfasern aber, wie dieses bei dem Psammosaurus griseus v. Brücke entdeckte, habe ich unlängst auch bei Varanus niloticus, Var. bivittatus und mehreren anderen Schuppenechsen, bei denen ich danach suchte, namentlich selbst bei etlichen schlangenförmigen gefunden, wesshalb sich denn mit Wahrscheinlichkeit annehmen lassen dürfte, dass ein solches System von glatten Muskelfasern —

das übrigens eine auf der Bauchwand von dem hintersten Theil der Rumpfhöhle zu der Leber gehende Vene (die V. abdominalis) scheidenartig einschliesst — bei allen Schuppenechsen, wenngleich unter verschiedenen Modificationen, vorkommt. Ausserdem auch habe ich jetzt bei ziemlich vielen Schuppenechsen, die zu anderen Familien als zu der Familie der Varaniden gehören, in der grossen Falte des Bauchfelles, welche bei ihnen den hinteren Theil der Speiseröhre, den Magen und den Darm an die Rückenwand des Rumpfes befestigt, glatte Muskelfasern gefunden. Doch waren diese bei ihnen in einer ganz anderen Weise geordnet, als bei den Varaniden.

Ein Näheres über die verschiedenen Systeme von glatten Muskelfasern, die bei den Schuppenechsen in den angeführten und noch anderen Duplicaturen des Bauchfelles vorkommen, gedenke ich später einmal bekannt zu machen.

Koenigsberg am 1. Februar 1857.

Rathke.

ERKLÄRUNG DER TAFELN.

TAFEL I.

Fig. 1. Einige Eingeweide und Blutgefässe einer Amphisbaena alba, die um die Hälfte ihres Umfanges vergrössert abgebildet sind, von der untern Seite angesehen: *a.* die Kammer des Herzens; *b, b.* die Vorkammern desselben; *c.* der Anfang der Lungenschlagader; *d, d.* die linke Aortenwurzel; *e, e.* die rechte Aortenwurzel; *f, f.* die gemeinschaftlichen Carotiden; *g.* ein Theil der Luftröhre; *h, h.* die vorderen Hohlvenen; *i.* die hintere Hohlvene; *k.* ein Theil der linken Lunge.

Fig. 2. Dasselbe Präparat von oben angesehen: *a, a.* ein Theil der Speiseröhre; *b.* ein Theil der Luftröhre; *c.* ein Theil der linken Lunge; *d.* die sehr kleine rechte Lunge; *e, e.* der Stamm der Aorta; *f.* die linke Aortenwurzel; *g.* die rechte Aortenwurzel; *h, h.* die aus dem absteigenden Theil der rechten Aortenwurzel entspringenden und auf den (hier nicht abgebildeten) Musculi longi colli verlaufenden Arteriae vertebrales, die zur Seite gebogen dargestellt worden sind; *i.* die linke vordere Hohlvene; *k.* die rechte vordere Hohlvene; *l.* der Stamm der beiden Venae vertebrales; *m.* die linke Vorkammer; *n.* die rechte Vorkammer; *o.* die Kammer des Herzens; *p.* die hintere Hohlvene.

Fig. 3. Ein Präparat von dem Kopfe und Halse einer Amphisbaena vermicularis, um die Hälfte vergrössert und von der rechten Seite angesehen. Der dreieckige und fast fächerförmige Musc. sternomastoideus und einige an der Bauchseite befindliche Muskeln sind entfernt worden. *a.* Unterkiefer; *b.* Quadratbein; *c.* Horn des Zungenbeins; *d.* ein kleiner Knochen, der dem Schulterblatt anderer Saurier entspricht; *e.* Musc. geniohyoideus; *f.* Musc. omohyoideus, von dem Schulterblatt abgetrennt und davon nach unten entfernt; *g.* Musc. temporalis; *h.* Musc. apertor oris; *i, i.* eine lange und dünne Muskelschicht, die von einer Fascie des Rückens nach unten geht und sich an die Hautbedeckung ansetzt; *k, k.* Musc. trachelomastoideus, von dem vorigen zum Theil bedeckt; *l.* ein Muskel, der von den Halswirbeln zu einigen der vordersten Rippen geht und den Mm. scaleni anderer Wirbelthiere zu entsprechen scheint; *m, m.* Musc. longus colli; *n, n.* Speiseröhre; *o.* Luftröhre; 1. Carotis communis; 2. Ramus cervicalis der Car. communis; 3. Ramus spinalis der Car. communis; 4. Carotis interna; 5. Carotis externa.

Fig. 4. Kopf, Hals und vorderster Theil des Rumpfes von Pseudopus Pallasii, in natürlicher Grösse. Ausser der Hautbedeckung sind entfernt worden der Musc. latissimus colli, das ganze Schultergerüst nebst dem Brustbein, linkerseits der Musc. omohyoideus und rechterseits die oberflächliche grössere und an das zweite Zungenbeinhorn angeheftete Partie des M. geniohyoideus, wie auch der M. omohyoideus und der M. sternohyoideus. Ausserdem sind die Bauchwandung des Rumpfes und ein Theil der Seitenwandungen desselben abgeschnitten worden. *a.* Oberkiefer; *b, b.* Unterkiefer; *c, c.* vordere und *d, d.* hintere Hörner des Zungenbeins; *e, e.* die Mm. genioglossi; *f.* Mm. hyoglossi; *g.* die tiefere Schicht des rechten M. geniohyoideus; *g*.* die oberflächliche Schicht des linken M. geniohyoideus; *h, h.* die Mm. pterygoidei externi; *i.* die Speiseröhre; *k.* die Luftröhre, die linkerseits ein wenig von dem M. sternohyoideus der linken Seitenhälfte bedeckt ist; *l.* die Thymusdrüse; *m.* der linke M. sternohyoideus; *n, n.* Mm. sternomastoidei; *o.* der rechte M. levator scapulae. (Von den Muskeln *m*, *n* und *o* sind nur die vorderen Hälften abgebildet.) *p, p.* die Vorkammern des Herzens; *q.* die Kammer desselben. — 1, 1. die Aortenwurzeln; 2, 2. die Carotidenbogen; 3. der Kehl-Zungenast der rechten Seitenhälfte, von dem in der Abbildung zwei Äste angegeben sind, nämlich ein sich an der Speiseröhre, und ein sich grossentheils an dem M. pterygoideus externus verbreitender Ast; 4. die Fortsetzung des rechten Kehl-Zungenastes zur Zunge; 5. ein Zweig des linken Kehl-Zungenastes, welcher Zweig zwischen dem M. sternohyoideus und dem unter diesem liegenden, aber nicht abgebildeten M. omohyoideus verläuft.

Fig. 5. Dasselbe Präparat von Pseudopus Pallasii von der rechten Seite abgebildet: *a.* Eingang zum Ohr, *b.* Musc. apertor oris, (das Analogon vom hinteren Bauche des M. digastricus des Menschen); *c.* M. sternomastoideus; *d.* M. levator scapulae; *e.* oberflächliche, und *f.* tiefe Schicht des M. geniohyoideus; *g.* M. pterygoideus externus; *h.* erstes und *i.* zweites Zungenbeinhorn; *k.* Speiseröhre; *l, l.* Luftröhre; *m.* rechte Vorkammer des Herzens; *n.* Kammer desselben; *o.* rechte vordere Hohlvene; *p.* hintere Hohlvene. — 1. rechte Aortenwurzel, 2. aufsteigender und 3. absteigender Schenkel des rechten Carotidenbogens; 4. der Muskelast des Carotidenbogens; 5. der Kopfast und 6. der Kehl-Zungenast des Carotidenbogens; 7. die Fortsetzung des letzteren Astes zur Zunge; 8. der absteigende und in den Aortenstamm übergehende Theil der rechten Aortenwurzel; 9. der Stamm der Aorta.

Fig. 6. Eine Abtheilung des arteriellen Systems von Ameiva vulgaris, zweimal vergrössert dargestellt: *a.* der Anfang der rechten Aortenwurzel; *b.* der Anfang des rechten Carotidenbogens; *c.* der aufsteigende Theil des linken Carotidenbogens; *d* bis *g.* Zweige des Kehl-Zungenastes (der Zweig *d.* geht zu der Thymusdrüse; die drei Zweige, auf welche *e* hinweist, verbreiten sich an dem M. deltoideus, M. supraspinatus, M. omohyoideus, M. sternohyoideus und der Speiseröhre; der Zweig *f.* verbreitet sich an dem M. geniohyoideus, M. hyoglossus, M. latissimus colli, dem vordersten Theile der Speiseröhre und dem Kehlkopfe; *g.*

begibt sich zur Zunge); *h.* der Kopfast des Carotidenbogens; *i.* der Zweig dieses Astes, welcher sich in den äusseren Theilen des Kopfes verbreitet; *k.* der Zweig desselben Astes, welcher durch das Foramen caroticum in die Schädelhöhle eindringt; *l.* derjenige Zweig des Kopfastes, welcher sich in verschiedenen Nackenmuskeln verbreitet und als ein Ramus spinalis zwischen Atlas und Hirnschale in die Schädelhöhle eindringt; *m.* ein nur sehr kleiner Zweig des Kopfastes, der sich in einigen Nackenmuskeln verbreitet; *n.* der Muskelast des Carotidenbogens; *o.* der absteigende Theil dieses Gefässbogens; *p.* der aufsteigende Theil, und *q.* der absteigende Theil des linken Aortenbogens; *r.* das Ende des rechten Aortenbogens; *s.* der vorderste Theil des Aortenstammes.

TAFEL II

Fig. 1. Die rechte Aortenwurzel mit ihren Ästen von Acontias Meleagris, zweimal vergrössert: *a.* vorderster Theil des Aortenstammes; *b.* ein kleiner Theil der linken Aortenwurzel; *c.* die rechte Aortenwurzel; *d.* ein kleiner Theil des linken Carotidenbogens; *e.* der aufsteigende Schenkel des rechten Carotidenbogens; *f.* der Kehl-Zungenast; *g.* der Kopfast, und *h.* der absteigende Schenkel des rechten Carotidenbogens; *i.* die Art. vertebralis; *k.* ein kleiner Ast der rechten Aortenwurzel, der sich zwischen den Musculi longi colli in zwei Intercostalarterien theilt.

Fig. 2. Die zweimal vergrösserte rechte Aortenwurzel mit ihren Ästen von Ophisaurus ventralis: *a* bis *g.* wie in der vorigen Figur; *h.* der Muskelast des rechten Carotidenbogens; *i.* der absteigende Schenkel dieses Bogens; *k.* die Art. vertebralis; *l.* und *m.* die beiden Aa. subclaviae.

Fig. 3. Eine ähnliche Abtheilung des arteriellen Systems von Lyriocephalus margaritaceus, zweimal vergrössert: *a.* der Stamm der Aorta; *b.* ein kleiner Theil der linken Aortenwurzel; *c, c.* die rechte Aortenwurzel; *d.* der rechte Carotidenbogen; *e.* ein kleiner Ast für die Thymusdrüse; *f.* Kehl-Zungenast; *g.* Kopfast; *h.* Muskelast des rechten Carotidenbogens; *i.* ein zur Speiseröhre gehender Ast der rechten Aortenwurzel; *k.* und *l.* Arteriae subclaviae.

Fig. 4. Eine Abtheilung des arteriellen Systems aus einer erwachsenen Lacerta agilis vergrössert dargestellt: *a* und *b.* die rechte Aortenwurzel; *c.* der rechte Carotidenbogen; *d.* Kehl-Zungenast; *e.* Kopfast; *f.* Muskelast desselben Bogens; * Andeutung der Lage des Schlüsselbeins zu jenen Theilen.

Fig. 5. Kopf, Hals und vordere Hälfte des Rumpfes von einem noch sehr jungen Embryo der Lacerta agilis, sechsmal vergrössert: *a.* der Stamm der Aorta; *b.* ein zu der rechten Lunge gehender Zweig des letzten oder ursprünglich fünften Gefässbogens der rechten Seitenhälfte; *c.* der nachherige Kopfast und *d.* der nachherige Kehl-Zungenast des rechten Carotidenbogens; *e, f* und *g.* die durch die Bauchwandung hindurchscheinende linke Vorkammer des Herzens, Kammer des Herzens und Leber; *h.* das rechte Vorderbein.

Fig. 6. Ein dem in der vorigen Figur abgebildeten ähnlicher Abschnitt von einem viel älteren Embryo der Lacerta agilis, dreimal vergrössert: *a.* der Stamm der Aorta; *b.* die drei noch vorhandenen Gefässbogen der rechten Seitenhälfte nebst den beiden Hauptästen des vordersten von diesen Bogen. Von dem unteren Aste (dem Kehl-Zungenaste) war bei dem Embryo nur ein kleiner Theil sichtbar; von dem oberen (dem Kopfaste) aber liess sich ausser dem in der Abbildung angegebenen Theil auch die Verzweigung auf dem Gehirn erkennen; *c.* äusseres Ohr; * rechtes Schlüsselbein, das hier als nach aussen hindurchschimmernd angegeben ist.

Fig. 7. Die drei Gefässbogen und der Canal, durch den sie in den Stamm der Aorta übergehen, aus dem in Fig. 6 abgebildeten Eidechsen-Embryo, stark vergrössert, um ihre Krümmungen naturgetreuer darstellen zu können: *a.* der oben erwähnte Canal; *b.* der hinterste oder ursprünglich fünfte Gefässbogen; *c.* ein Zweig, den dieser Bogen zu der rechten Lunge hingesendet hatte; *d.* der ursprünglich vierte, und *e.* der ursprünglich dritte Gefässbogen; *f.* der Kehl-Zungenast; *g.* der Kopfast des ursprünglich dritten Gefässbogens; * der Strich, auf welchen dieses Zeichen hinweist, deutet das Lagerungsverhältniss des Schlüsselbeins zu jenen Theilen des Gefässsystems an.

Fig. 8. Eine kleine Abtheilung des arteriellen Systems aus einem Basiliscus mitratus in natürlicher Grösse: *a.* aufsteigender Schenkel des rechten Carotidenbogens; *b.* Kehl-Zungenast; *c.* ein Zweig dieses Astes; *d.* Kopfast; *e.* Muskelast des Carotidenbogens; *f.* sehr dünner absteigender Schenkel dieses Bogens.

Fig. 9. Eine Abtheilung des arteriellen Systems von Chamaeleo planiceps, zweimal vergrössert: *a.* der Stamm der Aorta; *b.* ein kleiner Theil der linken Aortenwurzel; *d.* die rechte Carotis communis, oder aufsteigender Schenkel eines Carotidenbogens; *e* bis *k.* Verzweigung des Kehl-Zungenastes. (Von den Zweigen dieses Astes verbreitet sich *e.* an den Mm. omohyoideus, sternohyoideus, sternomastoideus, levator scapulae und deltoideus, *f.* ebenfalls in den Mm. omohyoideus und sternohyoideus, *g.* in dem Thymus, *h.* an der Speiseröhre, *l.* an dem Kehlkopfe, dem Zungenbein und in der Zunge, *k.* in dem Musc. pterygoideus externus); *l.* der stärkste von den Zweigen des Kehl-Zungenastes; *m.* der Kopfast der Carotis; *n.* der Muskelast der Carotis; *o.* eine sehr dünne Anastomose zwischen der Carotis communis und der Aortenwurzel, von der jener Zweig *n.* ausgesendet ist und die dem absteigenden Schenkel des Carotidenbogens vieler anderen Schuppenechsen entspricht; *p* und *q.* die Aa. subclaviae.

Fig. 10. Ein Theil der Aorta und die rechte Carotis communis von Chamaeleo vulgaris, zweimal vergrössert: *a.* der vordere Theil des Aortenstammes; *b.* ein Theil der linken Aortenwurzel; *c c.* die rechte Aortenwurzel; *d.* ein kleiner Theil der linken gemeinschaftlichen Carotis; *e.* die rechte gemeinschaftliche Carotis; *f.* derjenige Ast derselben, welcher nur für den Kopf bestimmt ist; *g.* der andere Ast derselben, der die Zunge und verschiedene Theile des Halses mit Blut versorgt und von dem insbesondere folgende Zweige abgehen; *h.* ein Zweig für den Musc. pterygoideus externus; *i.* ein Zweig für die Zunge, das Zungenbein und den Kehlkopf; *k.* ein Zweig für die Speiseröhre; *l.* ein Zweig für die Thymusdrüse; *m.* ein Zweig für den Musc. sternohyoideus; *n.* ein Zweig für die Mm. omohyoideus, sternomastoideus, levator scapulae und deltoideus; *o.* die rechte und *p.* die linke Arteria subclavia; *q.* ein Zweig, der von der linken Art. subclavia zur Speiseröhre geht.

TAFEL III.

Fig. 1. Die vordere Körperhälfte eines Varanus bivittatus bei einer Rückenlage in natürlicher Grösse abgebildet. Am Unterkiefer ist ein Theil der Hautbedeckung übrig gelassen. Ausser dem Musc. latissimus colli sind an der linken Seite des Kopfes und Halses der M. geniohyoideus, der M. omohyoideus und zum Theil auch die mit einander verschmolzenen Mm. sternomastoideus und trapezius entfernt worden. Dessgleichen sind die ganze linke Wandung und ein Theil der rechten Wandung der Rumpfhöhle abgetrennt und entfernt worden. Die Zungenbeinhörner sind seitwärts ausgebreitet: *a, a.* Unterkiefer; *b, b.* Mm. genioglossi; *c.* M. hyoglossus; *d.* M. pterygoideus externus; *e, e.* M. apertor oris; *f.* M. geniohyoideus, der an die beiden Segmente des hinteren Zungenbeinhorns angeheftet ist; *f*, f** ein besonderes kleines Muskelbündel, das mit dem einen Ende an die Aponeurose des M. pterygoideus externus, mit dem anderen an das zweite Segment des vorderen Zungenbeinhorns angeheftet ist und als ein accessorischer Theil des M. geniohyoideus betrachtet werden kann; *g, g.* äusseres Ohr; *h.* erstes und *i.* zweites Segment des vordern Zungenbeinhorns; *k.* Zungenbeinkörper; *l.* erstes Segment des zweiten oder hinteren Zungenbeinhorns; *m.* Musc. keratohyoideus, eine kleine Muskelschicht, die von dem zweiten Segment des vorderen zu dem ersten Segment des hinteren Zungenbeinhorns geht und beide verbindet; *n.* M. omohyoideus mit einer queren Inscriptio tendinea; *o, o.* Mm. sternohyoidei, von denen in der Abbildung der linke vollständig sichtbar ist, der rechte aber nur zum kleineren Theile gesehen werden kann, weil er von unten noch fast gänzlich durch den M. omohyoideus verdeckt ist; *p, p, p.* die mit einander verschmolzenen Mm. sternomastoideus und trapezius, rechterseits in natürlicher Lage, linkerseits, wo ein Theil von ihnen abgeschnitten und entfernt ist, so zurückgelegt, dass ihre innere Seite und die Schnittfläche gesehen werden können; *q.* M. levator scapulae; *r, r.* M. pectoralis major; *s, s, s.* Speiseröhre; *t, t.* Luftröhre; *u.* ein Paar kleine unter der Luftröhre gelegene Blutdrüsen, welche die Bedeutung von einer Thymusdrüse zu haben scheinen; *v, v.* die Lungen; *w.* die Leber; *x.* das Herz; *y, y.* die hinteren Theile der beiden vorderen Hohlvenen. 1, 1. die beiden Aortenwurzeln; 2. die Carotis primaria (der von ihr ausgesendete Zweig, der sich in die Aa. mammariae internae theilt, ist aus Mangel an Raum nicht angegeben worden); 3, 3. Carotides communes; 4. ein kleiner, aber ziemlich weit verbreiteter Ast, den die Carotis communis noch innerhalb der Rumpfhöhle aussendet; 5. ein sich an den Mm. omohyoideus und sternomastoideus verbreitender Zweig des einen Hauptastes der rechten Carotis communis; 6. ein sich an dem M. geniohyoideus verbreitender Zweig der rechten Carotis externa; 7. ein zwischen den Mm. omohyoideus und sternohyoideus ausgebreiteter Zweig des einen Hauptastes der linken Carotis communis; 8. ein neben der Luftröhre verlaufender Zweig desselben Astes; 9. die Carotis externa der linken Seitenhälfte; 10. die Stelle, an welcher diese Carotis externa durch den linken M. Keratohyoideus hindurchgeht.

Fig. 2. Hals und Kopf von einem Varanus bivittatus in natürlicher Grösse von der linken Seite abgebildet, nachdem die Hautbedeckung des Halses und des grösseren Theiles des Kopfes, so wie auch die Mm. latissimus colli, geniohyoideus, omohyoideus und sternohyoideus gänzlich entfernt worden sind: *a.* blossgelegter Unterkiefer; *b.* M. pterygoideus externus; *c.* M. temporalis; *d.* M. apertor oris; *e.* Trommelfell; *f.* Körper des Zungenbeins; *g.* erstes und *h.* zweites Segment des vorderen Zungenbeinhorns; *i, i.* hinteres Zungenheinhorn, dessen erstes Segment etwas nach unten gezogen, dessen zweites Segment aber etwas nach vorn gezogen und aus seiner natürlichen Lage gebracht worden ist; *k.* M. hyoglossus; *l.* M. keratoglossus; *m, m.* Luftröhre; *n.* Thymusdrüse; *o, o.* Speiseröhre; *p.* M. levator scapulae; *p** das Ende einer weiter nach hinten entspringenden und versteckter liegenden zweiten Portion desselben Muskels; *q, q.* ein übrig gelassener Theil von den durchschnittenen Mm. sternomastoideus und trapezius. 1. Carotis communis; 2. der zu dem M. levator scapulae und noch anderen Nackenmuskeln gesendete eine Hauptast dieses Carotidenstammes; 3. ein kleiner Zweig desselben Astes; 4. der zweite Hauptast des Carotidenstammes, der sich an dem hintersten Theile des M. sternomastoideus, den Mm. omohyoideus und sternohyoideus, der Thymusdrüse, der Luftröhre und der Speiseröhre verbreitet; 5. der neben der Luftröhre verlaufende Zweig dieses Astes; 6. die Carotis interna; 7. die Carotis externa.

Fig. 3. Die vordere Hälfte desselben Präparates, nachdem auch das Trommelfell, der M. apertor oris und der M. keratohyoideus entfernt worden sind: *a, b* und *c.* wie in Fig. 2; *d.* das zweite und *e, e.* das erste Segment des vorderen Zungenbeinhorns; *f.* der Zungenbeinkörper; *g.* das erste Segment des hinteren Zungenbeinhorns; *h.* M. hyoglossus; *i.* Luftröhre; *k, k.* Speiseröhre; *l.* Quadratbein; *m.* M. splenius capitis; *n.* M. complexus cervicis; *o.* M. levator scapulae. 1. Carotis communis; 2. Carotis interna; 3. Carotis externa.

Fig. 4. Ein Theil der Aortenwurzeln, des Aortenstammes und des Muskelstranges, durch welchen die Aortenwurzeln hindurchgehen, aus einem Varanus bivittatus von der unteren Seite angesehen und in natürlicher Grösse dargestellt: *a, a.* der angeführte Muskelstrang, der ein wenig nach der linken Seite geschoben ist. 1. rechte Aortenwurzel; 2. linke Aortenwurzel; 3. Aortenstamm; 4. ein Ast der rechten Aortenwurzel, der sich in die Aa. mammariae internae theilt; 5 bis 11. Aa. intercostales; 12. eine zum vorderen Theile des Magens gehende Arterie; 13. eine für den mittleren und hinteren Theil des Magens, die Leber, die Milz und die Bauchspeicheldrüse bestimmte Arterie (Art. coeliaca).

Fig. 5. Der Darmcanal und einige Arterien eines Varanus niloticus in natürlicher Grösse; *a.* hinterer Theil der Speiseröhre; *b.* Magen; *c.* Dünndarm; *f.* ein sehr kleiner Theil der linken Aortenwurzel; *g, g.* Stamm der Aorta; *h.* eine kleine, zu dem vorderen Theile des Magens gehende Arterie; *i.* die Art. coeliaca, deren zur Leber, Milz und Bauchspeicheldrüse gehende Zweige in der Abbildung nicht angegeben worden sind; *k, k.* der Muskelstrang, durch den die beiden Aortenwurzeln hindurchgehen und der sich gegen den Darm hin in etliche Äste und Zweige spaltet. Die starke Darmarterie, die in diesem Muskelstrange eingeschlossen ist, und deren Zweige auf den Dünndarm und Dickdarm übergehen, hat in der Abbildung nur schwach angedeutet werden können. Die Intercostalarterien, die von der rechten Aortenwurzel und dem Aortenstamme entspringen, sind in der Abbildung nicht angegeben worden.

TAFEL IV.

Alle auf der vierten Tafel befindlichen Abbildungen sind nach Präparaten von einer Iguana tuberculata gemacht und durch sie diese Präparate um die Hälfte vergrössert dargestellt worden. Für die Knochen des Kopfes sind die von Cuvier ihnen beigelegten Namen beibehalten.

Fig. 1. Der Kopf und ein Theil des Halses von der linken Seite angesehen. An der vorderen Hälfte des Kopfes ist die Hautbedeckung übrig gelassen, von der hinteren Hälfte des Kopfes sind die Hautbedeckung, das Paukenfell und die Mm. pterygoidei entfernt worden. *a.* Musculus orbicularis palpebrarum; *b.* der scheibenförmig runde Tarsus des unteren Augenlides; *c.* das Jochbein; *d.* die untere Hälfte des Schläfenmuskels und der mit ihr verwachsene Masseter; *e.* der Processus orbitalis des Scheitelbeins; *f.* das hintere Stirnbein; *g.* die obere Hälfte des Schläfenmuskels; *h.* das Temporal; *i.* Processus occipitalis des Scheitelbeins; *k.* Musc. splenius capitis; *l.* M. complexus; *m.* M. trachelomastoideus; *n.* M. cervicalis adscendens (?); *o.* M. levator scapulae; *p.* M. longus colli; *q.* das äussere Ende eines von dem Seitentheile des Hinterhauptbeins ausgehenden Querfortsatzes; *r.* das äussere Ende des Gehörknöchelchens; *s.* das Quadratbein (Os tympanique); *t.* Unterkiefer. 1. Kopfast (Carotis interna) des Carotidenbogens, welcher Ast sich hinter dem Gehörknöchelchen in zwei untergeordnete Äste spaltet, wovon ich den oberen 2., unter dem Namen der Art facialis beschrieben habe.

Fig. 2. Der Kopf und ein Theil des Halses, von der oberen Seite angesehen. Die nicht schattirte Hälfte des Kopfes ist noch mit der Hautbedeckung bekleidet. Die Mm. pterygoidei, apertores oris und trapezii sind entfernt worden; auch ist an der rechten Seitenhälfte des Halses der M. splenius capitis fortgenommen; *a, a.* die äusseren Nasenlöcher; *b, b.* die oberen Augenlider; *c, c.* die unteren Augenlider; *d.* die mit einander verwachsenen Scheitelbeine; *e, e.* die hinteren Stirnbeine; *f, f.* die Schläfenmuskeln; *g, g.* die Processus occipitales der Scheitelbeine; *h, h.* die von Cuvier mit dem Namen der Temporales belegten Knochenstücke; *i, i.* kleine in der Umgebung der Paukenfelle übriggelassene Theile der Hautbedeckung; *k, k.* die hinteren von einer Schleimhaut gebildeten Wandungen der Paukenhöhlen; *l, l.* die hinteren Enden des Unterkiefers; *m.* M. splenius capitis; *n, n.* Mm. levatores scapularum; *o.* M. complexus; *p.* M. trachelomastoideus. 1, 1. die Kopfäste der Carotidenbogen; 2, 2. die Aa. faciales. An den Nackenmuskeln sind Zweige von den Rami cervicales der Aa. faciales zu sehen.

Fig. 3. Der Kopf und ein Theil des Halses, von der linken Seite angesehen. Ein Theil des Oberkieferbeins ist weggeschnitten. Das Jochbein, das hintere Stirnbein, das Temporal, das Paukenfell, die Flügelbeinmuskeln und der M. splenius capitis sind entfernt worden. Die untere Hälfte des (aus dem Schläfenmuskel und dem Masseter bestehenden) grossen Beissmuskels ist bis auf eine dünne, an die Schleimhaut der Mundhöhle angrenzende Lage von Faserbündeln abgetrennt worden; *a.* Zwischenkieferbein; *b.* häutige Umgebung des äusseren Nasenloches; *c.* Nasenbein; *d, d.* Oberkieferbein; *e.* eine mässig dicke, zwischen dem Oberkieferbeine und der Riechhaut gelegene fibröse Hautschicht; *f.* Thränenbein; *g.* vorderes Stirnbein; *h.* Processus orbitalis des Schläfenbeins; *i.* obere Hälfte des Beissmuskels; *k.* Processus occipitalis des Scheitelbeins; *l.* äusseres Ende von dem Querfortsatze des Hinterhauptbeins; *m.* M. complexus; *n.* M. trachelomastoideus; *o.* M. cervicalis adscendens. *p.* M. levator scapulae; *q.* M. longus colli; *r.* eine tiefe Grube in dem Körper und Seitentheil des Hinterhauptbeins; *s.* eine Schicht von Faserbündeln des Beissmuskels; *t.* dritter Ast des Nervus trigeminus; *u.* zweiter Ast desselben Nerven; *v.* ein Theil von der Schleimhaut der Mundhöhle. 1. der Kopfast des Carotidenbogens, welcher Ast der Carotis interna der Säugethiere entspricht; 2. der untere und zum Theil die Hirncarotis vorstellende Hauptzweig des Kopfastes; 3. der andere Hauptzweig desselben Astes oder die Art. facialis; 4. der Ramus cervicalis dieser Arterie; 5. der an dem Beissmuskel hinweggehende Theil derselben Arterie; 6. Art. dentalis inferior; 7. Art. dentalis superior.

Fig. 4. Ein Theil des Kopfes von der linken Seite angesehen. Der grössere Theil des Jochbeins, das hintere Stirnbein, das Temporal, das Quadratbein, der Unterkiefer, die untere Hälfte des Beissmuskels, die Flügelbeinmuskeln und das Auge nebst seinen Muskeln sind entfernt worden. *a.* äusseres Ende von dem Querfortsatze des Hinterhauptbeins; *b.* Processus occipitalis des Scheitelbeins; *c.* Beissmuskel; *d.* Processus orbitalis des Scheitelbeins; *e.* ein fibröshäutiger Theil von der hinteren Wandung der Augenhöhle; *f.* der Sehnerv: *g.* eine Knorpelplatte in der Scheidewand der Augenhöhlen; *h.* fibrösartiger Theil derselben Scheidewand; *i.* fibrösartiger Theil der oberen Wandung der Augenhöhle; *k.* ein Theil von dem Körper des Hinterhauptbeins; *l.* ein flügelförmiger Fortsatz des Schläfenbeins; *m.* die innere Hälfte von den der Länge nach durschnittenen flügelförmigen Querfortsätzen des Hinterhauptkörpers und Keilbeinkörpers; *n.* die Columella; *o.* eine kleine Hautpartie, die zum Theil aus einem Stück der Mundschleimhaut besteht; *p.* ein fibrösartiger Theil von der hinteren Wandung der Augenhöhle; *q* und *r.* Theile des Flügelbeins. 1. Kopfast des Carotidenbogens oder Carotis interna; 2. der obere Ast der Car. interna oder die Art. facialis; 3. Art. dentalis inferior; 4. Fortsetzung der A. facialis; 5 und 6. A. orbitalis superior; 7. A. orbitalis inferior; 8. eine an der vorderen Wandung der Augenhöhle befindliche Anastomose zwischen der A. orbitalis superior und der A. palatino-nasalis; 9. der untere Ast der Car. interna; 10. der äussere Zweig dieses Astes oder die Art. palatino-nasalis.

Fig. 5. Ein Stück des Kopfes, an dem die knorplige und fibröshäutige Begrenzung der rechten Nasenhöhle blossgelegt worden ist. *a.* Processus dentalis des Oberkieferbeins; *b* und *c.* andere übrig gelassene Theile des Oberkieferbeins und ein übrig gelassener Theil des Thränenbeins, von denen ihre äussere Platte weggeschnitten ist; *d.* Zwischenkieferbein; *e.* ein fibröshäutiges Blatt, das in der unteren Hälfte der Nasenhöhle das Oberkieferbein und die Riechhaut, die mit ihm innig verbunden ist, von einander scheidet, und dessen oberer Rand einen schmalen faltenartigen Vorsprung oder Saum darstellt; *f* und *g.* zwei starke Ausbuchtungen eines dünnen, zunächst nach aussen von der Riechhaut liegenden Knorpelblattes, das als ein seitlicher Fortsatz des Knorpels der Nasenscheidewand erscheint; *f** und *g** zwei kleinere Ausbuchtungen desselben Knorpelblattes, die nur durch seichte Furchen gegen jene ersteren abgegrenzt sind und gleichsam als Anhänge von denselben erscheinen. Zwischen den beiden grösseren und den mit ihnen zusammenhängenden kleineren Ausbuchtungen des Knorpelblattes bildet dieses Blatt eine gegen die

Nasenhöhle vorspringende Einfaltung, die den festern Theil einer Riechmuschel darstellt. 1. Art. dentalis superior; 2. zwei das äussere Nasenloch umfassende Zweige, in welche die genannte Arterie vorn ausgeht; 3. die aus dem hintern von diesen Zweigen entspringende, an der Riechmuschel verlaufende und von ihr sich in die Riechhaut weit ausbreitende A. nasalis anterior.

Fig. 6. Das Gehirn von der rechten Seite angesehen; *a.* Riechnerv; *b.* Hemisphäre des grossen Gehirns; *c.* Vierhügel; *d.* kleines Gehirn; *e.* Sehnerv; *f.* Hirntrichter; *g.* verlängertes Mark; *h.* Rückenmark. 1. Carotis cerebralis; 2. vorderer Ast derselben; 3. Art. ophthalmica; 4. hinterer Ast der Car. cerebralis; 5. Art. basilaris; 6. A. spinalis inferior.

Fig. 7. Das Gehirn von der unteren Seite angesehen; *a, a.* Riechnerven; *b, b.* Hemisphären des grossen Gehirns; *c, c.* Sehnerven; *d, d.* Hirntrichter; *e, e.* Nervi trigemini; *f.* verlängertes Mark; *g.* Rückenmark. 1, 1. Hirncarotiden; 2, 2. vordere Äste derselben; 3, 3. hintere Äste derselben; 4. Art. basilaris.

TAFEL V.

Die auf dieser Tafel befindlichen Abbildungen haben sämmtlich Bezug auf das arterielle System der Krokodile.

Fig. 1. Hintere Seite des Schädels von einem Crocodilus rhombifer, nebst verschiedenen an ihr befindlichen Arterien. *a.* eine flache Grube an der obern Hälfte der hintern Seite der Hirnschale, die von mit einander verbundenen Theilen des Paukenbeins, Schläfenbeins und Hinterhauptbeins gebildet ist; *b, b.* Quadratbeine; *c, c.* Foramina jugularia; *d, d.* Flügelbeine, von denen aber das rechte nur zum Theil angedeutet worden ist. *e.* Insertionsflächen des Musc. temporalis, *f.* des M. pterygoideus externus, *g.* des M. pterygoideus internus, *h.* des M. splenius capitis, *i.* des M. complexus, *k.* des M. trachelomastoideus und *l.* des M. sternomastoideus. 1. Carotis subvertebralis; 2, 2. Carotides communes; 3, 3. Aa. inframaxillares; 4, 4. Aa. collaterales colli 5, 5. Aa. maxillares; 6, 6. Aa. temporales; 7, 7. Anastomosen zwischen den Aa. maxillares und Aa. temporales; 8, 8. Rami cervicales superiores arteriarum temporalium; 9, 9. Carotides internae bis zu ihrem Eintritt in die für sie bestimmten Knochencanäle. Naturgetreu ist in der Abbildung die Angabe, dass die Aa. inframaxillaris und maxillaris in der rechten Seitenhälfte getrennt von einander, in der linken hingegen mittelst eines sehr kurzen, eine Carotis externa andeutenden Stämmchens aus der Car. communis entsprangen. Die A. temporalis der linken Seitenhälfte ist aus dem Grunde, dass die eine Carotis interna von ihrem Ursprunge bis zu ihrem Eintritte in den für sie bestimmten Canal ganz übersehen werden könnte, so abgebildet worden, als wäre sie in der Nähe ihres Ursprungs nach aussen etwas zur Seite gebogen. Rechterseits ist in der Abbildung der Verlauf, den diese Arterie hinter der Carotis interna macht, der Natur entsprechend angegeben worden.

Fig. 2. Ein Theil des Kopfes von demselben Krokodil von der linken Seite angesehen. Das Jochbein und der hinterste Theil des Oberkieferbeins sind entfernt worden, nachdem diese Knochen unter dem vorderen Ende der Augenhöhle durchgesägt worden waren. Ferner sind die Augenlider, ein Muskel, der zum Herabziehen des unteren Augenlides dient, der untere schiefe Augenmuskel, die vordere Portion des Schläfenmuskels, der grösste Theil der hinteren Portion desselben Muskels und das Os orbitale posterius (hinteres Stirnbein nach Cuvier) entfernt worden. Das Paukenbein und Quadratbein sind gleich nach aussen von dem Paukenfell in einer senkrechten Richtung durchgesägt und diejenigen Theile dieser Knochen, welche nach aussen von der Schnittfläche lagen, ebenfalls, wie auch das Paukenfell selbst entfernt worden. Dessgleichen ist die äussere Hälfte des breiten Flügelbeins, nachdem dieser Knochen seiner Länge nach durchgesägt worden war, fortgenommen. Der Canalis caroticus ist seiner ganzen Länge nach aufgebrochen, um den Verlauf, den die Carotis interna durch das Schläfenbein und Keilbein macht, übersehen zu lassen. Auch ist der in dem Keilbein befindliche Canal, durch welchen ein Zweig der Carotis interna von der Augenhöhle nach dem für den Durchgang des Nervus trigeminus bestimmten Loche hindurchdringt, seiner ganzen Länge nach aufgebrochen. *a.* Durchschnittsfläche des Jochbeins und Oberkieferbeins; *b.* eine Masse vor dem Auge befindlichen Bindegewebes; *c.* eine Masse hinter dem Auge liegenden Bindegewebes; *d.* Flügel des Keilbeins; *e, e.* Durchschnittsfläche des Paukenbeins; *f.* ein kleiner Theil von der hinteren Portion des Schläfenmuskels; *g.* die Paukenhöhle, oder vielmehr eine äussere Abtheilung dieser Höhle; *h.* Durchschnittsfläche des Quadratbeins; *i.* ein kleiner Sack, der in dem obersten Theile des Quadratbeins liegt und das erweiterte blinde Ende von einem ausgestülpten röhrenförmigen Theile der Schleimhaut der Paukenhöhle ist; *k, k.* Schläfenbein; *l.* Gelenkkopf des Hinterhauptbeins; *m.* Körper des hinteren Keilbeins; *n.* Körper des vorderen Keilbeins; *o.* ein Theil des Flügelbeins; *p.* Gaumenbein; *q.* dritter Ast des Nervus trigeminus; *r.* zweiter Ast desselben Nerven (der erste Ast dieses Nerven ist nicht zu sehen, weil er anfangs durch einen Knochencanal hindurchläuft); *s.* äusserer gerader Augenmuskel; *t.* unterer gerader Augenmuskel; *u.* Musc. suspensorius oder retractor oculi; *v.* der in die Augenhöhle etwas vorspringende hinterste Theil einer knorpeligen Nasenmuschel. 1. Carotis interna; 2. der rücklaufende Zweig dieser Arterie, der zu dem für den Durchgang zweier Äste des N. trigeminus bestimmten Loche geht; 3. Art. temporalis; 4. Zweig dieser Arterie, der sich nach innen von dem Auge und über diesem unter dem Dache der Augenhöhle verbreitet; 5. ein zweiter Zweig (ein Ramus communicans) derselben Arterie, der sich der mit Art. orbitalis (einem Zweige der Carotis interna) verbindet.

Fig. 3. Kopf, Hals und ein Theil des Rumpfes von einem Crocodilus vulgaris, auf der Rückseite liegend dargestellt. Zunge, Kehlkopf, Luftröhre, Speiseröhre, Lungen und Herz sind nebst den unter ihnen liegenden Muskeln, Knochen und Hautpartieen entfernt worden: *a, a.* Unterkiefer; *b, b.* Oberkiefer; *c.* Gaumengewölbe; *d, d, d.* Gaumensegel; *e.* hintere Öffnung der Nasenhöhlen; *f, f.* Theile der Flügelbeine; *g.* mittlere oder gemeinschaftliche Mündung der beiden in den Knochen der Hirnschale liegenden Eustachischen Röhren; *h, h.* Mm. pterygoidei externi; *k, k.* aus einander gelegte Seitentheile einer halbringförmigen Muskelschicht, welche die Speiseröhre und Luftröhre umfasst; *l, l.* Mm. longi colli; *m, m.* Mm. recti capitis antici majores; *n, n.* Mm. sternomastoidei; *o, o.* Mm. levatores scapularum; *p, p.* Mm. scaleni. 1, 1. Carotis subvertebralis; 2, 2. Carotides communes; 3, 3. und 4, 4. die Bogen, welche von den Aa. inframaxillares gebildet werden; 5, 5. vordere Theile der Aa. collaterales colli, die in diese Bogen übergehen.

Fig. 4. Kopf, Hals und einige Eingeweide der Rumpfhöhle von einem Gavialis gangeticus, bei einer Rückenlage abgebildet. Der M. latissimus colli ist gänzlich entfernt worden; auch sind von der linken Seitenhälfte noch einige andere Halsmuskeln entfernt worden: *a, a, a.* der Unterkiefer; *b, b.* die Augen, bedeckt von ihren Lidern; *c.* Zungenbeinkörper; *d.* linkes Zungenbeinhorn *e, e.* äussere Schenkel der Mm. geniohyoidei (die inneren Schenkel, die eine noch viel geringere Breite als jene haben, dicht neben einander verlaufen und unter den Mm. hyoglossi liegen, sind nicht abgebildet); *f, f.* Mm. hyoglossi; *g.* vorderer Schenkel des rechten M. mylohyoideus anterior; *h.* hinterer Schenkel desselben Muskels; *i.* M. mylohyoideus posterior; *k, k.* Mm. pterygoidei externi; *l.* M. sternohyoideus, der vorne in zwei Köpfe *m.* und *n.* getheilt ist, von denen der eine durch eine Sehne mit dem hinteren Schenkel des M. mylohyoideus anterior zusammenhängt; *o, o.* M. omohyoideus; *p.* M. sternomastoideus; *q.* M. cucullaris; *r, r.* Mm. longi colli; *s, s.* Speiseröhre; *t, t.* Stamm der Luftröhre; *u.* rechter Ast der Luftröhre; *v, v.* Lungen; *w.* rechte Vorkammer und *x.* rechte Kammer des Herzens, das eine so ungewöhnliche Lage hatte, dass jene Vorkammer und Kammer nach unten (nach dem Brustbein) gekehrt waren; *y, y.* Leber. 1. linke vordere Hohlvene (die rechte vordere Hohlvene ist entfernt worden); 2, 2. Aortenwurzeln; 3, 3. Aa. anonymae; 4. Anfang der Carotis subvertebralis; 5, 5. Aa. subclaviae; 6, 6. Aa. mammariae internae; 7, 7. Aa. vertebrales communes; 8, 8. Aa. cervicales; 9, 9. Aa. collaterales colli; 10, 10. Aa. inframaxillares; 11, 11. Aa. linguales oder die Enden der Aa. inframaxillares.

Fig. 5. Die Verästelung der Carotis communis von einem Alligator palpebrosus. *a.* Car. communis; *b.* Car. interna; *c.* Art. temporalis; *d.* Art. maxillaris int.; *e.* Art. inframaxillaris; *f.* Art. collateralis colli.

Fig. 6. Die Carotis interna desselben Alligator palpebrosus, die ich zu dem Zwecke abgebildet habe, um die Stelle angeben zu können, an welcher von ihr die Car. cerebralis abgeht. Ihre Krümmungen, die ich möglichst naturgetreu dargestellt habe, waren etwas stärker als diejenigen, welche dieses Gefäss in dem unter Fig. 2 abgebildeten Kopfe eines Crocodilus rhombifer machte. *a.* Carotis interna; *b.* Car. cerebralis; *c.* Art. orbitalis.

Fig. 7. Linkes Auge von einem Crocodilus rhombifer, nebst dem zu ihm gehörigen Wundernetze und einigen anderen Gebilden. *a.* ein kleiner Theil des äusseren geraden Augenmuskels; *b.* ein Theil des ersten Astes vom Nervus trigeminus; *c.* der innere, gerade Augenmuskel; *d.* der grössere Theil des unteren geraden Augenmuskels; *e.* ein Theil des Sehnerven; *f.* der absteigende Theil der Art. temporalis; *g.* der rücklaufende Zweig der Art. orbitalis; *h.* die Art. orbitalis selbst. Der Musc. retractor oculi ist nebst der nach aussen von ihm gelegenen und in Fig. 2 dieser Tafel angegebenen Schlinge des Wundernetzes entfernt worden, um den tiefer gelegenen grösseren Theil dieses Netzes und die meisten aus ihm entspringenden Aa. ciliares sehen zu lassen.

Fig. 8. Das Herz und einige Theile des Blutgefässsystems von einem Crocodilus vulgaris. *a.* Kammer des Herzens, von der unteren Seite angesehen; *b, b.* Vorkammer desselben; *c, c.* nach vorn gehende Theile der beiden Aortenwurzeln; *d.* ein Sinus der rechten Aortenwurzel oder ein sehr kurzer Stamm, mit dem die beiden Aa. anonymae aus dieser Aortenwurzel entspringen; *e, e.* Aa. anonymae; *f.* Carotis subvertebralis; *g, g.* Aa. collaterales colli; *h, h.* Aa. subclaviae; *i, i.* Aa. mammariae internae; *k, k.* Aa. vertebrales communes; *l, l.* vordere Hohlvenen.

TAFEL VI.

Die vier ersten Figuren sind nur in Umrissen gegebene Copieen von ausgeführten Abbildungen, die ich früher in J. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie (Jahrgang 1843) mitgetheilt habe.

Fig. 1. Vordere Körperhälfte eines sehr jungen Schafs-Embryo, viermal vergrössert. Ein Theil der Leibeswand ist entfernt worden, um verschiedene Eingeweide sehen zu lassen: *a.* linke Herzkammer; *b.* linke Vorkammer; *c.* Truncus arteriosus communis; *d.* Carotis interna, mit der *d** die Carotis externa zusammenhängt; *e.* ursprünglich vierter Gefässbogen der linken Seitenhälfte, der zu dem Arcus aortae wird; *f.* ein von dem ursprünglich fünften Gefässbogen der linken Seitenhälfte zu den Lungen gehender Zweig; *g.* das Ende der linken Aortenwurzel; *h.* Ductus Cuvieri; *i.* Leber; *k, k.* Magen und Anfang des Darmes; *l.* linkes Vorderbein; *m.* vordere Hälfte des linken Wolff'schen Körpers.

Fig. 2. Ein Präparat von einem sehr jungen Schweins-Embryo, dreimal vergrössert: *a.* linke Herzkammer; *b.* linke Vorkammer; *c.* Arcus aortae; *d.* Aorta descendens; *e.* der ursprünglich fünfte Gefässbogen, der sich zu dem Stamm der Lungenarterie und dem Ductus arteriosus Botalli entwickelt; *f.* Carotis communis; *f** Carotis interna; *f*** Carotis externa; *g.* die Art. subclavia sinistra nebst der von ihr abgehenden A. vertebralis profunda; *h.* linke Lunge; *i.* Wolff'scher Körper; *k.* Leber; *l.* ein Theil des Herzbeutels und Zwergfells.

Fig. 3. Das Herz und einige Blutgefässe desselben Embryo von der rechten Seite angesehen: *a.* hintere Hohlvene (die vordere Hohlvene ist ganz entfernt worden; *b.* Vorkammer; *c.* Herzkammer; *d.* der Conus arteriosus des Herzens mit dem Stamm der Lungenarterie; *e.* Aorta adscendens; *f.* Arcus aortae; *g.* Art. anonyma; *h.* Carotis interna; *k.* Carotis communis; *l.* Art. vertebralis profunda dextra; *m.* Art. axillaris dextra; *n.* Überrest von dem einfachen Ende der rechten Aortenwurzel; *o.* ursprünglich fünfter Gefässbogen oder Ductus arteriosus Botalli der rechten Seitenhälfte.

Fig. 4. Dasselbe Herz mit verschiedenen Blutgefässen von der unteren Seite angesehen: *a.* Aorta adscendens; *b.* Arcus aortae; *c.* Art. anonyma; *d, d.* Carotides communes; *e, e.* Carotides internae; *f.* Carotides externae; *g.* Art. subclavia dextra; *h.* Art. vertebralis dextra; *i.* Art. vertebralis sinistra; *k.* Art. subclavia sinistra; *l.* Stamm der Art. pulmonalis; *m.* Stamm der Aorta.

Fig. 5. Die vordere Körperhälfte eines Hühnchens vom fünften Tage der Bebrütung: *a, a, a.* Gehirn; *b.* erste Andeutung der linken Nasenhöhle; *c.* linker Oberkiefer mit seiner Hautbedeckung; *d.* Unterkiefer und Kehlgegend; *e.* linker Flügel; *f.* linke Vorkammer des Herzens; *g.* die noch einfache Herzkammer; *h.* der Truncus arteriosus communis. In der Hals-

gegend sieht man den ursprünglich dritten, vierten und fünften Gefässbogen der linken Seitenhälfte, die noch sämmtlich nach dem Nacken hin durch Anastomosen unter einander zusammenhängen. Die kleine Arterie *i*, welche mit dem untersten Theile des vorderen von diesen Bogen in Verbindung steht, ist die Anlage zu der Carotis externa. Der vordere Bogen selbst und die nach der Gegend des Auges und dem Gehirn laufende Arterie, in die er übergeht, *k, k.* entwickeln sich zu der Carotis interna. Von dem hinteren Bogen geht ein kleiner Zweig *l.* zu der linken Lunge.

Fig. 6. Schematische Abbildung der primitiven Aortenwurzeln höherer (über den Batrachiern stehender) Wirbelthiere. Dieselben sind so dargestellt, als wären sie auf einer ebenen Fläche ausgebreitet worden. *a.* Truncus arteriosus communis; *b, b.* die beiden Äste desselben; *c, c.* die beiden einfachen Endstücke der Aortenwurzeln; *d.* vorderster Theil des Stammes der Aorta. 1 bis 5. die fünf Paar Gefässbogen der Aortenwurzeln.

Die Figuren 7 bis 10 sind schematische Abbildungen von solchen Arterien verschiedener Wirbelthiere, welche sich aus dem Truncus arteriosus und den primitiven Aortenwurzeln entwickeln. Diejenigen Theile dieser Aortenwurzeln, welche allmählich vergehen, sind in den Abbildungen nicht illuminirt worden. Die Canäle, in die sich der Truncus arteriosus spaltet, sind der Deutlichkeit wegen so dargestellt, als wären sie zum grösseren Theil aus einander gezogen worden. Übrigens sind die in diesen Figuren angegebenen Theile so dargestellt, als wären sie auf einer ebenen Fläche ausgebreitet und von der Bauchseite der Thiere, auf welche sie sich beziehen, angesehen worden.

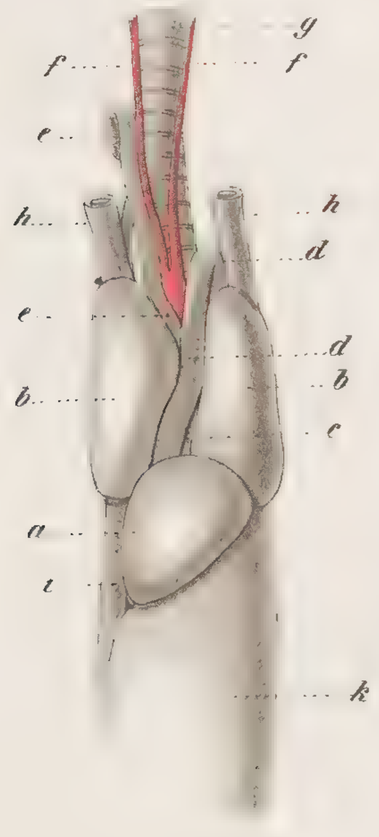
Fig. 7. Arterien der Schlangen. *a, a.* innere Carotiden; *b, b.* äussere Carotiden; *c, c.* gemeinschaftliche Carotiden; *d, d, d.* rechte secundäre Aortenwurzel; *e.* hinterer Theil der Art. vertebralis; *f, f, f.* linke secundäre Aortenwurzel; *g.* Stamm der Aorta; *h, h.* Lungenarterie; *i.* Botallischer Gang.

Fig. 8. Arterien der Eidechsen. *a, a.* innere Carotiden; *b, b.* äussere Carotiden; *c, c.* gemeinschaftliche Carotiden; *d, d.* Anastomosen zwischen den inneren Carotiden und den secundären Aortenwurzeln; *e, e.* rechte secundäre Aortenwurzel; *f, f.* Schlüsselbeinarterien (die von den Schlüsselbeinarterien abgehenden Vertebralarterien sind nicht angegeben worden); *g.* Stamm der Aorta; *h, h.* linke secundäre Aortenwurzel; *i, i, i.* Lungenschlagader; *k, k.* Botallische Gänge.

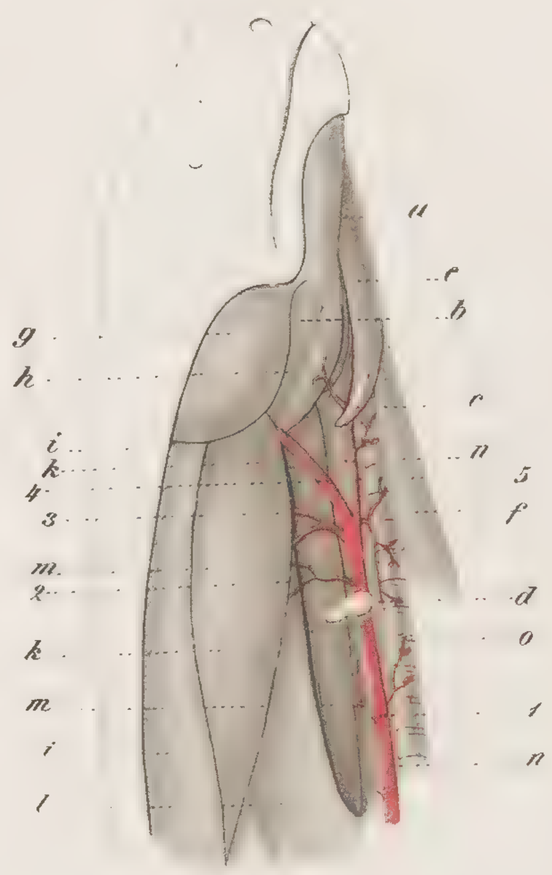
Fig. 9. Arterien der Vögel, insbesondere des Haushuhnes. *a, a.* innere Carotiden; *b, b.* äussere Carotiden; *c, c.* gemeinschaftliche Carotiden; *d.* aufsteigende Aorta; *e.* Bogen der Aorta; *f.* rechte Schlüsselbeinarterie, deren Ursprung aus der Anastomose, welche den vierten und fünften Gefässbogen der rechten primitiven Aortenwurzel mit einander verbindet, jedoch nur vermuthet ist; *g.* Stamm der Aorta; *h, h.* linke Schlüsselbeinarterie, die hier in Betreff ihres Ursprungs ebenfalls, so wie die rechte, nur nach einer Vermuthung angegeben ist (die Vertebralarterien sind nicht angedeutet worden); *i, i, i.* Lungenschlagader; *k.* rechter Botallischer Gang; *l, l.* linker Botallischer Gang.

Fig. 10. Arterien der Säugethiere. *a, a.* innere Carotiden; *b, b.* äussere Carotiden; *c, c.* gemeinschaftliche Carotiden; *d.* aufsteigende Aorta; *e.* Bogen der Aorta; *f.* Stamm der Aorta; *g* und *h.* linke Schlüsselbeinarterie mit ihrer Vertebralarterie: *i* und *l.* rechte Schlüsselbeinarterie nebst der zu ihr gehörigen und mit *k.* bezeichneten Vertebralarterie; *m.* Lungenschlagader; *n.* Botallischer Gang.

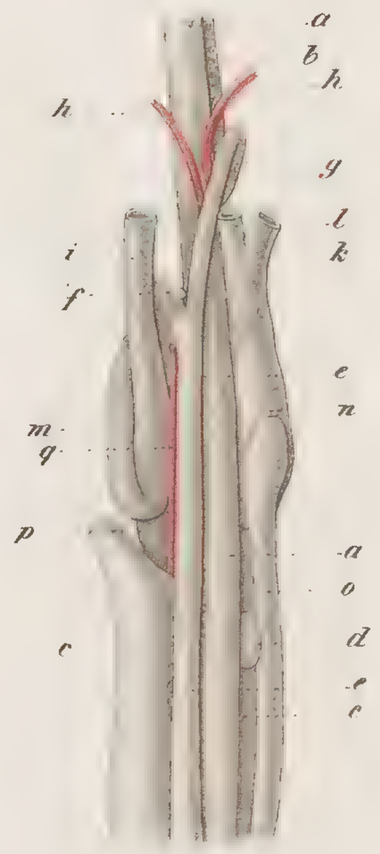
1.



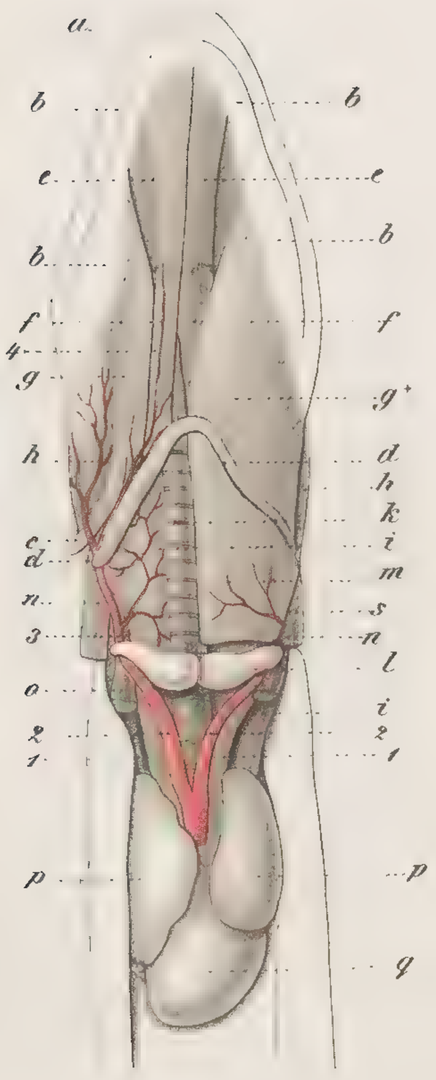
3.



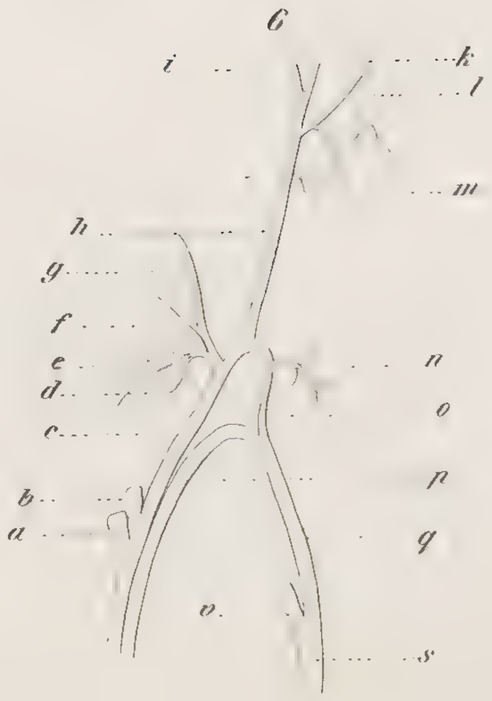
2.



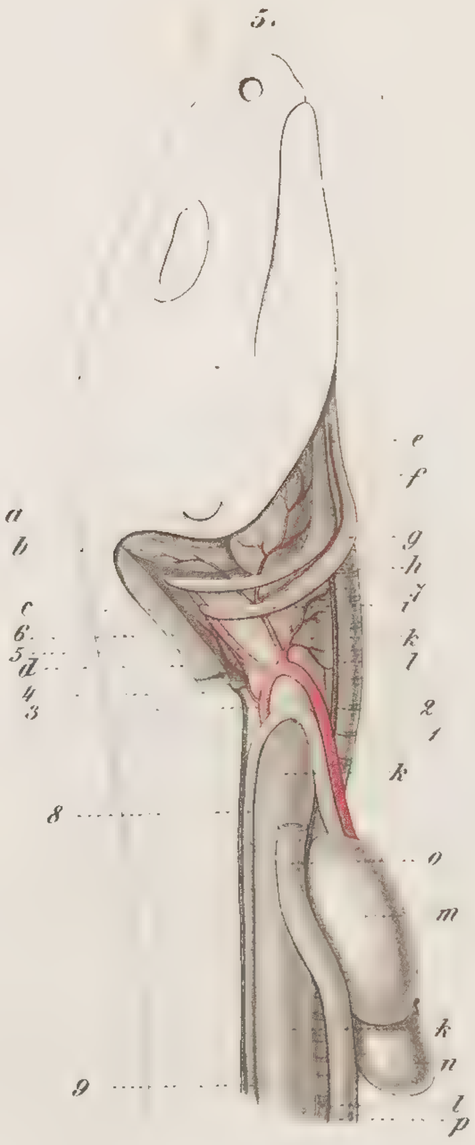
4.



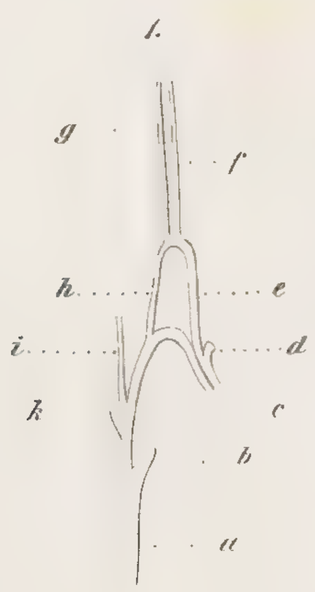
6

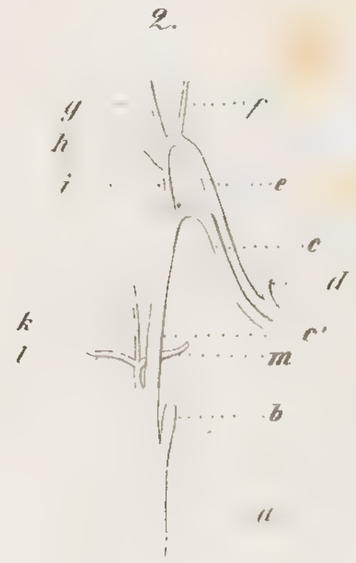


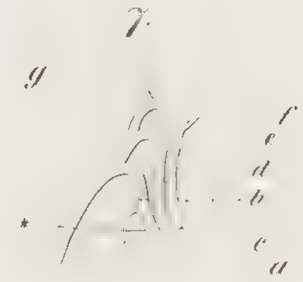
5.

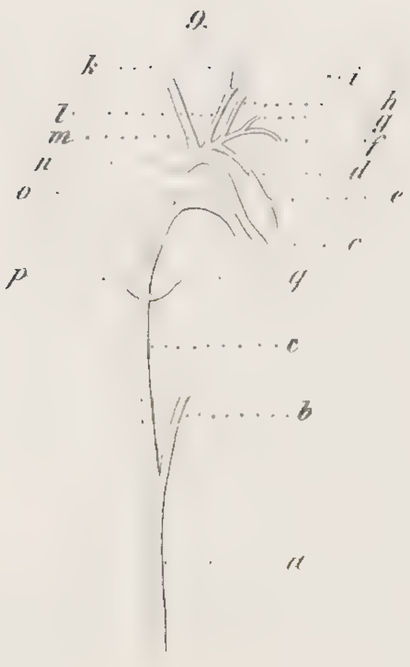


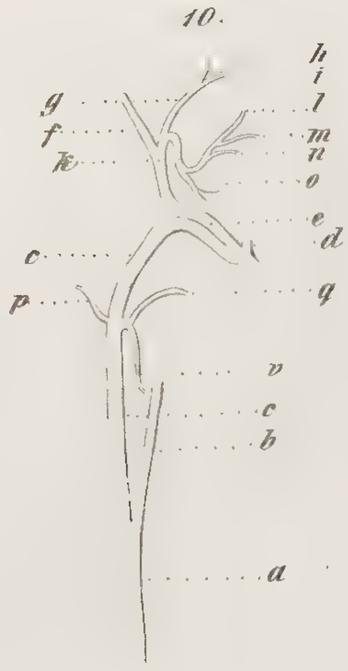
h. Rathke del.





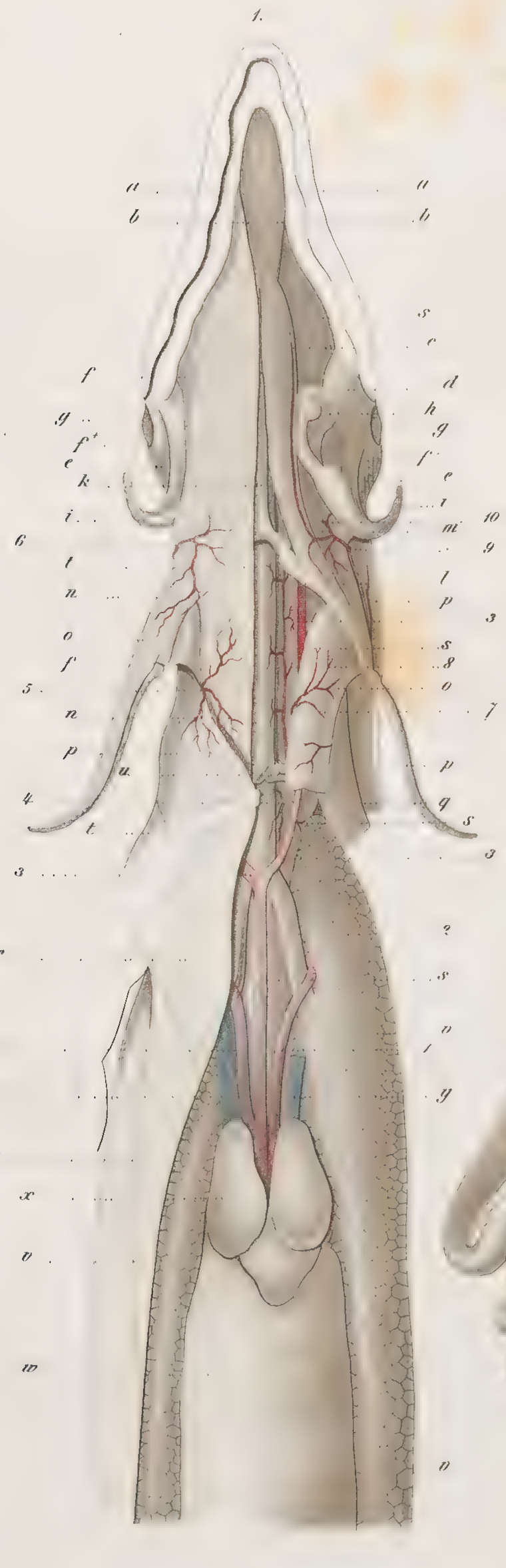


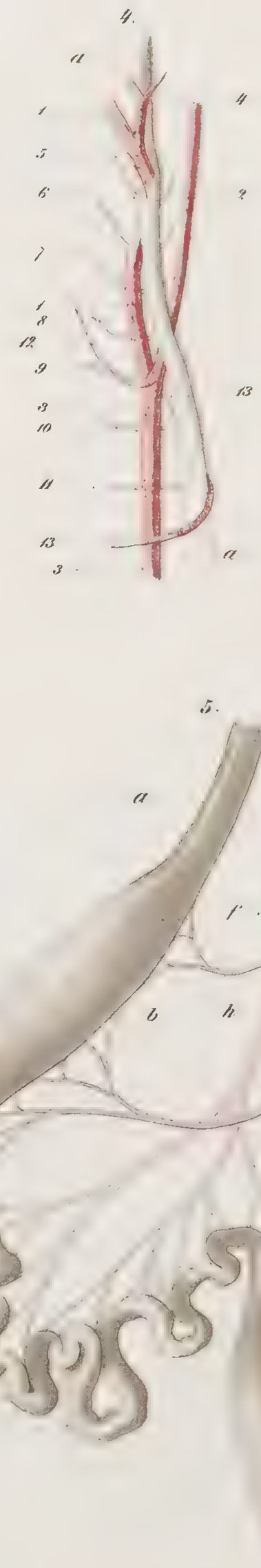




Lith.u.ged.r d.k.k.Hof-u.Staatsdruck

Denkschriften der k.Akad.d.Wissensch.mathem.naturw. CLXIIIBd. 1857.





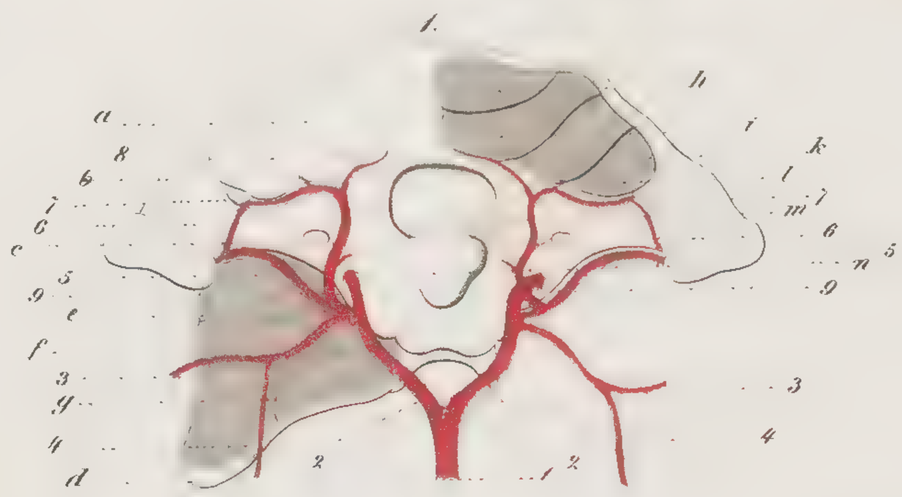
H. Rathke del.

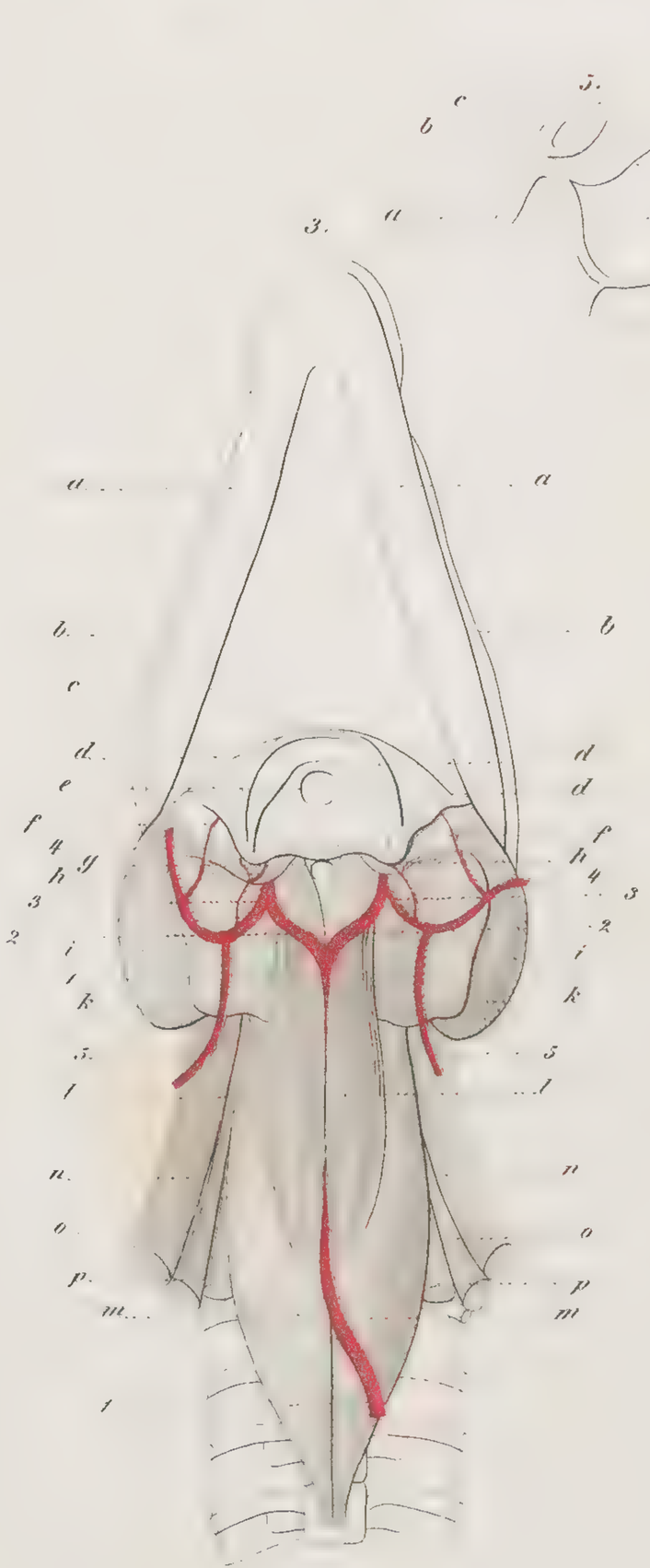
Lith. u. ged. i. d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei.

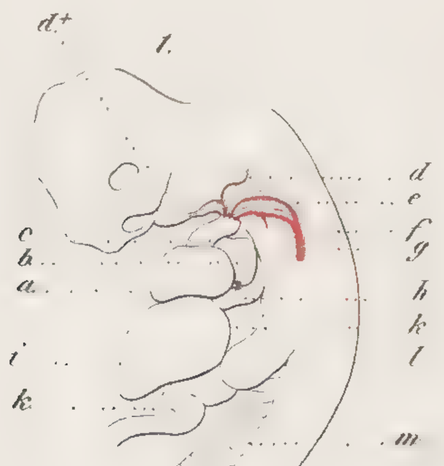
Denkschriften der k. Akad. d. Wissensch. mathem. naturw. Cl. XIII Bd. 1857

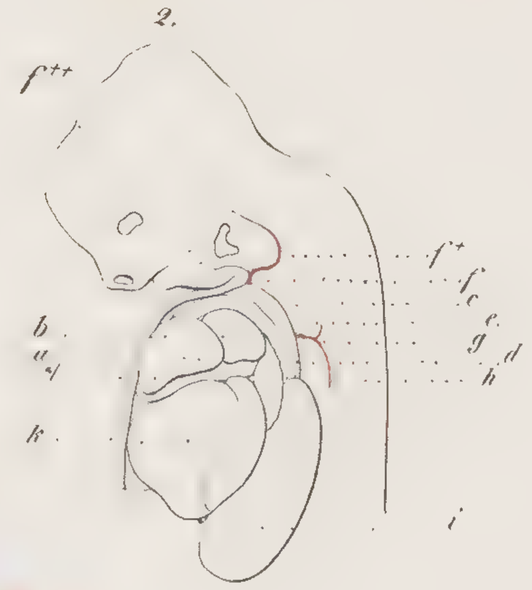
H. Rathke del.

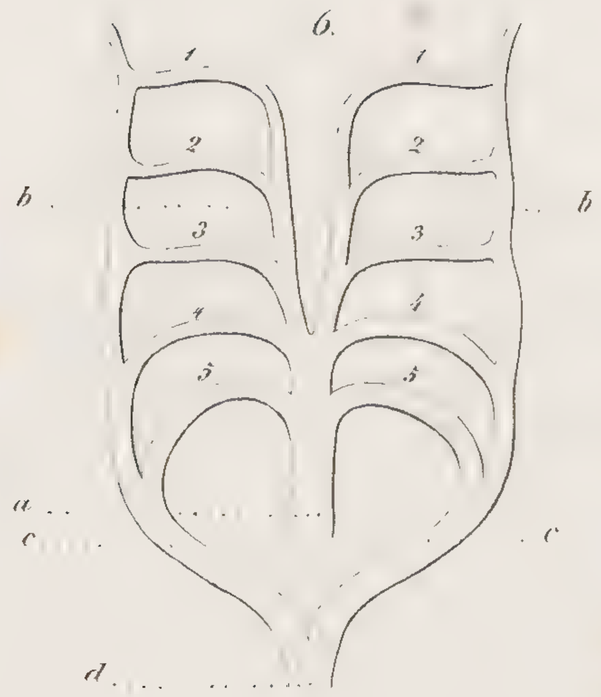
Lith. u. ged. i. d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

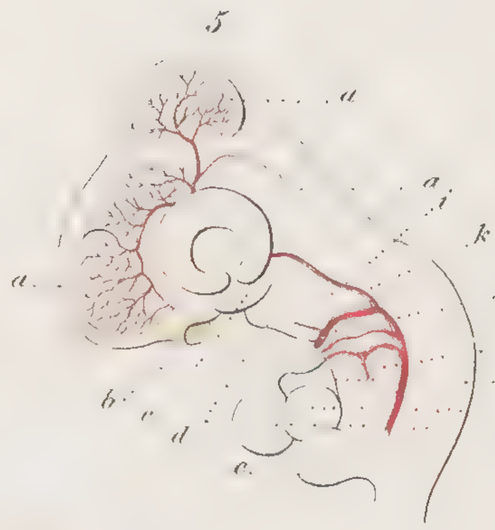


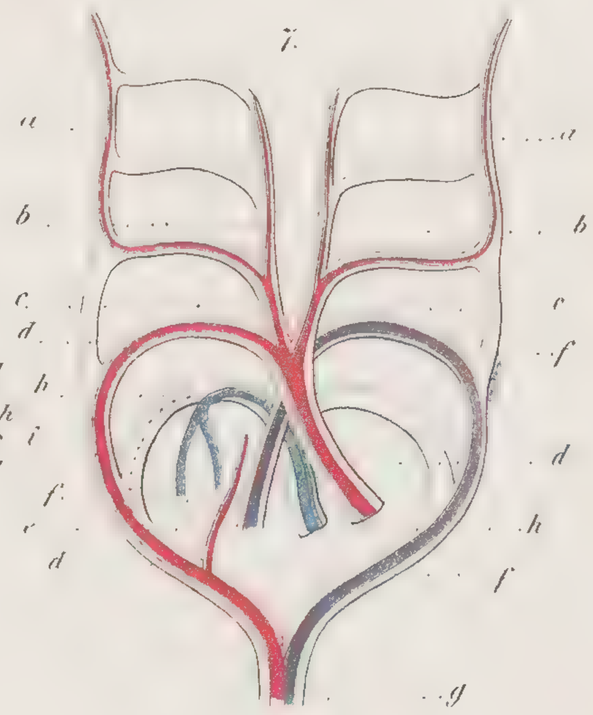


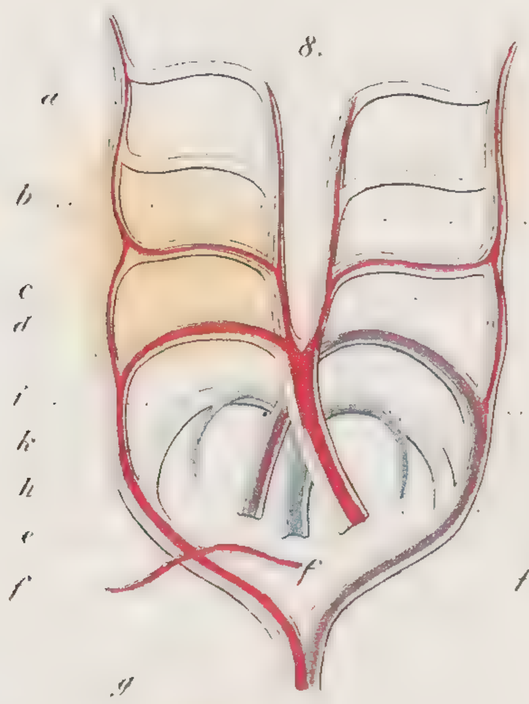


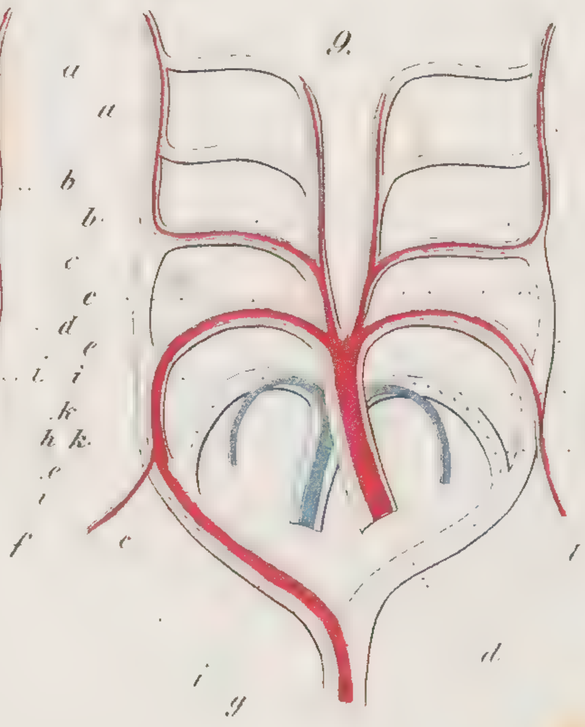


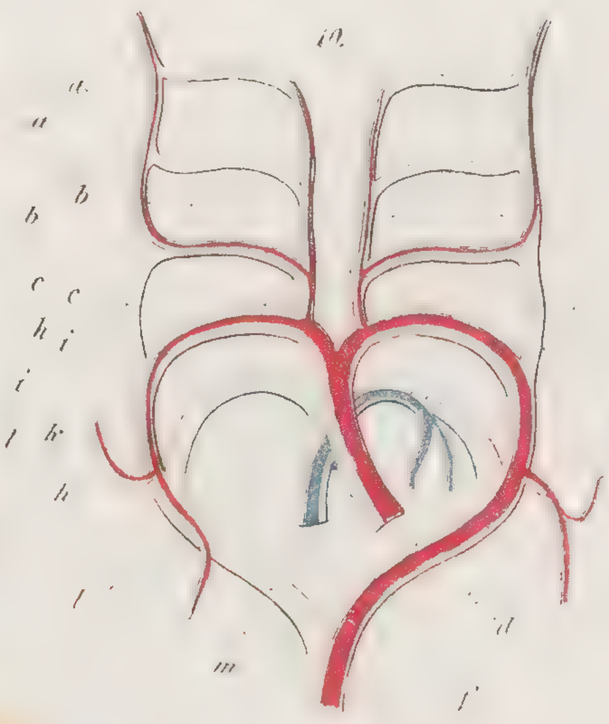












H. Rathke del.

Lith. u. Ged. i. d. k. k. Hof- u. Staatsdruck. -i.

AUFLÖSUNGSMETHODE

FÜR

ALGEBRAISCHE BUCHSTABENGLEICHUNGEN

MIT EINER EINZIGEN UNABHÄNGIGEN BUCHSTABENGRÖSSE.

VON

DR. IGNAZ HEGER.

Mit 1 Tafel.

VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 26. JUNI 1856.

Untersuchungen über die Unstätigkeit der Genüge leistenden Functionen.

I. Bestimmung jener speciellen Werthe a, für welche die Entwickelung der Wurzeln in Form einer nach Potenzen von $a—a$ aufsteigend geordneten Reihe vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel nicht bewerkstelligt werden kann.

§. 1.

Bekanntlich lässt sich jede Function einer einzigen Variablen a in eine Reihe entwickeln von der folgenden Gestalt:

$$(1) \qquad f(a) = f(\alpha) + f'(\alpha) \cdot (a—\alpha) + \frac{1}{2} f''(\alpha) \cdot (a—\alpha)^2 + \ldots$$

Diese Reihe ist unter dem Namen der Mac-Laurin'schen bekannt. Sie bildet ein sehr wirksames Mittel, um beliebige explicite oder implicite Functionen darzustellen. Sie kann auch dazu verwendet werden, die Wurzeln einer höheren algebraischen Buchstabengleichung zu entwickeln. Der hierbei einzuschlagende Weg wäre folgender:

$$P = 0$$

sei die gegebene Gleichung, in der die zwei Buchstabengrössen x und a erscheinen, also P eine Function dieser zwei Grössen. Man denke sich nun anstatt x die Genüge leistende Function $\varphi(a)$ substituirt und dadurch P in eine Function der einzigen Grösse a verwandelt, die jedoch identisch Null ist; so ist es verstattet, P beliebig oft nach der Grösse a zu differentiiren und auf solche Weise eine beliebige Anzahl neuer, gleichfalls identischer Gleichungen

daraus abzuleiten. Man erhält, von folgender bequemeren Bezeichnungsweise Gebrauch machend:

$$(2) \qquad \frac{dP}{dx} = P' \,,\ \frac{dP}{da} = P_{,} \,,\ \frac{d^2P}{dx^2} = P'' \,,\ \frac{d^2P}{dx\,da} = P_{,}' \,,\ \frac{d^2P}{da^2} = P_{,,} \ ,\cdots \ \frac{d^{r+s}P}{dx^r\,da^s} = P^{(r)}_{(s)}$$

$$(3) \qquad \frac{dx}{da} = x' \quad , \quad \frac{d^2x}{da^2} = x'' \,, \cdots \frac{d^rx}{da^r} = x^{(r)}$$

die Reihe identischer Gleichungen:

$$(4) \qquad \begin{aligned} 0 &= P \\ 0 &= P'x' + P_{,} \\ 0 &= P'x'' + P''x'^2 + 2P_{,}'x' + P_{,,} \\ 0 &= P'x''' + 3(P''x' + P_{,}')x'' + P'''x'^3 + 3P_{,}''x'^2 + 3P_{,,}'x' + P_{,,,} \\ 0 &= P'x^{\mathrm{IV}} + 4(P''x' + P_{,}')x''' + 3P''x''^2 + 6(P'''x'^2 + 2P_{,}''x' + P_{,,}')x'' + \\ &\quad + P^{\mathrm{IV}}x'^4 + 4P_{,}'''x'^3 + 6P_{,,}''x'^2 + 4P_{,,,}'x' + P_{\mathrm{IV}} \\ &\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

wobei aber stets unter x, x', x'',... die Genüge leistende Function $\varphi(a)$ und ihre successiven Differentialquotienten zu verstehen sind.

Will man die Entwickelung von x vornehmen, aufsteigend geordnet nach Potenzen der Grösse $a - \alpha$, unter α einen ganz beliebigen Zahlwerth verstanden, so können diese Gleichungen zur Bestimmung der Coëfficienten dienen, die darin erscheinen. Bezeichnet man nämlich mit x, x', x'',... P, P', P$_{,}$, P'', P$_{,}'$, P$_{,,}$,... dasjenige, was durch die Substitution $a = \alpha$ aus x, x', x'',... P, P', $P_{,}$, P'', $P_{,}'$, $P_{,,}$ hervorgeht, wo also x, x', x'',..., P, P', P$_{,}$,... bestimmte Zahlen bedeuten, weil α eine solche ist; so hat man einerseits zufolge der Mac-Laurin'schen Formel:

$$(5) \qquad x = \mathrm{x} + \mathrm{x}'(a - \alpha) + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{x}''(a - \alpha)^2 + \cdots\cdots$$

andererseits aber:

$$(6) \qquad \begin{aligned} 0 &= \mathrm{P} \\ 0 &= \mathrm{P}'\mathrm{x}' + \mathrm{P}_{,} \\ 0 &= \mathrm{P}'\mathrm{x}'' + \mathrm{P}''\mathrm{x}'^2 + 2\mathrm{P}_{,}'\mathrm{x}' + \mathrm{P}_{,,} \\ 0 &= \mathrm{P}'\mathrm{x}''' + 3(\mathrm{P}''\mathrm{x}' + \mathrm{P}_{,}')\mathrm{x}'' + \mathrm{P}'''\mathrm{x}'^3 + 3\mathrm{P}_{,}''\mathrm{x}'^2 + 3\mathrm{P}_{,,}'\mathrm{x}' + \mathrm{P}_{,,,} \\ 0 &= \mathrm{P}'\mathrm{x}^{\mathrm{IV}} + 4(\mathrm{P}''\mathrm{x}' + \mathrm{P}_{,}')\mathrm{x}''' + 3\,\mathrm{P}''\,\mathrm{x}''^2 + 6(\mathrm{P}'''\mathrm{x}'^2 + 2\mathrm{P}_{,}''\mathrm{x}' + \mathrm{P}_{,,}')\mathrm{x}'' + \\ &\quad + \mathrm{P}^{\mathrm{IV}}\mathrm{x}'^4 + 4\mathrm{P}_{,}'''\mathrm{x}'^3 + 6\mathrm{P}_{,,}''\mathrm{x}'^2 + 4\mathrm{P}'_{,,,}\mathrm{x}' + \mathrm{P}_{\mathrm{IV}} \\ &\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

denn die Gleichungen (4) sind für jedes a, also auch für $a = \alpha$ erfüllt. Diese letzteren Gleichungen (4) sind identisch erfüllt, wenn man sich anstatt x die Genüge leistende Function $\varphi(a)$ gesetzt denkt. Sie können aber auch als Bestimmungsgleichungen für die in denselben und in der (5) erscheinenden Grössen x, x', x'', x''',... benützt werden, wenn man x unberührt lässt und die an ihr vorzunehmende Substitution $a = \alpha$ nur anzeigt, durch Verwandeln von x, x', x'',... in x, x', x'',... Die erste derselben, die P = 0 nämlich, enthält dann eine einzige Unbekannte x und liefert für dieselbe entsprechende Zahlwerthe, und zwar deren mehrere, weil sie von höherem Grade ist. Jeden dieser Werthe kann man als erstes Glied von x erwählen und dazu die Folgeglieder suchen. Diese Folgeglieder ergeben sich aus den übrigen Gleichungen, indem diese die Grössen x', x'',... bestimmen. Da der Zahlwerth

von x durch die erste Gleichung bestimmt ist, so kann man sich durch Substitution dieses Werthes anstatt x die Grössen P', $P_{,}$, P'', $P'_{,}$, $P_{,,}$,... in Zahlen verwandelt denken. Die zweite Gleichung dient nun zur Bestimmung von x′ und liefert einen einzigen Werth für diese Grösse. Diesen Werth kann man nun in die dritte Gleichung setzen und verwandelt sie dadurch in eine Gleichung des ersten Grades nach x″ mit vollkommen bestimmten Coëfficienten. Sie liefert daher einen und zwar einen einzigen Werth für x″. Auf gleiche Weise erhält man aus der vierten Gleichung den Werth von x‴, aus der fünften jenen von x^{IV} u. s. w. Substituirt man diese gefundenen und zusammengehörigen Werthe von x, x′, x″,... in die Formel (5), so ergibt sich x in der verlangten Gestalt. Weil nur die erste der Gleichungen (6) von höherem Grade ist und für x mehrere von einander verschiedene Werthe liefert, während die folgenden Gleichungen, alle dem ersten Grade angehörig, zu einem bestimmten x nur eine einzige Reihe zugehöriger Werthe für x′, x″, x‴,... liefern, so ist es ersichtlich, dass diese Entwickelungsweise zu allen Wurzeln der Gleichung führen könne, wenn man der Reihe nach alle verschiedenen Werthe von x erschöpft und zu jedem derselben die zugehörigen x′, x″, x‴, . . . sucht.

Dieser Entwickelungsgang findet meistentheils in solcher Weise Statt. Es gibt jedoch Fälle, d. h. specielle Werthe von a, für welche diese Entwickelung zu eigenthümlichen Erscheinungen führt:

Erstens kann es sich treffen, dass die Gleichung P=0 nicht die genügende Anzahl von Werthen für x liefert, sondern deren weniger. Die unmittelbare Folge hievon ist, dass nicht alle, sondern nur einige der Genüge leistenden Functionen $\varphi(a)$ erhalten werden.

Zweitens. Es kann sich ereignen, dass irgend eine der darauffolgenden Gleichungen in (6), welche zur Bestimmung der Grössen x′, x″, . . . dienen sollen, diesen Zweck nicht erfüllt, sondern im Gegentheile einen Widerspruch aufweist, wodurch gleichfalls die Anzahl der brauchbaren Werthe x und mit diesen die Anzahl der Wurzeln verringert wird.

Diesem Verluste einer oder mehrerer Wurzeln lässt sich zwar stets durch eine geeignete Wahl von a vorbeugen, weil die erwähnten Erscheinungen nur für ganz bestimmte und specielle Zahlwerthe eintreten können; allein für unseren Zweck haben vorzugsweise eben nur diese speciellen Werthe a praktische Bedeutung, weil sie über wichtige Eigenschaften der Genüge leistenden Functionen Aufschluss geben, während die aufsteigende Reihenentwickelung für alle anderen Werthe von a von uns niemals eingeleitet wird, da sie keine Durchsichtigkeit gewährt. Es ist demnach jene bekannte aufsteigende Reihenentwickelung, wie sie vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel bewerkstelligt werden kann, vollkommen unbrauchbar für unsere Zwecke, und sie gewinnt erst dann eine praktische Bedeutung, wenn die Mac-Laurin'sche Formel ihre Wirksamkeit verliert. Dies ist auch der Grund, warum wir die aufsteigende Reihenentwickelung von einem viel allgemeineren Gesichtspunkte aus abgeleitet, die Exponenten von $a-a$ in den einzelnen Entwickelungsgliedern nicht auf die ganzen positiven Werthe: 0, 1, 2, 3, 4, ... beschränkt, wie dies bei der Mac-Laurin'schen Formel in der That geschieht, sondern, ohne über ihre möglichen Werthe irgend eine Annahme zu machen, dieselben vielmehr erst gesucht haben.

Die vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel eingeleitete Entwickelung haben wir hier nur desshalb in ihren Grundzügen angedeutet, weil wir dadurch Gelegenheit finden werden, jene für uns wichtigen speciellen Werthe a zu ermitteln. Wir wollen daher den Entwickelungsgang nochmals aufmerksam durchgehen und die Bedingungen erörtern, unter welchen auf die eine oder andere Weise eine oder mehrere Wurzeln verloren gehen.

§. 2.

Richten wir zuvörderst unsere Aufmerksamkeit auf die erste der Gleichungen (6), auf die P=0 nämlich. Für die bisher untersuchte Gattung algebraischer Gleichungen, die in der Form:

$$S[Ha^{\alpha}x^{r}]=0$$

oder in der:

$$A_m x^m + A_{m-1} x^{m-1} + \ldots\ldots + A_1 x + A_o = 0 \tag{7}$$

erscheinen, besitzt diese Gleichung die specielle Gestalt:

$$S[H\alpha^{\alpha}\,x^{r}] = A_m\,x^m + A_{m-1}\,x^{m-1} + \ldots\ldots + A_1\,x + A_o = 0.$$

Wir wollen nun die Frage aufwerfen: In welchen Fällen, d. h. für welche speciellen Werthe α liefert diese Gleichung weniger als m von einander verschiedene und endliche Werthe für x. Diese Frage beantwortet sich mit Leichtigkeit. Die Anzahl m der Auflösungen x kann auf eine zweifache Weise vermindert werden:

Erstens dadurch, dass A_m und vielleicht auch A_{m-1}, A_{m-2},.... nämlich die Coëfficienten der höchsten Potenzen von x zufällig den Werth Null bekommen, und

Zweitens dadurch, dass unter den Wurzelwerthen x zwei oder mehrere gleiche vorkommen.

Die Werthe α, welche eine Verminderung der Anzahl m der von einander verschiedenen x herbeiführen, lassen sich demnach in zwei Classen theilen. Die ersteren veranlassen das Nullwerden von A_m nnd vielleicht auch von einigen der unmittelbar nachfolgenden Coëfficienten A_{m-1}, A_{m-2}, ... und vermindern auf diese Weise die Gradzahl der Gleichung und mit ihr die Anzahl der Wurzeln x. Die andern aber belassen zwar die Gradzahl m der Gleichung unberührt, vermindern aber die Anzahl der von einander verschiedenen Werthe von x durch das Herbeiführen wiederholter Wurzeln. Ausser den erwähnten zwei Gattungen specieller Werthe α bestehen keine mehr, die eine Verminderung der Anzahl der Werthe x herbeiführen könnten. Wir werden nun jede dieser beiden Gattungen einer genaueren Prüfung unterziehen in Bezug auf ihren Einfluss auf die aufsteigende Reihenentwickelung vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel.

Die zur ersten Gattung gehörigen Werthe α findet man durch Nullsetzen von A_m und Auflösung der so erhaltenen Zahlengleichung:

$$A_m = 0. \tag{8}$$

Ist der Coëfficient A_m der höchsten Potenz von x ein α enthaltender Ausdruck, so kann man dieser Gleichung Genüge leisten und die derselben entsprechenden Wurzeln sind die gesuchten Werthe α der ersten Gattung. Nur wenn A_m eine bestimmte Zahl ist und gar kein α enthält, so ist es nicht möglich ihr Genüge zu leisten, und dann bestehen auch gar keine Werthe α der ersten Gattung.

Die auf solche Weise gewonnenen speciellen Werthe von α denke man sich nun in die Coëfficienten A_m, A_{m-1}, ... A_1, A_0 substituirt. Sie verwandeln sich dadurch in bestimmte Zahlen: 0, A_{m-1}, ... A_1, A_0. In der Regel wird A_{m-1} von Null verschieden sein; es kann sich jedoch auch ereignen, dass mit A_m, auch A_{m-1} und wohl noch einige der nächstfolgenden

Coëfficienten für $a = \alpha$ verschwinden. Durch diese Substitution gewinnt man die Gleichung $P = 0$ in der Gestalt:

$$A_{m-1} x^{m-1} + A_{m-2} x^{m-2} + \ldots + A_1 x + A_0 = 0 \tag{9}$$

oder in der:

$$A_r x^r + A_{r-1} x^{r-1} + \ldots + A_1 x + A_0 = 0. \tag{10}$$

Diese Gleichungen liefern die Werthe von x. Da sie aber nicht vom Grade m, sondern von niedrigerem : m—1, oder r sind, so erhält man aus ihnen anstatt m, nur m—1, oder r Werthe für x. Es sind also dadurch, dass eben jener specielle Werth α erwählt wurde, ein oder mehrere Werthe x verloren gegangen. Wendet man sich nun zu den folgenden Gleichungen der (6), die zur Bestimmung von x′, x″, ... dienen, so sieht man, dass sie zu einem jeden Werthe x nur eine einzige Reihe zugehöriger x′, x″, ... liefern, und es unterliegt nun wohl keinem Zweifel mehr, dass die vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel eingeleitete aufsteigende Entwickelung von x in diesem Falle nicht alle m Wurzeln, sondern nur einige von ihnen zu liefern geeignet sei. Leitet man hingegen diese Entwickelung nach der allgemeineren Methode ein, die in einer früheren Abhandlung exponirt wurde, so findet man alle m Wurzeln. Unter diesen finden sich jene, welche die Mac-Laurin'sche Formel lieferte, in genau derselben Gestalt wieder, aber auch die übrigen die sie verweigerte. Es zeigt sich, dass diese Wurzeln nicht mit einem von a—α freien Anfangsgliede x, sondern mit einem Gliede beginnen, welches einen negativen Exponenten trägt, also mit einem Gliede von der Form $h_0 (a-\alpha)^{-k}$ und nun ist der eigentliche Grund, warum die Mac-Laurin'sche Formel dieselben nicht liefern konnte, unmittelbar ersichtlich. Die verlorenen Wurzeln x besitzen nämlich $(a-\alpha)^k$ im Nenner und lassen sich demnach nicht mittelst der Mac-Laurin'schen Formel aufsteigend in der Form (5) entwickeln, wenn man nicht zu unendlichen Werthen der Grössen x, x′, x″, ... seine Zuflucht nehmen wollte.

Wir schliessen hieraus, dass die Auflösung der Gleichung

$$A_m = 0$$

die Nenner der Genüge leistenden Functionen $\varphi(a)$ zu liefern geeignet sei, und zwar durch ein sehr einfaches Verfahren. Hat man nämlich alle Wurzeln α dieser Gleichung ermittelt, so braucht man nur für jeden solchen Werth α die aufsteigend nach Potenzen von $a = a-\alpha$ geordnete Reihenentwickelung und namentlich nur die Bestimmung der mit negativen Exponenten ξ_0 versehenen Anfangsglieder einzuleiten, um alsogleich Aufschluss zu erhalten über die Art und Weise des Vorkommens eines solchen Nenners. Es wird sich dabei zeigen, ob die Grösse a—α oder eine Potenz derselben als Nenner von $\varphi(a)$ erscheint, ferner, ob dieser Nenner nur in einer oder in mehreren Wurzeln vorkommt.

§. 3.

Schreiten wir nun zur Untersuchung der Werthe α, welche der zweiten Gattung angehören, d. h. welche gleiche Wurzeln x in der (7) herbeiführen. Die Bedingung gleicher Wurzeln ist analytisch ausgedrückt, wenn man zur (7) noch die durch einmaliges Differentiiren nach x abgeleitete Gleichung:

$$P = m A_m x^{m-1} + (m-1) A_{m-1} x^{m-2} + \ldots + A_1 = 0 \tag{11}$$

hinzufügt. Durch diese Bedingung ist gleichfalls meistentheils der Werth von α bestimmt, denn es liegen nun zur Bestimmung der zwei Grössen x und α zwei Gleichungen vor. Die aus diesem Systeme von zwei Gleichungen gezogenen Werthe von α sind eben die Werthe α der zweiten Gattung. Ausnahmsweise kann es sich wohl treffen, dass diese zwei Gleichungen den Werth von α nicht als eine bestimmte Zahl feststellen, weil es geschehen kann, dass ein α und x enthaltender Factor in beiden gemeinschaftlich erscheint. Es würde dann genügen, diesen gemeinschaftlichen Factor der Nulle gleichzusetzen, um beide Gleichungen zu erfüllen, und es gäbe dann unendlich viele Werthe α, welche gleiche Wurzeln herbeiführen. Zufolge der Ableitungsweise der zweiten Gleichung jedoch kann ein solcher gemeinschaftlicher Factor nur dann erscheinen, wenn derselbe in der (7) zweimal existirt, also nur dann, wenn die gegebene Gleichung $P=0$ gleiche Wurzeln x besitzt, und es darf daher nicht Wunder nehmen, dass gelegentlich für ganz beliebige Werthe α gleiche Wurzeln x bestehen. Nachdem nun gezeigt wurde, wie die Werthe α der zweiten Gattung durch Auflösung eines Systems von zwei Zahlengleichungen gewonnen werden, wollen wir jetzt den Gang der Rechnung verfolgen, wie er sich bei der aufsteigenden Entwickelung nach einer solchen Grösse $a=\alpha-\alpha$ vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel ergibt.

Die Ermittelung von x aus der $P=0$ bietet nichts Anstössiges, denn wenn gleich nicht m von einander verschiedene Werthe dafür gefunden werden, so sind dennoch gewissermassen alle m Auflösungen x repräsentirt und es ist bis jetzt wenigstens noch immer möglich, dass wirklich m aufsteigend geordnete Reihen für x erhalten werden. Wenden wir uns nun zu den nachfolgenden Gleichungen der (6), die sonst der Reihe nach die zu x gehörigen Werthe von x', x'', ... geliefert haben. Zufolge der Relation: $P'=0$ verwandeln sie sich in folgende neue Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
0 &= P_{,} \\
0 &= P'' x'^2 + 2P_{,}' x' + P_{,,} \\
0 &= 3\left[P'' x' + P_{,}'\right] x'' + P''' x'^3 + 3P_{,}'' x'^2 + 3P_{,,}' x' + P_{,,,} \\
0 &= 4\left[P'' x' + P_{,}'\right] x''' + 3P'' x''^2 + 6\left[P''' x'^2 + 2P_{,}'' x' + P_{,,}'\right] x'' + \\
&\quad + P^{IV} x'^4 + 4P_{,}''' x'^3 + 6P_{,,}'' x'^2 + 4P_{,,,}' x' + P_{IV} \\
&\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\qquad (12)
$$

Wir bemerken, dass alle diese Gleichungen ihre Rollen wechseln, indem jede derselben nun nicht mehr dieselbe Grösse bestimmt, wie früher, sondern dieses Amt an die nächstfolgende überträgt. So z. B. bestimmt die zweite der (6) nun nicht mehr den Werth von x', wie dies früher der Fall war, sondern die darauffolgende dritte. Diese wieder hat aufgehört, x'' zu liefern, und dasselbe ist nunmehr aus der nächstfolgenden zu ziehen u. s. w. Man bemerkt ferner, dass die zweite der (12) nunmehr nach x' vom zweiten Grade ist, während die dritte nach x'' schon wieder dem ersten Grade angehört. Gleiches gilt von den darauffolgenden, die x''', x^{IV}, ... zu bestimmen haben. Auch diese neue Erscheinung hat nichts Befremdendes, denn da zwei gleiche Werthe x bestehen, so steht zu erwarten, dass hiezu zwei Werthe x' gehören, die wohl meistentheils verschieden sein werden. Zu einem jeden solchen Werthe x' wird daher nur eine einzige Reihe x'', x''' ... gehören. Dies würde also ganz gut zusammenpassen, wenn nur die erste der Gleichungen (12) nicht noch übrig wäre, und die keine wählbare Grösse

mehr enthält, wenn man sich x und a schon ihrem Zahlwerthe nach durch die (7) und (11) bestimmt denkt. Diese Gleichung kann daher nur entweder zufälligerweise erfüllt sein oder nicht. Ist sie nicht erfüllt, so besteht ein Widerspruch, der durch keine im endlichen Bereiche getroffene Wahl von x', x'', x''', ... mehr behoben werden kann, und der besagt, dass keine Reihe von der angenommenen Form (5) bestehe, welche eben dieses erwählte Anfangsglied x besitzt. Man wird daher auf dieselbe Verzicht leisten müssen und dadurch so viele Wurzeln x einbüssen, als gleiche Wurzeln x vorhanden waren. Ist hingegen die Gleichung:

$$P_{,} = 0$$

zufälligerweise erfüllt, so unterliegt die wirkliche Entwickelung in der Regel keiner Schwierigkeit.

Man ersieht hieraus, dass die durch Auflösung der zwei Gleichungen (7) und (11) gewonnenen Werthe a nicht nothwendigerweise eine Störung in der vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel eingeleiteten Reihenentwickelung herbeiführen werden, sondern dass zur Entscheidung der Frage, ob eine solche Störung eintreten wird oder nicht, der Zahlwerth $P_{,}$ berücksichtigt werden müsse. Ist $P_{,}$ von Null verschieden, so ist der Widerspruch und mit ihm die Störung der Reihenentwickelung offen dargethan. Ist aber $P_{,} = 0$, so bleibt die Frage vor der Hand noch unbeantwortet. Fragt man nach dem eigentlichen Grunde dieser Störung, welche durch das Nichtnullsein von $P_{,}$ herbeigeführt wird, so muss man sich zu der von einem allgemeineren Gesichtspunkte ausgehenden und stets zum Ziele führenden Reihenentwickelung wenden, wie sie früher gezeigt wurde. Dieselbe liefert nun auch die hier verloren gegangenen Wurzeln x und es zeigt sich, dass sie wirklich mit jenem Anfangsgliede x beginnen, welches als wiederholte Wurzel der (7) auftrat; das unmittelbar darauffolgende Glied enthält jedoch a—a erhoben zu einem gebrochenen Exponenten $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, ... Es ist auch nunmehr klar, dass die Mac-Laurin'sche Formel diese Werthe x zu verschweigen genöthigt war, weil sie in dieser Form mit endlichen Werthen von x', x'' ... nicht darstellbar sind.

Wenden wir uns nun zu dem anderen Falle, wo $P_{,} = 0$ ist, wo es also noch unentschieden bleibt, ob alle m-Wurzeln erhalten werden oder nicht, und richten wir zuvörderst die Aufmerksamkeit auf die zweite der Gleichungen (12), auf die:

$$P'' x'^2 + 2P_{,}' x' + P_{,,} = 0. \tag{13}$$

Diese Gleichung wird in der Regel zwei endliche und von einander verschiedene Werthe x' liefern und zu jedem dieser Werthe wird dann eine zugehörige Reihe von x'', x''', x^{IV},.... aus den nachfolgenden Gleichungen des ersten Grades gewonnen werden, so zwar, dass dann das Auftreten von zwei gleichen Wurzeln x keinen Verlust an Genüge leistenden Reihen veranlassen wird. Sobald aber diese Gleichung des zweiten Grades weniger als zwei endliche und von einander verschiedene Wurzeln für x' liefert, ist ein solcher Verlust eine nothwendige oder doch wenigstens mögliche Folge.

Die Gleichung (13) kann in diesen Ausnahmsfall auf zweierlei Art gerathen:

Erstens: wenn sie vom niedrigeren Grade als vom zweiten ist.

Zweitens: wenn sie gleiche Wurzeln besitzt.

Das Erstere findet Statt:

a) wenn $P'' = 0$, $P_{,}'$ aber von Null verschieden ist.

b) wenn $P'' = 0$ und $P_{,}' = 0$, $P_{,,}$ aber von Null verschieden ist;

c) wenn $P'' = 0$, $P_{,}' = 0$ und $P_{,,} = 0$ ist.

Das Zweite, wenn:

d) $P''x' + P_{,}' = 0$ ist.

Wir wollen diese vier Fälle nun der Reihe nach berücksichtigen.

a) Es sei $P'' = 0$, $P_{,}'$ aber von Null verschieden.

Die Gleichung (7) hat in einem solchen Falle mindestens drei gleiche Wurzeln x. Die aufsteigende Entwickelung vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel würde daher nur dann keiner Störung unterliegen, wenn sie dazu wirklich drei verschiedene Reihen lieferte. Die Gleichungen (6) sind in diesem Falle folgende:

$$
\begin{aligned}
0 &= 2P_{,}'x' + P_{,,} \\
0 &= 3P_{,}'x'' + P'''x'^3 + 3P_{,}''x'^2 + 3P'_{,,}x' + P_{,,,} \\
0 &= 4P_{,}'x''' + 6(P'''x'^2 + 2P_{,}''x' + P_{,,}') + P^{IV}x'^4 + 4P_{,}'''x'^3 + 6P''_{,,}x'^2 + 4P'_{,,,}x' + P_{IV} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\tag{14}
$$

und man ersieht aus ihnen unmittelbar, dass nur eine einzige Reihe von Werthen x', x'', x''', ... gewonnen werden könne. Die Mac-Laurin'sche Formel liefert demnach statt dreier Wurzeln x nur eine einzige. Es unterliegt in diesem Falle die Entwickelung stets einer Störung, und alle übrigen Wurzeln, welche durch das Anfangsglied x bezeichnet sind, enthalten eine Irrationalgrösse $\sqrt[p]{a}$, welche denselben die Entwickelbarkeit vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel benimmt.

b) Ist $P'' = 0$, $P_{,}' = 0$ und $P_{,,}$ von Null verschieden, so liegt der Widerspruch in der dritten der Gleichungen (6) unmittelbar am Tage. Es ist dann keine der durch x bezeichneten Wurzeln in der hier supponirten Weise entwickelbar.

c) Ist $P'' = 0$, $P_{,}' = 0$, $P_{,,} = 0$, so verwandeln sich die Gleichungen (6) in:

$$
\begin{aligned}
0 &= P'''x'^3 + 3P_{,}''x'^2 + 3P_{,,}'x' + P_{,,,} \\
0 &= 6[P'''x'^2 + 2P_{,}''x' + P_{,,}']x'' + P^{IV}x'^4 + 4P_{,}'''x'^3 + 6P_{,,}''x'^2 + 4P_{,,,}'x' + P_{IV} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Die erste derselben ist meistentheils vom dritten Grade, liefert daher drei Werthe für x'; die folgenden sind alle dem ersten Grade angehörig; man gewinnt daher zu jedem Werthe x' eine Reihe von Werthen x'', x''', ... So oft daher die erste dieser Gleichungen wirklich drei verschiedene und endliche Werthe für x' liefert, unterliegt die Reihenentwickelung keinerlei Störung. Gehen aber von diesen drei Werthen einige verloren, entweder durch Verminderung der Gradzahl der Gleichung oder durch Auftreten gleicher Wurzeln, so kann eine Störung der Reihenentwickelung eintreten. Die Untersuchung der hiebei möglichen Fälle zersplittert sich in mehrere Theile. Sie lässt sich jedoch ohne Schwierigkeit durchführen, wenn man die eben geführten Untersuchungen als Muster benützt.

d) Besitzt die Gleichung (13) gleiche Wurzeln x', ist also $P''x' + P_{,}' = 0$, so gestalten sich die Gleichungen (6) folgendermassen:

$$
\begin{aligned}
0 &= P'''x'^3 + 3P_{,}''x'^2 + 3P_{,,}'x' + P_{,,,} \\
0 &= 3P''x''^2 + 6(P'''x'^2 + 2P_{,}''x' + P_{,,}')x'' + \\
&\quad + P^{IV}x'^4 + 4P_{,}'''x'^3 + 6P''_{,,}x'^2 + 4P'_{,,,}x' + P_{IV} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\tag{16}
$$

Von diesen Gleichungen ist die erste keine Bestimmungsgleichung mehr, denn sie enthält nur Grössen, die bereits ihrem Werthe nach bestimmt sind. Sie spricht eine Bedingung aus der nicht mehr durch schickliche Wahl gewisser Grössen entsprochen werden kann, und sie kann daher nur zufälligerweise, wird aber in der Regel jedoch nicht erfüllt sein. Das zufällige Erfüllt- oder Nichterfülltsein derselben wird darüber entscheiden, ob die aus den Gleichungen (7) und (13) gewonnenen Werthe x und x′ brauchbar sind oder nicht. Ist sie nicht erfüllt, so ist der Widerspruch offen am Tage und die Mac-Laurin'sche Formel versagt ihre Wirksamkeit bei der Entwickelung dieser zwei Wurzeln. Sucht man sich durch die andere allgemeine aufsteigende Entwickelung für diesen speciellen Werth α die Wurzeln x zu verschaffen, so gewinnt man durch dieselbe wieder alle Wurzeln, und zwei derselben besitzen die zwei Anfangsglieder $\mathrm{x} + \mathrm{x}'(a—\alpha)$ gemeinschaftlich, welche die Gleichungen (7) und (13) geliefert haben, aber die darauffolgenden Glieder der Entwickelung passen nicht mehr in die Form (5), denn sie weisen ein Glied von der Form $h\mathrm{a}^{\frac{3}{2}}$ auf. Es ist nun auch klar, warum die Mac-Laurin'sche Formel diese zwei Wurzeln zu liefern ausser Stande ist und warum gerade vom dritten Entwickelungsgliede angefangen ein Widerspruch in den Gleichungen (6) auftritt. Man gewinnt zugleich die Überzeugung, dass der specielle Werth α, der aus den zwei Gleichungen fliesst, unter diesen Bedingungen auf eine in zwei Wurzeln erscheinende Irrationalgrösse $\sqrt{\mathrm{a}} = \sqrt{a—\alpha}$ den vollkommen strengen Schluss verstattet.

Ist aber die erste der Gleichungen (16) zufälligerweise erfüllt, so werden die übrigen Gleichungen in der Regel Werthe für x″, x‴, . . . liefern, und zwar deren zwei. Die zweite Gleichung in (16) ist nämlich nach x″ dem zweiten Grade angehörig und liefert zwei in der Regel verschiedene Werthe für diese Grösse. Die nächstfolgenden Gleichungen dienen dann wirklich zur Bestimmung der Grössen x‴, x^{IV}, . . . und sind alle dem ersten Grade angehörig. Nur wenn die zweite der Gleichungen (16) für x″ weniger als zwei endliche und verschiedene Werthe liefert, findet wieder eine Veränderung Statt, die auf die Zu- oder Unzulässigkeit der Reihenentwickelung Einfluss hat.

Wir erachten es nicht für nöthig, den Gang dieser Untersuchungen weiter fortzuspinnen; das hier Gesagte erweist zur Genüge den Charakter derselben und den eigenthümlichen Zusammenhang zwischen den Gleichungen (16).

§. 4.

Fassen wir das Ergebniss dieser Untersuchungen kurz zusammen, so gewinnen wir folgende wichtige Lehrsätze:

1. Die Wurzeln einer algebraischen Gleichung besitzen, wie jede andere Function, die Eigenschaft, sich vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel nach einer Grösse $\mathrm{a} = a—\alpha$ in eine aufsteigende Reihe:

$$\mathrm{x} + \mathrm{x}'(a—\alpha) + \frac{\mathrm{x}''}{2}(a—\alpha)^2 + \ldots\ldots$$

entwickeln zu lassen, und verlieren diese Eigenschaft nur für ganz specielle Werthe α, indem weniger als m Wurzeln der Gleichung erhalten werden.

2. Diese speciellen Werthe von α sind von zweierlei Gattung und werden auch durch zwei getrennte Untersuchungen gewonnen. Die der ersten Gattung beigezählten Werthe α

liefern weniger als m Werthe x, indem die dazu dienende Bestimmungsgleichung von niedrigerem Grade ist. Man gewinnt sie durch Nullsetzen des Coëfficienten der höchsten Potenz von x und durch Auflösung der so erhaltenen Gleichung:

$$A_m = 0.$$

Auf diese Weise können Werthe x und mit ihnen auch die Wurzeln x sowohl einzeln als auch gruppenweise verloren gehen. Der Grund dieses Verlustes ist die Anwesenheit eines Divisors a oder a^k in den verloren gegangenen Wurzeln, so zwar, dass die Bestimmung der Werthe α der ersten Gattung den Schlüssel bietet zur Auffindung aller in den Wurzeln erscheinenden Nenner.

Die speciellen Werthe α der zweiten Gattung bedingen den Verlust an Wurzeln x nicht bei der Bestimmung des Anfangsgliedes x, sondern erst bei einem gewissen Folgegliede. Sie bieten zur Bestimmung des Werthes von x eine Gleichung des m^{ten} Grades, aber versehen mit gleichen Wurzeln. Dieselben veranlassen niemals den Verlust einer einzigen Wurzel, sondern immer einer Gruppe von zweien oder mehreren solchen. Die zu einer solchen Gruppe gehörigen Wurzeln stimmen in einer Anzahl von Anfangsgliedern vollkommen überein bis zu jenem Gliede, bei dessen Bestimmung der Widerspruch auftaucht, ausgesprochen durch eine überschüssige, nicht erfüllbare Bedingungsgleichung. Diese Werthe α haben nebst der Bedingung gleicher Wurzeln x noch andere Bedingungen zu erfüllen. Man erhält sie durch Auflösung eines Systems zweier Gleichungen:

$$P = 0 \quad , \quad \frac{dP}{dx} = 0;$$

allein nicht alle auf solche Weise gewonnenen Werthe von α sind wirklich Werthe α der zweiten Gattung, sondern man hat noch eine bald längere, bald kürzere Untersuchung nachfolgen zu lassen, die die Bestimmung der Folge-Coëfficienten x′, x″,... zum Gegenstande hat, eine Untersuchung, die mit der Ermittelung der mehrfachen Punkte bei einer ebenen Curve und der Bestimmung der dort stattfindenden Berührungsordnung zwischen den verschiedenen Curvenästen congruent ist. Die Ursache des für solche Werthe α eintretenden Verlustes an Wurzeln x ist das Vorhandensein gewisser Irrationalgrössen $\sqrt[p]{a} = \sqrt[p]{(a-\alpha)}$ in denselben. Die Bestimmung der Werthe α der zweiten Gattung bildet den Schlüssel zur Ermittelung aller in den Wurzeln der Gleichung erscheinenden Irrationalgrössen.

Wir haben im Vorhergehenden nicht blos von den Störungen gesprochen, auf welche man bei der aufsteigenden Entwickelung der Wurzeln einer algebraischen Gleichung mit rationalen Coëfficienten stossen kann, wenn man hierzu die Mac-Laurin'sche Formel verwendet, also eine Methode gebraucht, welche bisher die einzige bekannte war; sondern wir haben auch an den bezüglichen Stellen die Erwähnung gethan, dass die von uns angegebene und von einem allgemeineren Gesichtspunkte abgeleitete aufsteigende Entwickelungsmethode keinen solchen Zufälligkeiten und Störungen unterworfen sei, ja dass sie eben jene Bestandtheile liefere, welche die Unzulässigkeit der Mac-Laurin'schen Entwickelungsweise bedingen. Es wurde zwar bisher diese Entwickelung nicht wirklich vollführt, sondern nur das Resultat derselben angegeben und dieselbe auf später verschoben, wo von der Bestimmung der in den Wurzeln erscheinenden Nenner und Irrationalgrössen gehandelt werden soll. Der eigentliche Grund, warum die von uns angegebene aufsteigende Entwickelungsweise stets zu allen Wurzeln der Gleichung und in Form von Reihen mit endlichen Coëfficienten in den Gliedern führt, während

die Mac-Laurin'sche Formel für gewisse Werthe α dies nicht thut, sondern entweder gewisse Wurzeln gar nicht liefert, oder, falls man dieselben sich erzwingen wollte, zu unendlichen Coëfficienten führt, liegt darin, dass der Mac-Laurin'schen Formel die Voraussetzung der Form (5) zu Grunde liegt, mit lauter positiven und ganzen Exponenten von a in den Gliedern, während unsere Entwickelungsweise auf keiner solchen Voraussetzung beruht, sondern im Gegentheile die Bestimmung der Exponenten in sich begreift. Da wir also von einer viel allgemeineren Form ausgehen, in der die (5) als ein sehr specieller Fall enthalten ist, so besitzt diese Methode allgemeine Giltigkeit und führt selbst dann noch zu brauchbaren Formen, wenn die Mac-Laurin'sche Formel ungiltig wird. Gerade diese allgemeine Giltigkeit unserer Methode für ganz beliebige α verschafft ihr den hohen praktischen Werth, weil sie dadurch Aufschluss zu ertheilen befähigt ist über gewisse wichtige Eigenschaften der Wurzeln, während die auf die Grenzen der Stetigkeit beschränkte Entwickelung vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel fast ganz ohne Werth bleibt.

II. Bestimmung der in den Wurzeln der Gleichung erscheinenden Nenner.

§. 5.

Im Vorhergehenden wurde bemerkt, dass die speciellen Werthe α der ersten Gattung den Schlüssel abgeben zur Ermittlung aller in den Wurzeln erscheinenden Nenner. Es wurde daselbst gezeigt, dass man durch Auflösung einer Zahlengleichung, die durch Nullsetzen des Coëfficienten der höchsten im Gleichungspolynome erscheinenden Potenz von x hervorgeht, jene speciellen Werthe α finde, welche eine Störung der vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel eingeleiteten aufsteigenden Reihenentwickelung bedingen, indem sie für das Anfangsglied x weniger Werthe liefert, als zufolge der Gradzahl m zu erwarten stehen. Es wurde dort auch die Bemerkung hinzugefügt, dass die von uns gelehrte aufsteigende Reihenentwickelung diesem Übelstande nicht unterliege, sondern alle m Auflösungen durch m Anfangsglieder markire. Unter diesen Anfangsgliedern erscheinen nämlich genau dieselben x, welche die Mac-Laurin'sche Entwickelungsweise liefert, aber überdies noch jene anderen, die dabei verloren gingen. Diese Letzteren besitzen die Gestalt $h_0 a^{-k}$, enthalten also a, erhoben zu einer Potenz mit einem negativen Exponenten, und es ist nunmehr vollkommen klar, warum die Mac-Laurin'sche Formel diese Auflösungen verschweigen musste. Da nämlich der Mac-Laurin'schen Formel die Voraussetzung zu Grunde liegt, dass die Reihe nur Glieder mit positiven Exponenten von a enthält, so konnten vermittelst derselben offenbar nur jene Auflösungen gewonnen werden, bei denen diese Voraussetzung wirklich erfüllt war; hingegen alle übrigen mussten verloren gehen, bei welchen Glieder mit negativen Exponenten vorkommen. Die von uns gelehrte Entwickelungsmethode, der keine solche beschränkende Voraussetzung zu Grunde liegt, ist daher geeignet, eben jene verlorenen Auflösungen zu liefern und dadurch über die Ursache, warum die Mac-Laurin'sche Formel zu einem Verluste von Auflösungen führt, helles Licht zu verbreiten. Diese Eigenschaften unserer allgemeinen Entwickelungsmethode wurden dort ohne alle Begründung angeführt, weil wir schon damals die Absicht hatten, dieselbe folgen zu lassen.

Hier soll nun die Entwickelung nach unserer Methode für die speciellen Werthe α der ersten Gattung wirklich eingeleitet werden. Wir werden aber nicht nur Gelegenheit haben

die früher gemachten Bemerkungen ausser Zweifel zu stellen und darzuthun, dass diese Methode wirklich vor der Mac-Laurin'schen den Vorzug verdiene, weil sie alle Wurzeln der Gleichung liefert, sondern werden auch aus der Form der neu gewonnenen Anfangsglieder einerseits Aufschluss erhalten über den wahren Grund, warum die Mac-Laurin'sche Formel zu einem mangelhaften Resultate führt, andererseits aber auch die für uns viel wichtigere Kenntniss aller in den Wurzeln erscheinenden Nenner erreichen.

Wir werden zuerst die Coëfficienten A der gegebenen Gleichung:

$$P = A_m x^m + A_{m-1} x^{m-1} + \ldots + A_1 x + A_0 = 0 \tag{17}$$

aufsteigend nach Potenzen der Grösse $\mathrm{a} = \alpha - \alpha$ entwickeln, wobei α eine Wurzel der Zahlengleichung

$$A_m = 0 \tag{18}$$

bedeutet. Dies bewerkstelligt man durch die Substitution:

$$\alpha = \alpha + \mathrm{a} \tag{19}$$

in den einzelnen Coëfficienten. Das Resultat dieser Substitution sei:

$$\begin{aligned}
A_m &= \mathrm{A'}_m \mathrm{a} + \mathrm{A''}_m \mathrm{a}^2 + \mathrm{A'''}_m \mathrm{a}^3 + \ldots . \\
A_{m-1} &= \mathrm{A}_{m-1} + \mathrm{A}_{m-1}' \mathrm{a} + \mathrm{A''}_{m-1} \mathrm{a}^2 + \mathrm{A'''}_{m-1} \mathrm{a}^3 + \ldots . \\
&\ldots\ldots\ldots

x aufsteigend nach a. Die mit der niedrigsten Potenz von a versehenen Glieder der successiven Coëfficienten weisen die Exponenten: 1, 0, ... 0 auf. Die dabei in Betracht kommenden Quotienten sind demnach:

$$-\frac{1}{1}\ ,\quad -\frac{1}{2}\ ,\quad -\frac{1}{3}\ ,\ \ldots\ldots\ -\frac{1}{m}$$
$$\frac{0}{1}\ ,\quad \frac{0}{2}\ ,\ \ldots\ldots\ \frac{0}{m}$$

und wir erhalten daher zwei Werthe von ξ_0 nämlich:

(21) $$\xi_0 = -1 \text{ und } \xi_0 = 0.$$

Die zur Bestimmung der Coëfficienten h_0 dienenden Gleichungen sind:

(22) für $\xi_0 = -1$, $A_m' h_0^m + A_{m-1} h_0^{m-1} = 0$

(23) für $\xi_0 = 0$, $A_{m-1} h_0^{m-1} + A_{m-2} h_0^{m-2} + \ldots + A_1 h_0 + A_0 = 0.$

Die erste liefert einen einzigen von Null verschiedenen Werth von h_0, die zweite aber deren $m-1$ an der Zahl, so lange A_0 von Null verschieden ist. Wir gewinnen also m Anfangsglieder: eines von der Form:

(24) $$h_0 \mathrm{a}^{-1} = -\frac{A_{m-1}}{A_m' \mathrm{a}}$$

welches $\mathrm{a} = \alpha - \alpha$ im Nenner besitzt, und $m-1$ andere die kein a enthalten.

Hätte man vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel diese Entwickelung einzuleiten versucht, so wäre die Gleichung:

$$P = 0$$

aufzulösen gewesen. Dieselbe besitzt in dem hier vorausgesetzten Falle die Gestalt:

$$\mathrm{P} = A_{m-1} \mathrm{x}^{m-1} + A_{m-2} \mathrm{x}^{m-2} + \ldots + A_1 \mathrm{x} + A_0 = 0$$

und ist daher von der (23) nicht verschieden, welche die zu $\xi_0 = 0$ gehörigen Coëfficientenwerthe h_0 zu geben bestimmt ist.

Vergleicht man diese beiden Resultate, so zeigt sich, dass die Mac-Laurin'sche Formel nur $m-1$ Auflösungen, die vollkommenere Entwickelungsmethode aber alle m Wurzeln liefert. In den $m-1$ Anfangsgliedern, die dem a^0 proportional sind, stimmen beide Methoden vollkommen überein, und der Unterschied besteht nur in dem einzigen Anfangsgliede (24) welches dem a^{-1} proportional ausfällt. Man bemerkt ferner, dass in diesem Falle eine einzige Wurzel mit dem Nenner $\mathrm{a} = \alpha - \alpha$ versehen erscheint. Die Anwesenheit dieses Nenners bildet den eigentlichen Grund, warum die für diesen speciellen Werth von α mittelst der Mac-Laurin'schen Formel eingeleitete Reihenentwickelung einen Verlust einer Wurzel x und somit auch den einer Auflösung x aufweist, so lange man sich auf endliche Werthe von x beschränkt; denn diese Wurzel x, so wie alle ihre Differentialquotienten werden für $\alpha = \alpha$ unendlich und sind demnach vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel nicht entwickelbar.

Man gelangt also zu dem Schlusse, dass bei dem Vorhandensein eines einzigen Factors $\mathrm{a} = \alpha - \alpha$ im ersten Coëfficienten A_m des Gleichungspolynomes, und dem Fehlen desselben im zweiten Coëfficienten A_{m-1} eine einzige Wurzel mit dem Nenner $\mathrm{a} = \alpha - \alpha$ versehen sei. Dies gilt auch dann noch, wenn einige der nachfolgenden Coëfficienten $A_{m-2}, \ldots A_0$, den zweiten A_{m-1} ausgenommen

einen oder wiederholte solche Factoren aufweisen würden, denn dadurch könnten höchstens zu dem sonst bestehenden zweiten Werthe $\xi_0 = 0$ noch positive und von Null verschiedene Werthe von ξ_0 treten; aber die diesen entsprechenden Auflösungen sind mittelst der Mac-Laurin'schen Formel ohne Anstand entwickelbar.

2. Es sei α eine wiederholte Wurzel der Gleichung $A_m = 0$, also $a = \alpha - \alpha$ zwei- oder mehrmal z. B. r—mal Factor von A_m, hingegen A_{m-1} o h n e einen solchen Factor. Die Form der aufsteigend nach a geordneten Coëfficienten des Gleichungspolynomes ist dann wegen:

$$A_m = A_m' = \ldots = A_m^{(r-1)} = 0 \tag{25}$$

folgende:

$$\begin{aligned} A_m &= A_m^{(r)} a^r + A_m^{(r+1)} a^{r+1} + \ldots \\ A_{m-1} &= A_{m-1} + A'_{m-1} a + A_{m-1} a^2 + \ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{26}$$

Dieselben weisen die niedrigsten Exponenten von a:

$$r \quad , \quad 0 \ldots\ldots 0$$

auf und liefern für ξ_0 die zwei Werthe:

$$\xi_0 = -r \text{ und } \xi_0 = 0. \tag{27}$$

Die Bestimmungsgleichungen für h_0 sind:

$$\text{für } \xi_0 = -r \ , \ A_m^{(r)} h_0^m + A_{m-1} h_0^{m-1} = 0 \tag{28}$$

$$\text{für } \xi_0 = 0 \ , \ A_{m-1} h_0^{m-1} + A_{m-2} h_0^{m-2} + \ldots + A_1 h_0 + A_0 = 0. \tag{29}$$

Man ersieht hieraus, dass wieder nur eine einzige Wurzel den Nenner aufweist. Ihr Anfangsglied ist:

$$-\frac{A_{m-1}}{A_m^{(r)} a^r}. \tag{30}$$

Alle übrigen Wurzeln m—1 an der Zahl beginnen mit einem von a völlig freien Gliede. Selbst wenn zufälligerweise A_0 gleich Null ausfallen, also A_0 einen Factor $a = \alpha - \alpha$ ein- oder mehrere Male aufweisen oder sogar eine Gruppe der letzten Coëfficienten mit Factoren a versehen sein sollte, würde dies nur insoferne eine Änderung bewirken, dass eine oder mehrere derjenigen Auflösungen, die hier mit einem von a freien Gliede beginnen, dann ein Anfangsglied mit einem positiven und von Null verschiedenen ξ_0 erhalten würden. Der Nenner a erscheint aber stets nur in einer einzigen Wurzel und zwar zur r^{ten} Potenz erhoben.

Wollte man die Mac-Laurin'sche Formel hier anwenden, so würde man zur Bestimmung von x die Gleichung:

$$P = A_{m-1} x^{m-1} + A_{m-2} x^{m-2} + \ldots + A_1 x + A_0 = 0$$

aufzulösen haben, die mit der (29) vollkommen übereinstimmt. Diese Entwickelungsweise würde also nur m—1 Wurzeln durch ihre Anfangsglieder markiren; die unter allen wichtigste, mit dem Nenner a^r versehene jedoch gänzlich verschweigen. Der Grund hievon liegt klar am Tage, denn die der Mac-Laurin'schen Formel zu Grunde liegende Voraussetzung schliesst sie aus dem Bereiche der Entwickelung, so lange von endlichen Werthen von x gesprochen wird.

Erscheint also $a = \alpha - \alpha$ im ersten Coëfficienten A_m als Factor r Mal, im zweiten A_{m-1} aber gar nicht, so geht daraus hervor, dass eine einzige Wurzel den Nenner a^r besitzt, alle übrigen aber keinen solchen Nenner aufweisen.

3. Es sei $a = \alpha - \alpha$ nicht blos im ersten Coëfficienten A_m, sondern auch in den unmittelbar nächstfolgenden Coëfficienten: A_{m-1}, $A_{m-2}, \ldots A_{m-s+1}$ als Factor enthalten, so zwar, dass A_{m-s} der erste, von diesem Factor freie Coëfficient des Gleichungspolynomes ist; es sei ferner bezüglich:

$$r_1 \ , \ r_2 \ , \ r_3 \ , \ \ldots . \ r_s \ , \ 0$$

die Anzahl der Factoren a, wie sie in den Coëfficienten:

$$A_m \ , \ A_{m-1} \ , \ A_{m-2} \ , \ \ldots . \ A_{m-s+1} \ , \ A_{m-s}$$

vorkommen. Die Gestalt der aufsteigend nach a entwickelten Coëfficienten ist dann folgende:

$$\begin{aligned}
A_m &= \mathrm{A}_m^{(r_1)} \mathrm{a}^{r_1} + \Lambda_m^{(r_1+1)} \mathrm{a}^{r_1+1} + \ldots . \\
A_{m-1} &= \mathrm{A}_{m-1}^{(r_2)} \mathrm{a}^{r_2} + \mathrm{A}_{m-1}^{(r_2+1)} \mathrm{a}^{r_2+1} + \ldots . \\
A_{m-2} &= \mathrm{A}_{m-2}^{(r_3)} \mathrm{a}^{r_3} + \mathrm{A}_{m-2}^{(r_3+1)} \mathrm{a}^{r_3+1} + \ldots . \\
&\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\
A_{m-s+1} &= \mathrm{A}_{m-s+1}^{(r_s)} \mathrm{a}^{r_s} + \mathrm{A}_{m-s+1}^{(r_s+1)} \mathrm{a}^{r_s+1} + \ldots . \\
A_{m-s} &= \mathrm{A}_{m-s} + \mathrm{A}'_{m-s} \mathrm{a} + \ldots . \\
&\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots
\end{aligned}$$

Zur Bestimmung der Werthe von ξ_0 liegen folgende Reihen von Quotienten vor:

$$\begin{array}{l}
\frac{r_2 - r_1}{1} \ , \ \frac{r_3 - r_1}{2} \ , \ \ldots . \ \frac{r_s - r_1}{s-1} \ , \ -\frac{r_1}{s} \ , \ \ldots . \\
\frac{r_3 - r_2}{1} \ , \ \ldots . \ \frac{r_s - r_2}{s-2} \ , \ -\frac{r_2}{s-1} \ , \ \ldots . \\
\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\
\frac{r_s - r_{s-1}}{1} \ , \ -\frac{r_{s-1}}{2} \ , \ \ldots . \\
-\frac{r_s}{1} \ , \ \ldots . .
\end{array} \qquad (31)$$

Man hat aus jeder solchen Reihe den kleinsten Quotienten zu bestimmen, und es ist unmittelbar ersichtlich, dass diese Werthe von ξ_0 sämmtlich negativ sein werden, weil in jeder Reihe wenigstens Ein negativer Quotient unmittelbar ersichtlich ist. Diese Werthe von ξ_0 und überhaupt die dadurch bestimmten Anfangsglieder sind genau dieselben, welche aus der Gleichung:

$$\mathrm{A}_m^{(r_1)} \mathrm{a}^{r_1} \mathrm{x}^s + \mathrm{A}_{m-1}^{(r_2)} \mathrm{a}^{r_2} \mathrm{x}^{s-1} + \mathrm{A}_{m-2}^{(r_3)} \mathrm{a}^{r_3} \mathrm{x}^{s-2} + \ldots . + \mathrm{A}_{m-s+1}^{(r_s)} \mathrm{a}^{r_s} \mathrm{x} + \mathrm{A}_{m-s} = 0 \qquad (32)$$

hervorgehen würden. Diese Gleichung ist vom s_{ten} Grade und wird daher s Auflösungen, also auch s Anfangsglieder besitzen. Es ist also ausser allem Zweifel, dass s Anfangsglieder mit negativen Exponenten ξ_0, also s Auflösungen mit Nennern a versehen sein werden. Gesetzt die Werthe von ξ_0 in diesen Anfangsgliedern wären:

$$-k_1 \ , \ -k_2 \ , \ \ldots . \ -k_s$$

so geht daraus hervor, dass diese Auflösungen, s an der Zahl, die Nenner:

$$(a-\alpha)^{k_1} \quad , \quad (a-\alpha)^{k_2} \; , \ldots . \; (a-\alpha)^{k_s}$$

besitzen.

Geht man in der Bestimmung der Werthe von ξ_0 weiter, so hat man so zu verfahren, als ob die Gleichung:

$$(33) \qquad A_{m-s}x^{m-s} + A_{m-s-1}x^{m-s-1} + \quad \ldots + A_1 x + A_0 = 0$$

vorliegen würde. Es wird sich nur der Werth $\xi_0 = 0$ ergeben, der $m-s$ Auflösungen angehört. Selbst das Nullwerden von A_0 oder einer Gruppe der letzten Coëfficienten kann keine andere Veränderung herbeiführen, als dass nebst dem Werthe $\xi_0 = 0$ noch positive und von Null verschiedene Werthe von ξ_0 auftauchen. Die Anzahl der vom Nenner a freien Auflösungen ist stets gleich $m - s$. Unter den hier vorausgesetzten Umständen erhält man also s Auflösungen mit Nennern, die bestimmte Potenzen von a sind, versehen und $m-s$ Auflösungen, die keine solchen Nenner besitzen.

Die Mac-Laurin'sche Entwickelungsweise führt in diesem Falle zur Gleichung:

$$P = A_{m-s}x^{m-s} + A_{m-s-1}x^{m-s-1} + \ldots . + A_1 x + A_0 = 0$$

und liefert daher nur $m-s$ Werthe x, also genau dieselben Anfangsglieder, wie die allgemein giltige Entwickelungsmethode, aber nur für jene Wurzeln, die keinen Nenner a besitzen. Die übrigen mit Nennern a versehenen Wurzeln s an der Zahl verschweigt sie gänzlich aus dem bekannten Grunde.

Wenn daher im Gleichungspolynome eine Reihe von Coëfficienten der höchsten Potenzen von x einen Factor a gemeinschaftlich besitzen, so gibt die Anzahl derselben zugleich die Zahl der Wurzeln an, in welchen a, zu gewissen Potenzen erhoben, als Nenner vorkommt. Die Exponenten k dieser als Nenner fungirenden Potenzen von a ergeben sich aus den Zahlen: r_1, $r_2 , \ldots r_s$, 0, welche angeben, wie oft a in den Coëfficienten A_m, $A_{m-1}, \ldots . A_{m-s+1}$, A_{m-s} als Factor enthalten ist, wenn man auf dieselben die bekannte, zur Ermittelung von ξ_0 für die aufsteigende Entwickelung dienende Regel in Anwendung bringt.

§. 7.

Aus diesen Untersuchungen ergibt sich eine sehr einfache Regel, um bei einer gegebenen Buchstabengleichung die in ihren Wurzeln erscheinenden einfachen Nenner und die Art ihres Vorkommens zu erfahren:

Man betrachte den Coëfficienten A_m der höchsten Potenz von x. Ist derselbe ein a enthaltender Ausdruck; so kann man hieraus mit Gewissheit auf die Existenz von Nennern schliessen. Ist derselbe hingegen eine bestimmte Zahl und von a völlig unabhängig, so bestehen gar keine Nenner in den Wurzeln der Gleichung. Nun setzte man A_m (vorausgesetzt, dass es a in sich enthält) der Nulle gleich und verschaffe sich alle Wurzeln dieser Zahlengleichung: $A_m = 0$. Man gewinnt so alle Werthe α der ersten Gattung. Einem jeden solchen Werthe α entspricht eine Grösse $a-\alpha = a$, die in A_m ein- oder mehrere

Male als Factor, in Einer oder mehreren der Genüge leistenden Functionen der Buchstabengleichung aber als Nenner erscheint. Der nächste Schritt bezweckt nun, genaueren Aufschluss zu ertheilen über die Art des Vorkommens dieser Nenner. Man hat desshalb jeden durch Auflösung der Zahlengleichung $A_m = 0$ gewonnenen einfachen Factor $a = \alpha - \alpha$ einer eigenen Untersuchung zu unterwerfen und folgende zwei Fragen zu beantworten: Erstens, in wie vielen Wurzeln x erscheint die Grösse a als Nenner? Zweitens, zu welcher Potenz ist sie in diesem Nenner erhoben?

Eigentlich erheischt die Beantwortung dieser beiden Fragen die Einleitung der aufsteigend nach Potenzen einer solchen Grösse $a = \alpha - \alpha$ geordneten Reihenentwickelung von x, und es würden dann namentlich jene Anfangsglieder, welche negative Werthe des Exponenten ξ_0 aufweisen, die gewünschten Aufschlüsse geben. Die aufsteigende Reihenentwickelung aber erfordert im Grunde immer, dass das Gleichungspolynom durch eine vorhergehende Transformation nach Potenzen der Grösse $a = \alpha - \alpha$ geordnet werde. In jenen Fällen aber, wo nur das Vorkommen der Nenner genauer untersucht werden soll, reicht es hin, die Werthe von ξ_0 zu ermitteln, und hiezu kann man die Transformation der Gleichung umgehen und nach der nachfolgenden Regel verfahren:

Um die erste dieser beiden Fragen zu beantworten, untersucht man, in wie vielen der Anfangscoëfficienten der Gleichung der Factor $\alpha - \alpha = a$ erscheint. Die Anzahl dieser Anfangscoëfficienten ist zugleich die gesuchte Anzahl der Wurzeln, welche diesen Nenner besitzen. Sind s Anfangscoëfficienten: A_m, A_{m-1}, A_{m-2}, ... A_{m-s+1} mit dem Factor $(\alpha - \alpha)$ versehen, hingegen der nächstfolgende A_{m-s} davon frei; so erscheint in s Wurzeln der Gleichung ein Nenner von der Form $(\alpha - \alpha)^k$. Die Beantwortung der zweiten Frage besteht in der Angabe des Werthes von k in diesen s Wurzeln. Man hat zu diesem Ende die Anzahlen der Factoren $\alpha - \alpha$ in der Gruppe von Anfangscoëfficienten:

$$A_m , A_{m-1} , A_{m-2} , ... A_{m-s+1} , A_{m-s}$$

der Reihe nach aufzuschreiben — sie mögen folgende sein:

$$r_1 , r_2 , r_3 , ... r_s , 0$$

— und auf diese Reihe von Zahlen die bekannte Regel in Anwendung zu bringen, welche den Werth des Exponenten ξ_0 im Anfangsgliede der nach aufsteigenden Potenzen von $\alpha - \alpha$ geordneten Entwickelung von x liefert. Man gewinnt aus ihnen eine Reihe von negativen Werthen für ξ_0, und diese mit entgegengesetzten Vorzeichen genommen, stellen die Werthe von k für diese s Wurzeln vor.

Wir wollen nun an einem Beispiele die Anwendung dieser Regel zeigen:

$$\begin{aligned}
&[4a^4 + 9a^3 + a^2 - 9a - 5]x^4 + [-12a^4 - 47a^3 - 84a^2 - 47a + 10]x^3 + \\
&+ [-2a^6 - 2a^5 + 2a^4 + 5a^3 + 51a^2 + 89a + 37]x^2 + \\
&+ [6a^6 + 16a^5 + 22a^4 - 13a^3 - 24a^2 - 33a + 6]x + \\
&+ [-24a^4 - 16a^3 + 36a + 24] = 0
\end{aligned}$$

sei die gegebene Gleichung. Man setze den ersten Coëfficienten derselben gleich Null und löse die so erhaltene Gleichung

$$4a^4 + 9a^3 + a^2 - 9a - 5 = 0$$

nach a auf. Diese Gleichung liefert nur drei verschiedene Werthe:

$$a = +1\ ,\ a = -1\ ,\ a = -\frac{5}{4}$$

und der zweite dieser Werthe ist eine doppelte Auflösung, denn er erfüllt auch die derivirte Gleichung $16a^3 + 27a^2 + 2a - 9 = 0$. Diesen drei Werthen entsprechen die drei einfachen Factoren:

$$a - 1\ ,\ a + 1\ ,\ 4a + 5.$$

Um nun über die Nenner der Genüge leistenden Functionen Aufschluss zu erhalten, muss für jeden dieser Factoren eine Untersuchung eingeleitet werden:

Erste Untersuchung betreffend den Factor $a - 1$:

In den fünf Coëfficienten der gegebenen Gleichung erscheinen folgende Anzahlen von Factoren $a - 1$:

$$1\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0$$

folglich ist eine einzige Wurzel x mit $a - 1$ im Nenner versehen und zwar mit der ersten Potenz dieser Grösse, denn diese Reihe von Zahlen liefert die Quotientenreihe:

$$-\frac{1}{1}\ ,\ -\frac{1}{2}\ ,\ -\frac{1}{3}\ ,\ -\frac{1}{4}$$

von denen der erste $-\frac{1}{1} = -1$ den kleinsten Werth besitzt. Das Anfangsglied von x ist demnach von der Form $h_0(a-1)^{-1} = \frac{h_0}{a-1}$.

Zweite Untersuchung betreffend den Factor $a + 1$.

Die Anzahl der Factoren $a + 1$ in den fünf Coëfficienten der Gleichung ist beziehungsweise:

$$2\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0$$

somit eine einzige Wurzel mit $a + 1$ im Nenner versehen. Die Quotientenreihe, abgeleitet aus diesen Anzahlen, ist:

$$-\frac{2}{1}\ ,\ -\frac{2}{2}\ ,\ -\frac{2}{3}\ ,\ -\frac{2}{4}$$

und unter ihnen der erste am kleinsten und gleich: -2. Folglich ist $(a+1)^2$ der Nenner einer einzigen Wurzel.

Dritte Untersuchung betreffend den Factor $4a + 5$.

Die Anzahl der Factoren $4a + 5$ in den fünf Coëfficienten der Gleichung ist:

$$1\ ,\ 1\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0.$$

Da hier zwei Anfangscoëfficienten den Factor $4a + 5$ besitzen, so erscheint auch in zwei Wurzeln ein Nenner $(4a + 5)^k$. Die Quotientenreihe ist:

$$\frac{0}{1}\ ,\ \frac{-1}{2}\ ,\ \frac{-1}{3}\ ,\ \frac{-1}{4}$$

und unter ihnen der zweite: $-\frac{1}{2}$ am kleinsten. Es erscheinen somit zwei Wurzeln mit $(4a + 5)^{\frac{1}{2}}$ im Nenner.

In diesem Beispiele gelingt mit Hilfe dieser Untersuchung der Nenner sogar die complete Auflösung der Gleichung in geschlossener Form. Beginnen wir mit der aufsteigenden Entwickelung, geordnet nach Potenzen von $a-1$, derjenigen Wurzel, welche diese Grösse im Nenner besitzt. Man muss zu diesem Ende die Gleichung umformen und ihre Coëfficienten nach Potenzen der Grösse $a-1$ aufsteigend ordnen. Dies erreicht man vermittelst der Substitution: $a = \mathfrak{a} + 1$ und erhält so die transformirte Gleichung:

$$\begin{aligned}
&[36\,\mathfrak{a} + 52\,\mathfrak{a}^2 + 25\,\mathfrak{a}^3 + 4\,\mathfrak{a}^4]x^4 + [-180 - 404\,\mathfrak{a} - 297\,\mathfrak{a}^2 - 95\,\mathfrak{a}^3 - 12\,\mathfrak{a}^4]x^3 + \\
&+ [+180 + 192\,\mathfrak{a} + 28\,\mathfrak{a}^2 - 47\,\mathfrak{a}^3 - 38\,\mathfrak{a}^4 - 14\,\mathfrak{a}^5 - 2\,\mathfrak{a}^6]x^2 + \\
&+ [-20 + 84\,\mathfrak{a} + 319\,\mathfrak{a}^2 + 355\,\mathfrak{a}^3 + 192\,\mathfrak{a}^4 + 52\,\mathfrak{a}^5 + 6\,\mathfrak{a}^6]x + \\
&+ [+20 - 108\,\mathfrak{a} - 192\,\mathfrak{a}^2 - 112\,\mathfrak{a}^3 - 24\,\mathfrak{a}^4] = 0.
\end{aligned}$$

Diese liefert für x einen geschlossenen Werth:

$$x = \frac{5}{\mathfrak{a}} + 3 = \frac{3a+2}{a-1}$$

und die übrigen drei Wurzeln in Form von unendlichen Reihen.

Man erhält noch einen zweiten Genüge leistenden Werth von x, wenn man die aufsteigende Reihenentwickelung nach Potenzen von $a+1$ ordnet. Es ist aber hiezu nothwendig früher durch die Substitution $a = \mathfrak{a} - 1$ die transformirte Gleichung:

$$\begin{aligned}
&[-2\,\mathfrak{a}^2 - 7\,\mathfrak{a}^3 + 4\,\mathfrak{a}^4]x^4 + [+8 + 28\,\mathfrak{a} - 15\,\mathfrak{a}^2 + \mathfrak{a}^3 - 12\,\mathfrak{a}^4]x^3 \\
&+ [-4 - 4\,\mathfrak{a} + 38\,\mathfrak{a}^2 + 17\,\mathfrak{a}^3 - 18\,\mathfrak{a}^4 + 10\,\mathfrak{a}^5 - 2\,\mathfrak{a}^6]x^2 + \\
&+ [+40 - 68\,\mathfrak{a} + 77\,\mathfrak{a}^2 - 61\,\mathfrak{a}^3 + 32\,\mathfrak{a}^4 - 20\,\mathfrak{a}^5 + 6\,\mathfrak{a}^6]x + \\
&+ [-20 + 84\,\mathfrak{a} - 96\,\mathfrak{a}^2 + 80\,\mathfrak{a}^3 - 24\,\mathfrak{a}^4] = 0
\end{aligned}$$

abzuleiten, deren Coëfficienten nach Potenzen von $\mathfrak{a} = a + 1$ aufsteigend geordnet sind. Der geschlossene Werth von x bei dieser Gleichung ist ein einziger:

$$x = \frac{1}{\mathfrak{a}^2} = \frac{1}{a^2 + 2a + 1}$$

Es unterliegt nun keiner Schwierigkeit mehr, auch die beiden anderen Wurzeln in geschlossener Form zu finden. Dividirt man nämlich das Gleichungspolynom der ursprünglich gegebenen Gleichung durch das Product der beiden gefundenen Wurzelfactoren:

$$(a-1)x - 3a - 2 \text{ und } (a^2 + 2a + 1)x - 4,$$

so geht die quadratische Gleichung:

$$(4\,\mathfrak{a} + 5)x^2 - 2a^3 + 3 = 0$$

hervor, deren Wurzeln sind:

$$x = +\sqrt{\frac{2a^3 - 3}{4a + 5}} \text{ und } x = -\sqrt{\frac{2a^3 - 3}{4a + 5}}$$

Man gelangt also hier ohne Schwierigkeit und auf einem geregelten Wege zu den vier Genüge leistenden Functionen der vorgelegten Gleichung in geschlossener Form:

$$\frac{3a+2}{a-1}, \quad \frac{4}{a^2+2a+1}, \quad +\sqrt{\frac{2a^3-3}{4a+5}}, \quad -\sqrt{\frac{2a^3-3}{4a+5}}$$

Hier findet man Gelegenheit, sich durch den unmittelbaren Anblick von der Wahrheit der früheren Ergebnisse zu überzeugen; ja noch mehr, man sieht mit leichter Mühe ein, dass hier gerade die Untersuchung der Nenner auch für das Auffinden geschlossener Formen von Nutzen war, indem nur die nach Potenzen der Grössen $a—1$ und $a+1$ geordneten Entwickelungen geschlossene Formen für je eine Wurzel zu liefern im Stande sind. In unserer Absicht liegt es jedoch hier nicht, diesen Punkt vollkommen zu erledigen und die Regeln vollständig zu entwickeln, um geschlossene Formen der Wurzeln überall, wo es nur möglich ist, zu erhalten; nur so viel wollen wir bemerken, dass die hier eingeleiteten Untersuchungen dazu unentbehrlich wären. Auch die von Lagrange gelehrte Entwickelungsweise der Genüge leistenden Functionen in Form von Kettenbrüchen wäre ein geeignetes Mittel, um die in Form eines algebraischen Bruches mit geschlossenen Polynomen im Zähler und Nenner erscheinenden Genüge leistenden Functionen darzustellen. Mehr ins Detail dieser Aufgabe einzugehen, liegt hier nicht in unserem Plane.

Bei der Untersuchung der Nenner kann aber noch eine andere Frage auftauchen, nämlich: ob zwei verschiedene Nenner $(a—\alpha_1)^{k_1}$, $(a—\alpha_2)^{k_2}$ in einer und derselben oder in verschiedenen Wurzeln x erscheinen; mit anderen Worten: ob eine Wurzel in der Form: $\frac{\varphi(a)}{(a-\alpha_1)^{k_1}(a-\alpha_2)^{k_2}}$ oder zwei Wurzeln in der Form: $\frac{\varphi_1(a)}{(a-\alpha_1)^{k_1}}$ oder $\frac{\varphi_2(a)}{(a-\alpha_2)^{k_2}}$ bestehen. Diese Frage hat allerdings eine vollkommen bestimmte Bedeutung und lässt sich auch stets beantworten, allein die hier gegebenen Regeln, welche nur die Anfangsglieder der aufsteigenden Entwickelung in Berücksichtigung ziehen, reichen dazu nicht hin. Man muss dazu die sämmtlichen Wurzeln in mehreren Gliedern entwickeln und falls nicht die Form von $\varphi(a)$ oder $\varphi_1(a)$, $\varphi_2(a)$ zufällig eine geschlossene ist, das Ergänzungsglied der unendlichen Reihe mit in Betrachtung ziehen, wie am Schlusse dieser Abhandlung gezeigt wird. In jedem Falle nämlich muss man, geometrisch gesprochen, den Curvenast, dem der Nenner $(a—\alpha_1)^{k_1}$ angehört, so weit verfolgen, bis man in den Bereich des Werthes $a=\alpha_2$ gelangt, wo sich dann die Frage ohne Schwierigkeit entscheidet.

Anhang.

Einen nicht unwichtigen Aufschluss gewährt es, die in den Genüge leistenden Functionen erscheinenden einfachen Factoren kennen zu lernen. Dazu ist gleichfalls die aufsteigende Entwickelung dienlich, wenn man die Grösse $a—\alpha$, nach deren Potenzen die Reihe geordnet wird, entsprechend wählt. Man gelangt nämlich dann zu Anfangsgliedern von der Form $h_0(a—\alpha)^{\xi_0}$, wo ξ_0 einen positiven Werth besitzt, und gewinnt dadurch die Überzeugung, dass $(a—\alpha)^{\xi_0}$ ein Factor der Genüge leistenden Function ist. Dies ereignet sich immer dann, wenn für $a=\alpha$ der Coëfficient A_0 der niedrigsten Potenz von x verschwindet, d. h. wenn α eine Wurzel der Zahlengleichung $A_0=0$ ist. Die vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel eingeleitete Entwickelung würde in der Gleichung $P=0$ eine oder mehrere Wurzeln Null liefern, weil A_0 identisch gleich Null ist. Für das Aufsuchen der einfachen Factoren der Genüge leistenden Functionen einer Buchstabengleichung lässt sich eine ähnliche Regel aufstellen, wie zur Bestimmung der Nenner:

Man zerlege den letzten Coëfficienten A_0, der mit der niedrigsten Potenz von x multiplicirt ist, in seine einfachen Factoren $a—\alpha$ vermittelst Auflösung der Gleichung $A_0=0$ und leite

nun für jeden solchen Factor $a—\alpha$, die aufsteigend nach Potenzen desselben geordnete Reihenentwickelung x ein nach der bekannten Regel.

III. Bestimmung der Irrationalgrössen, welche in den Wurzeln der Gleichung vorkommen und eine Unterbrechung der Stetigkeit herbeiführen.

§. 8.

In §. 4 geschah Erwähnung gewisser specieller Werthe von a, für welche die nach der Grösse $\mathfrak{a} = a—\alpha$ aufsteigend geordnete Reihenentwickelung einer eigenthümlichen Störung unterliegt, wenn man hiezu die Mac-Laurin'sche Formel benützen will. Es geschieht nämlich, dass bei der Bestimmung eines gewissen späteren Entwickelungsgliedes ein Widerspruch in den Bedingungsgleichungen auftritt, wodurch man bemüssigt wird, zwei oder mehrere Wurzeln ganz und gar aufzugeben, weil es unmöglich ist, durch endliche Werthe der Coëfficienten Genüge zu leisten.

Dieser Widerspruch tritt nicht bei dem Anfangsgliede der Entwickelung, sondern erst bei einem Folgegliede auf, gibt sich also nicht anfangs, sondern erst im weiteren Verlaufe der Entwickelung kund. Diese Störung kann aber nur dann Platz greifen, wenn zwei oder mehrere verschiedene Wurzeln in den Anfangsgliedern übereinstimmen und ist an specielle Werthe von α gebunden, die wir dort der zweiten Gattung zugezählt haben. Es wurde auch dort gesagt, wiewohl nicht erwiesen, dass die von uns gezeigte Reihenentwickelung keinem solchen Übelstande unterliegen könne; dass sie vielmehr Aufschluss ertheile über den eigentlichen Grund dieser Störung, indem sie anfangs genau dieselben Entwickelungsglieder wie die Mac-Laurin'sche Formel liefert, aber dort, wo eben die Störung eintritt, ein Glied folgen lässt, welches a zu einer Potenz mit gebrochenem Exponenten erhoben aufweist, so zwar, dass man eine solche Störung stets einer Irrationalgrösse zu verdanken hat, welche unter dem Wurzelzeichen den Factor $\mathfrak{a} = a—\alpha$ besitzt. Sie gibt nicht nur darüber Aufschluss, sondern bezeichnet auch eine Anzahl Wurzeln, in welchen diese Irrationalgrösse je in ihren verschiedenen Bedeutungen erscheint.

In diesem Paragraphe soll einerseits diese früher gemachte Behauptung erwiesen und ferner noch das Wichtigste über die Bestimmung der in den Wurzeln der Gleichung erscheinenden Irrationalgrössen abgehandelt werden.

Wir erwählen daher einen Werth α der zweiten Gattung, d. h. eine Auflösung α der zwei Gleichungen:

$$P = 0 \text{ und } \frac{dP}{dx} = 0 \tag{36}$$

und bewerkstelligen nun die aufsteigende Entwickelung nach der Grösse $\mathfrak{a} = a — \alpha$ vermittelst der von uns gelehrten Entwickelungsmethode. Zu diesem Zwecke sind die Coëfficienten der Gleichung:

$$P = A_m x^m + A_{m-1} x^{m-1} + \ldots + A_1 x + A_0 = 0 \tag{37}$$

aufsteigend nach der Grösse a zu ordnen. Dieselben seien in dieser Gestalt folgende:

$$\begin{aligned} A_m &= \mathrm{A}_m + \mathrm{A}_m' \mathfrak{a} + \mathrm{A}_m'' \mathfrak{a}^2 + \ldots \\ A_{m-1} &= \mathrm{A}_{m-1} + \mathrm{A}_{m-1}' \mathfrak{a} + \mathrm{A}_{m-1}'' \mathfrak{a}^2 + \ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{38}$$

$$A_1 = A_1 + A_1' a + A_1'' a^2 + \ldots\ldots$$
$$A_0 = A_0 + A_0' a + A_0'' a^2 + \ldots\ldots$$

Es ist hier stillschweigend die Voraussetzung gemacht, dass A_m, A_{m-1}, ... A_1, A_0 von Null verschieden sind, eine Voraussetzung, die wohl in der Regel erfüllt sein wird. Nichts desto weniger gelten unsere unter dieser Voraussetzung gezogenen Folgerungen mit den betreffenden Änderungen auch für jene Fälle, wo einige dieser Grössen gleich Null ausfallen. Wir gehen vor der Hand über diese Fälle hinaus, und wollen sie später zur Sprache bringen.

Da in allen Coëfficienten die niedrigste Gradzahl von a Null ist, so wird ein einziger Werth, nämlich: $\xi_0 = 0$ gefolgert werden. Diesem Werthe entspricht die Bestimmungsgleichung:

$$A_m h_0^m + A_{m-1} h_0^{m-1} + \ldots\ldots + A_1 h_0 + A_0 = 0. \tag{39}$$

Die Anfangsglieder sämmtlicher Wurzeln x sind demnach von a frei und constante Zahlen, nämlich die für h_0 hervorgehenden Werthe.

Unter diesen werden hier zwei oder mehrere gleiche erscheinen, weil, der getroffenen Wahl des Werthes α entsprechend, die beiden Gleichungen (36) erfüllt sind. Die Auflösung dieser beiden Gleichungen besteht nämlich, wie bekannt, im Grunde darin, zuvörderst a dermassen zu wählen, dass für den speciellen Zahlwerth $a = \alpha$ die beiden Polynome P und $\frac{dP}{dx}$ einen x enthaltenden Factor gemeinschaftlich besitzen, der daher für einen entsprechenden Werth von x Null werden kann, wobei dann P und $\frac{dP}{dx}$ gleichzeitig verschwinden. Dieser gemeinschaftliche Factor ist nun wohl in der Regel nur vom ersten Grade, so zwar, dass man beim Nullsetzen desselben nur eine einzige Wurzel x gewinnt. Dann erscheint aber dieser Factor in $\frac{dP}{dx}$ nur einmal, in P hingegen zweimal, und der gewonnene Werth von x ist daher eine doppelte Wurzel der Gleichung (37) für $a = \alpha$ oder, was dasselbe ist, der Gleichung (39). Gelegentlich aber kann dieser für $a = \alpha$ in P und $\frac{dP}{dx}$ gemeinschaftlich erscheinende Factor nach x einem höheren Grade angehören und wird sich dann in mehrere einfache Wurzelfactoren zerlegen lassen, entweder in lauter von einander verschiedene, oder in gleiche. Jeder solche Wurzelfactor $x - h_0$ wird aber dann stets in P um einmal öfter erscheinen, als in $\frac{dP}{dx}$. Aus dem Gesagten geht daher hervor, dass man im Allgemeinen nur zwei gleiche Wurzeln h_0 mit Sicherheit erwarten könne, sich aber gelegentlich treffen wird, dass in Folge zufällig stattfindender Relationen drei und noch mehrere gleiche Wurzeln h_0, wohl auch mehrere verschiedene Gruppen von solchen auftreten. Alle diese verschiedenen Fälle nehmen Einfluss auf die gegenwärtige Untersuchung und wir werden desshalb all' diese verschiedenen Fälle gesondert zu untersuchen haben.

§. 9.

1. Der gewöhnlichste von allen ist derjenige, wo die Gleichung (39) zwei gleiche Wurzeln h_0 aufweist, wo also für diesen speciellen Werth h_0

$$A_m h_0^m + A_{m-1} h_0^{m-1} + \ldots\ldots + A_1 h_0 + A_0 = 0 \tag{39}$$

und

$$m A_m h_0^{m-1} + (m-1) A_{m-1} h_0^{m-2} + \ldots\ldots + A_1 = 0 \tag{40}$$

ist, aber

$$m(m-1)\mathrm{A}_m h_0^{m-2} + (m-1)(m-2)\mathrm{A}_{m-1} h_0^{m-3} + \ldots + 2\,\mathrm{A}_2 \tag{41}$$

von Null verschieden ausfällt.

Schreiten wir zur Bestimmung der Folgeglieder, die zu diesem Anfangsgliede h_0 gehören. Das auf h_0 folgende Glied wird hier, wie bekannt, nicht aus einer Gleichung des ersten, sondern aus einer des zweiten Grades gewonnen. Diese Gleichung ist folgende:

$$\mathfrak{H}_0 \mathfrak{a}^{\mathfrak{A}_0} + \mathfrak{H}_0' \mathfrak{a}^{\mathfrak{A}_0'} x_1 + \tfrac{1}{2}\mathfrak{H}_0'' \mathfrak{a}^{\mathfrak{A}_0''} . x_1^{\,2} = 0, \tag{42}$$

wo

$$\begin{aligned}
\mathfrak{H}_0 \mathfrak{a}^{\mathfrak{A}_0} &= [\mathrm{A}_m' h_0^m + \mathrm{A}_{m-1}' h_0^{m-1} + \ldots + \mathrm{A}_1' h_0 + \mathrm{A}_0']\mathfrak{a} \\
\mathfrak{H}_0' \mathfrak{a}^{\mathfrak{A}_0'} &= [m\,\mathrm{A}_m' h_0^{m-1} + (m-1)\mathrm{A}_{m-1}' h_0^{m-2} + \ldots + \mathrm{A}_1']\mathfrak{a} \\
\tfrac{1}{2}\mathfrak{H}_0'' \mathfrak{a}^{\mathfrak{A}_0''} &= \tfrac{1}{2}[m(m-1)\mathrm{A}_m h_0^{m-2} + (m-1)(m-2)\mathrm{A}_{m-1} h_0^{m-3} + \ldots + 2\,\mathrm{A}_2]
\end{aligned}$$

ausfällt, so lange

$$\mathrm{A}_m' h_0^m + \mathrm{A}_{m-1}' h_0^{m-1} + \ldots + \mathrm{A}_1' h_0 + \mathrm{A}_0' \tag{43}$$

von Null verschieden bleibt. Wendet man auf diese Gleichung die bekannte Regel zur Bestimmung der Anfangsglieder von x_1 an, so findet man dieselben in der doppelten Gestalt:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{2\mathfrak{H}_0}{\mathfrak{H}_0''}}\,\mathfrak{a}^{\frac{1}{2}} + \ldots, \quad x_1 = -\sqrt{-\frac{2\mathfrak{H}_0}{\mathfrak{H}_0''}}\,\mathfrak{a}^{\frac{1}{2}} + \ldots \tag{44}$$

Vergleichen wir dieses Ergebniss mit demjenigen, welches die Mac-Laurin'sche Formel geliefert hätte, so sehen wir, dass dort die Gleichung

$$\mathrm{P} = 0$$

mit der (39) identisch ist und daher die Anfangsglieder x mit den h_0 vollkommen übereinstimmen, die zweite der Gleichungen (6), die:

$$\mathrm{P}' . \mathrm{x}' + \mathrm{P}_1 = 0 \text{ oder } \mathrm{P}_1 = 0 \tag{45}$$

spricht einen Widerspruch aus, wenn man unter x eben jenen speciellen hier betrachteten Werth h_0 versteht, der als doppelte Wurzel der (39) erscheint, und zwingt daher, auf diese zwei Auflösungen x Verzicht zu leisten, während unsere Methode ohne alle Schwierigkeit zu den Folgegliedern führt. In denselben erscheint aber die Irrationalgrösse $\sqrt{\mathfrak{a}} = \sqrt{a - \alpha}$ und es ist auf diese Weise unmittelbar ersichtlich, dass die Mac-Laurin'sche Entwickelung hier auf einen Widerspruch stossen musste, da sie nur ganze Werthe der Exponenten von a voraussetzt. Es ist auch überflüssig, die Entwickelung weiter fortzuführen, um über das Vorkommen der Irrationalgrössen, die $a - \alpha$ unter dem Wurzelzeichen besitzen, Aufschluss zu erhalten; denn da mit der Bestimmung der zweiten Entwickelungsglieder (44) die mit dem gemeinschaftlichen Anfangsgliede h_0 versehenen zwei Wurzeln x isolirt sind, so ergeben sich die übrigen Glieder durch eine blosse Division und es kann daher keine neue Irrationalgrösse mehr in ihnen auftauchen.

2. Es sei h_0 eine doppelte Wurzel der (39), also auch die (40) erfüllt, der Ausdruck (41) aber von Null verschieden; ferner sei

$$\mathrm{A}_m' h_0^m + \mathrm{A}_{m-1}' h_0^{m-1} + \ldots + \mathrm{A}_1' h_0 + \mathrm{A}_0' = 0. \tag{46}$$

In diesem Falle geht die Bestimmung der zweiten Entwickelungsglieder in einer anderen Weise vor sich. Es ist nämlich dann:

$$\mathfrak{H}_0 a^{\mathfrak{A}_0} = [A_m'' h_0^m + A_{m-1}'' h_0^{m-1} + \ldots + A_1'' h_0 + A_0''] a^2, \tag{47}$$

während $\mathfrak{H}_0 a'^{\mathfrak{A}_0'}$ und $\mathfrak{H}_0 a''^{\mathfrak{A}_0''}$ die früheren Werthe fortbehalten. Die Gleichung (42) liefert nun für $x_,$ Anfangsglieder von der Form: $h_1 a$.

Die zur Bestimmung von $h_,$ dienende Gleichung

$$\begin{aligned} &A_m'' h_0^m + A_{m-1}'' h_0^{m-1} + \ldots + A_1'' h_0 + A_0'' + \\ &+ [m A_m' h_0^{m-1} + (m-1) A_{m-1}' h_0^{m-2} + \ldots + A_1'] h_1 + \\ &+ \tfrac{1}{2}[m(m-1) A_m h_0^{m-2} + (m-1)(m-2) A_{m-1} h_0^{m-3} + \ldots + 2A_2] h_1^2 = 0 \end{aligned} \tag{48}$$

ist vom zweiten Grade. Sie liefert in der Regel zwei verschiedene Werthe dafür, kann jedoch auch gleiche Wurzeln aufweisen. Findet das Erstere Statt, so erfolgt mit der Bestimmung des zweiten Entwickelungsgliedes die Trennung der noch nicht getrennten zwei Wurzeln und die weitere Entwickelung kann zu keinen Irrationalgrössen mehr führen, weil alle Folgeglieder durch Auflösung von Gleichungen des ersten Grades, also durch Division hervorgehen. Sind aber zwei gleiche Werthe von h_1 erhalten worden, also die zwei Wurzeln x in den zwei ersten Entwickelungsgliedern vollkommen übereinstimmend, so ist weder die Trennung der Wurzeln erfolgt, noch der Beweis geliefert, dass sie keine Irrationalgrösse beherbergen. Man wird daher zur Bestimmung der dritten Entwickelungsglieder $h_2 a^{\xi_2}$ schreiten. Da dieselben gleichfalls aus einer quadratischen Gleichung gezogen werden, deren Coëfficienten meistentheils die Factoren a^0, a^2, a^3 aufweisen, so wird gewöhnlich der Werth:

$$\xi_2 = 1\tfrac{1}{2} \tag{49}$$

hervorgehen, womit das Erscheinen der Irrationalgrösse $\sqrt{a} = \sqrt{\alpha - \alpha}$ in den beiden Wurzeln x erwiesen ist. Die dritten Entwickelungsglieder unterscheiden sich in einem solchen Falle nur durch das Zeichen von einander. Da dann gleichfalls die Trennung der Wurzeln erfolgt ist, so erscheint eine weitere Entwickelung für den hier beabsichtigten Zweck unnütz. Bisweilen ist aber die Anordnung der Coëfficienten der quadratischen Gleichung eine andere, und es erscheinen in ihren Coëfficienten die Factoren a^0, a^2, a^4, woraus der Werth:

$$\xi_2 = 2$$

hervorgeht. Dann ist aber eine gewisse Relationsgleichung erfüllt und tritt wieder die Form:

$$x = h_0 + h_1 a + h_2 a^2 + \ldots$$

in Giltigkeit. In der Regel gewinnt man zwei verschiedene Werthe von h_2, womit dann die Trennung der Wurzeln bewerkstelligt und der Beweis geliefert ist, dass keine solche Irrationalgrösse $\sqrt{a - \alpha}$ in den beiden Wurzeln erscheint. Bisweilen aber stimmen die beiden Wurzeln auch in diesem dritten Entwickelungsgliede überein. Es ist dann dies als Beweis anzusehen, dass die Entwickelung noch nicht weit genug geführt ist, um zu entscheiden, ob eine Irrationalgrösse $\sqrt{a - \alpha}$ wirklich vorhanden ist oder nicht. Man wird in derselben Weise, wie bisher, vorgehen und Glied für Glied entwickeln, so lange, bis die Trennung der Wurzeln

erfolgt. Sobald diese eintritt, liegt die Irrationalgrösse am Tage; wo nicht, so ist ihre Nichtexistenz ausser Zweifel gestellt.

Wenn der Leser gleichlaufend mit der hier eingeleiteten Untersuchung, jene andere auf die Mac-Laurin'sche Formel gestützte Entwickelungsweise, wie sie in §. 3 gezeigt wurde, verfolgt, so wird er sich mit leichter Mühe überzeugen, dass, so lange die Entwickelungsglieder die Form:

$$h_c - h_1 \mathrm{a} + h_2 \mathrm{a}^2 + \ldots\ldots$$

einhalten, beide Methoden vollkommen übereinstimmen, und dass sie erst bei dem Auftreten der Irrationalgrösse $\sqrt{a - a}$ von einander differiren. Unsere Methode liefert dieses Glied ohne Anstand, die Mac-Laurin'sche aber zeigt nur durch eine widersprechende Bedingungsgleichung, dass die ihr zu Grunde liegende Voraussetzung nicht mehr giltig sei.

Wir gewinnen hieraus die Regel, dass beim Auftreten von nur zwei gleichen Wurzeln h_0 der (39) in den entsprechenden Werthen x nur eine Irrationalgrösse $\sqrt{a - a}$ erscheinen könne. Um zu unterscheiden, ob dies wirklich geschehe oder nicht, hat man die zwei Werthe x aufsteigend nach der Grösse $\mathrm{a} = a - a$ zu entwickeln, bis die Trennung derselben erfolgt. Diese Entwickelung kann dann entweder vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel oder unserer Methode eingeleitet werden; für die Beantwortung dieser Frage sind beide Methoden gleich gut, ja völlig congruent. Unsere Methode besitzt den einzigen Vortheil, dass sie das isolirende Entwickelungsglied immer liefert, auch dann, wenn es irrational ist, während die Mac-Laurin'sche Formel nur die rationalen Entwickelungsglieder gibt, und das irrationale Entwickelungsglied durch einen auftauchenden Widerspruch anmeldet.

§. 10.

3. h_1 sei eine dreifache Wurzel der (39), also:

$$\mathrm{A}_m h_0^m + \mathrm{A}_{m-1} h_0^{m-1} + \ldots. + \mathrm{A}_1 h_0 + \mathrm{A}_0 = 0 \tag{50}$$

$$m\,\mathrm{A}_m h_0^{m-1} + (m-1)\,\mathrm{A}_{m-1} h_0^{m-2} + \ldots. + \mathrm{A}_1 = 0 \tag{51}$$

$$m\,(m-1)\,\mathrm{A}_m h_0^{m-2} + (m-1)(m-2)\,\mathrm{A}_{m-1} h_0^{m-3} + \ldots. + 2\,\mathrm{A}_2 = 0 \tag{52}$$

und

$$m(m-1)(m-2)\,\mathrm{A}_m h_0^{m-3} + (m-1)(m-2)(m-3)\,\mathrm{A}_{m-1} h_0^{m-4} + \ldots. + 6\,\mathrm{A}_3 \tag{53}$$

von Null verschieden.

Die Bestimmung des Folgegliedes $h_1 a^{\xi_1}$ hängt hier bekanntermassen von der Auflösung einer Gleichung des dritten Grades, nämlich der:

$$\mathfrak{H}_0\,\mathrm{a}^{\mathfrak{A}_0} + \mathfrak{H}_0'\,\mathrm{a}^{\mathfrak{A}_0'}\,\mathrm{x}_1 + \tfrac{1}{2}\mathfrak{H}_0''\,\mathrm{a}^{\mathfrak{A}_0''}\,\mathrm{x}_1^2 + \tfrac{1}{6}\mathfrak{H}_0'''\,\mathrm{a}^{\mathfrak{A}_0'''}\,\mathrm{x}_1^3 = 0 \tag{54}$$

ab. Gewöhnlich ist:

$$\mathfrak{H}_0\,\mathrm{a}^{\mathfrak{A}_0} = [\mathrm{A}_m' h_0^m + \mathrm{A}_{m-1}' h_0^{m-1} + \ldots. + \mathrm{A}_1' h_0 + \mathrm{A}_0']\,\mathrm{a} \tag{55}$$

$$\mathfrak{H}_0'\,\mathrm{a}^{\mathfrak{A}_0'} = [m\,\mathrm{A}_m' h_0^{m-1} + (m-1)\,\mathrm{A}_{m-1}' h_0^{m-2} + \ldots. + \mathrm{A}_1']\,\mathrm{a} \tag{56}$$

$$\tfrac{1}{2}\mathfrak{H}_0''\,\mathrm{a}^{\mathfrak{A}_0''} = [\tbinom{m}{2}\mathrm{A}_m' h_0^{m-2} + \tbinom{m-1}{2}\mathrm{A}_{m-1}' h_0^{m-3} + \ldots. + \mathrm{A}_2']\,\mathrm{a} \tag{57}$$

$$\tfrac{1}{6}\mathfrak{H}_0'''\,\mathrm{a}^{\mathfrak{A}_0'''} = [\tbinom{m}{3}\mathrm{A}_m h_0^{m-3} + \tbinom{m-1}{3}\mathrm{A}_{m-1} h_0^{m-4} + \ldots. + \mathrm{A}_3]\,. \tag{58}$$

Die Coëfficienten der (54) weisen daher bezüglich die Factoren: a, a, a, a^0 auf und man gewinnt den Werth:

$$\xi_1 = \tfrac{1}{3} \tag{59}$$

und zur Bestimmung von h_1 die binomische Gleichung des dritten Grades:

$$\begin{aligned} &A_m' h_0^m + A_{m-1}' h_0^{m-1} + \ldots + A_1' h_0 + A_0' + \\ &+ [\tbinom{m}{3} A_m h_0^{m-3} + \tbinom{m-1}{3} A_{m-1} h_0^{m-4} + \ldots + A_3] h_1^3 = 0. \end{aligned} \tag{60}$$

Man erhält also, wenn der Ausdruck (55) nicht Null ist, drei von einander verschiedene Werthe für $h_1 a^{\xi_1}$, enthalten in der Form:

$$-\sqrt[3]{\frac{A_m' h_0^m + A_{m-1}' h_0^{m-1} + \ldots + A_1' h_0 + A_0'}{\tbinom{m}{3} A_m h_0^{m-3} + \tbinom{m-1}{3} A_{m-1} h_0^{m-4} + \ldots + A_3}} \cdot a \tag{61}$$

wenn man diese dritte Wurzel der Reihe nach in ihren drei verschiedenen Bedeutungen nimmt. Jedes solche Glied gehört einer einzigen Wurzel x und es ist somit die Trennung der drei Wurzeln erfolgt und gleichzeitig die Anwesenheit der Irrationalgrösse $\sqrt[3]{a - a}$ in ihnen nachgewiesen. Dies ist auch die einzige in ihnen erscheinende Irrationalgrösse dieser Gattung, denn die ferneren Entwickelungsglieder gehen aus Gleichungen des ersten Grades hervor, und können daher keine neuen Wurzelgrössen beherbergen.

Wäre jedoch der Ausdruck (55) zufälliger Weise Null, so wird:

$$\mathfrak{H}_0 a^{\mathfrak{A}_0} = [A_m'' h_0^m + A_{m-1}'' h_0^{m-1} + \ldots + A_1'' h_0 + A_0''] a^2, \tag{62}$$

während $\mathfrak{H}'_0 a^{\mathfrak{A}_0'}$, $\frac{1}{2}\mathfrak{H}_0'' a^{\mathfrak{A}_0''}$ und $\frac{1}{6}\mathfrak{H}_0''' a^{\mathfrak{A}_0'''}$ ihre früheren Werthe behalten. Die Gleichung (54) birgt in ihren Coëfficienten dann die Factoren: a^2, a, a, a^0 und liefert jetzt zwei Werthe für ξ_1, nämlich:

$$\xi_1 = 1 \text{ und } \xi_1 = \tfrac{1}{2}$$

Die Bestimmungsgleichungen für $h_,$ sind bezüglich:

$$\begin{aligned} &A_m'' h_0^m + A_{m-1}'' h_0^{m-1} + \ldots + A_1'' h_0 + A_0'' + \\ &+ [m A_m' h_0^{m-1} + (m-1) A_{m-1}' h_0^{m-2} + \ldots + A_1'] h_1 = 0 \end{aligned} \tag{63}$$

$$\begin{aligned} &[m A_m' h_0^{m-1} + (m-1) A_{m-1}' h_0^{m-2} + \ldots + A_1'] h_1 + \\ &+ [\tbinom{m}{3} A_m h_0^{m-3} + \tbinom{m-1}{3} A_{m-1} h_0^{m-4} + \ldots + A_3] h_1^3 = 0. \end{aligned} \tag{64}$$

Die erste derselben liefert einen einzigen, die zweite aber zwei von einander und von Null verschiedene Werthe von $h_,$. Man findet dermassen drei Folgeglieder $h_, a^{\xi_1}$ und die Trennung der Wurzeln ist wieder bewerkstelligt. Die erste derselben besteht in der Form:

$$h_0 + h_1 a + h_2 a^2 + \ldots\ldots$$

die beiden anderen aber enthalten die Irrationalgrösse $\sqrt{a - a}$ und erscheinen in folgender Gestalt:

$$\begin{aligned} &h_0 + h_1 a^{\frac{1}{2}} + h_2 a + \ldots\ldots \\ &h_0 - h_1 a^{\frac{1}{2}} + h_2 a - \ldots\ldots \end{aligned} \tag{65}$$

Hiermit ist wieder die Untersuchung beendigt, weil durch die Trennung der Wurzeln das Hinzutreten einer neuen Irrationalgrösse bei fortgeführter Entwickelung unmöglich wird.

Es kann aber auch gleichzeitig der Ausdruck (55) und (56) Null werden, und dadurch $\mathfrak{H}_0 a^{\mathfrak{A}_0}$ und $\mathfrak{H}_0' a^{\mathfrak{A}_0'}$ in der Gleichung (54) die neuen Werthe erhalten:

$$\mathfrak{H}_0 a^{\mathfrak{A}_0} = [A_m'' h_0^m + A_{m-1}'' h_0^{m-1} + \ldots + A_1'' h_0 + A_0''] a^2 \tag{66}$$

$$\mathfrak{H}_0' a^{\mathfrak{A}_0'} = [m A_m'' h_0^{m-1} + (m-1) A_{m-1}'' h_0^{m-2} + \ldots + A_1''] a^2 \tag{67}$$

während $\mathfrak{H}_0'' a^{\mathfrak{A}_0''}$ und $\mathfrak{H}_0''' a^{\mathfrak{A}_0'''}$ bei ihren alten Werthen (57) und (58) belassen werden. Die Coëfficienten der Gleichung (54) weisen dann bezüglich die Factoren:

$$a^2 \ , \ a^2 \ , \ a \ , \ a^0$$

auf, und ihnen entspricht ein einziger Werth:

$$\xi_0 = \tfrac{2}{3} \tag{68}$$

Die Bestimmungsgleichung in h_1 ist eine binomische:

$$\begin{aligned} &A_m'' h_0^m + A_{m-1}'' h_0^{m-1} + \ldots + A_1'' h_0 + A_0'' + \\ &+ [\tbinom{m}{3} A_m h_0^{m-3} + \tbinom{m-1}{3} A_{m-1} h_0^{m-4} + \ldots + A_3] h_1^3 = 0 \end{aligned} \tag{69}$$

und liefert daher stets drei verschiedene Werthe für h_1. Das Folgeglied ist daher Folgendes:

$$h_1 a^{\xi_1} = -\sqrt[3]{\frac{A_m'' h_0 m + A_{m-1}'' h_0^{m-1} + \ldots + A_1'' h_0 + A_0''}{\tbinom{m}{3} A_m h_0^{m-3} + \tbinom{m-1}{3} A_{m-1} h_0^{m-4} + \ldots + A_3}} . a^{\frac{2}{3}} \tag{70}$$

wobei die dritte Wurzel in ihren drei verschiedenen Bedeutungen genommen werden muss. Es erfolgt also in diesem Falle die Trennung der Wurzeln im zweiten Entwickelungsgliede, welches die Irrationalgrösse $\sqrt[3]{a - a}$ aufweist.

Endlich können alle drei Ausdrücke (55), (56), (66) gleichzeitig Null sein, und daher die Coëfficienten der Gleichung (54) die Werthe erhalten:

$$\mathfrak{H}_0 a^{\mathfrak{A}_0} = [A_m''' h_0^m + A_{m-1}''' h_0^{m-1} + \ldots + A_1''' h_0 + A_0'''] a^3 \tag{71}$$

$$\mathfrak{H}_0' a^{\mathfrak{A}_0'} = [m A_m'' h_0^{m-1} + (m-1) A_{m-1}'' h_0^{m-2} + \ldots + A_1''] a^2 \tag{72}$$

$$\tfrac{1}{2} \mathfrak{H}_0'' a^{\mathfrak{A}_0''} = [\tbinom{m}{2} A_m' h_0^{m-2} + \tbinom{m-1}{2} A_{m-1}' h_0^{m-3} + \ldots + A_2'] a \tag{73}$$

$$\tfrac{1}{2 \cdot 3} \mathfrak{H}_0''' a^{\mathfrak{A}_0'''} = [\tbinom{m}{3} A_m h_0^{m-3} + \tbinom{m-1}{3} A_{m-1} h_0^{m-4} + \ldots + A_3]. \tag{74}$$

Die Coëfficienten weisen dann die Factoren:

$$a^3 \ , \ a^2 \ , \ a \ , \ a^0$$

auf und liefern demnach den Werth:

$$\xi_1 = 1$$

und für h_1 die Bestimmungsgleichung:

$$\begin{aligned} &A_m''' h_0^m + A_{m-1}''' h_0^{m-1} + \ldots + A_1''' h_0 + A_0''' + \\ &+ [m A_m'' h_0^{m-1} + (m-1) A_{m-1}'' h_0^{m-2} + \ldots + A_1''] h_1 + \\ &+ [\tbinom{m}{2} A_m' h_0^{m-2} + \tbinom{m-1}{2} A'_{m-1} h_0^{m-3} + \ldots + A_2'] h_1^2 + \\ &+ [\tbinom{m}{3} A_m h_0^{m-3} + \tbinom{m-1}{3} A_{m-1} h_0^{m-4} + \ldots + A_3] h_1^3 = 0. \end{aligned} \tag{75}$$

Die Wurzeln besitzen also die zwei Anfangsglieder:

$$x = h_0 + h_1 a + \ldots$$

und wir befinden uns jetzt wieder am Ausgangspunkt ähnlicher Distinctionen, wie beim Anfangsgliede h_0. Sind nämlich alle drei Wurzeln $h_,$ der Gleichung (75) von einander verschieden, so ist die Trennung der Wurzeln erfolgt, ohne alles Auftreten einer Irrationalgrösse, und es ist nunmehr ausser allem Zweifel, dass für $\alpha = \alpha$ die Stetigkeit dieser drei Wurzeln nicht unterbrochen ist und dass sie vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel entwickelbar sind. Finden sich aber unter den Wurzeln der Gleichung (75) gleiche vor, so können es wieder entweder doppelte oder dreifache sein. Sind zwei Wurzeln gleich, die dritte aber verschieden, so ist, nur eine einzige Wurzel x vollkommen isolirt und folglich auch erwiesenermassen von einer Irrationalgrösse von der betrachteten Gestalt frei, die beiden anderen stimmen aber in den aufgesuchten zwei ersten Entwickelungsgliedern überein und können daher nur die Irrationalgrösse $\sqrt{a - a}$ bergen, oder auch nicht. Man hat zur Entscheidung dieser Frage die Entwickelung dieser zwei Wurzeln noch weiter zu führen, so lange bis die Trennung derselben erfolgt. Sind endlich alle drei Wurzeln der (75) gleich, so hat man alle drei Werthe x weiter zu entwickeln und kann dann eben sowohl zur Irrationalgrösse $\sqrt{a - a}$ in zweien derselben, oder zur anderen $\sqrt[3]{a - a}$ in allen dreien, oder endlich zu keiner von beiden gelangen.

Wir erachten es nicht für nöthig, dies wirklich durchzuführen; die vorhergegangenen Untersuchungen erläutern es zur Genüge. Eben so wenig wollen wir jene anderen Fälle einer eigenen Betrachtung unterwerfen, wo die Gleichung (39) vier, fünf und allgemein r gleiche Wurzeln h_0 liefert. Diese Untersuchungen würden schon um Vieles complicirter ausfallen, im Wesentlichen aber doch nichts Neues bieten. Es würde sich zeigen, dass beim Auftreten von r gleichen Wurzeln h_0, die Irrationalgrössen $\sqrt[r]{a - a}$, $\sqrt[r-1]{a - a}$, ... $\sqrt{a - a}$, oder auch keine von ihnen auftritt. Es können entweder nur eine einzige, oder auch zwei oder noch mehrere derselben sich ergeben; Letzteres aber nur dann, wenn die Zahl r oder die unter ihr liegenden in zwei oder mehrere Factoren zerlegbar sind. So z. B. können bei 6 gleichen Wurzeln h_0, die Irrationalgrössen $\sqrt[6]{a - a}$, $\sqrt[5]{a - a}$, $\sqrt[4]{a - a}$, $\sqrt[3]{a - a}$ und $\sqrt{a - a}$ einzeln vorkommen, aber auch $\sqrt[3]{a - a}$ und $\sqrt{a - a}$ beide zugleich erscheinen. Die Irrationalgrösse erscheint immer in so vielen Wurzeln x, als ihr verschiedene Bedeutungen zukommen, also $\sqrt[r]{a - a}$ immer in r Wurzeln. Diese Wurzeln stimmen in allen vorhergehenden Entwickelungsgliedern überein, und unterscheiden sich erst in dem mit der Irrationalgrösse behafteten Entwickelungsgliede von einander. Alle diese Erscheinungen lassen sich ohne alle Schwierigkeit für jede Anzahl r gleicher Wurzeln ableiten, nur sieht man sich, wenn man dies allgemein thun will, in eine Unzahl von Distinctionen verwickelt. Vergleicht man dabei den Entwickelungsgang mit jenem, der sich auf die Mac-Laurin'sche Formel stützt, so bemerkt man die vollkommenste Übereinstimmung zwischen beiden, so lange in den Entwickelungsgliedern a mit ganzen und positiven Exponenten versehen ist; sobald aber ein gebrochener Werth des Exponenten auftaucht, tritt der Unterschied der beiden Methoden ans Tageslicht. Unsere Methode erweist sich fortan als brauchbar, während die andere durch eine widersprechende Bedingungsgleichung zu erkennen gibt, dass der Bereich ihrer Giltigkeit überschritten sei.

§. 11.

Fassen wir nun die Ergebnisse dieser Untersuchungen zusammen, so gelangen wir zur folgenden Regel, um die Irrationalgrössen kennen zu lernen, die in den Wurzeln einer gegebenen algebraischen Gleichung mit rationalen Coëfficienten erscheinen.

Erstens: Man füge zu der gegebenen Gleichung $P=0$ noch die durch einmaliges Differentiiren partiell nach x abgeleitete andere: $\frac{dP}{dx}=0$ hinzu und löse dieses System von zwei Gleichungen mit den zwei Unbekannten a und x nach a auf und notire alle so erhaltenen Werthe als a der zweiten Gattung.

Zweitens: Man unterwerfe nun jeden dieser Werthe a einer eigenen Untersuchung, welche die Frage zu beantworten hat, ob demselben eine Irrationalgrösse in den Wurzeln x entspricht oder nicht. Man leitet desshalb die aufsteigende Entwickelung nach Potenzen von $a=a-\alpha$ ein, aber führt dieselbe nur so weit durch, bis jede Wurzel x vollkommen isolirt ist. Bei der Bestimmung der Anfangsglieder erhält man unter ihnen gleiche, und zwar bald nur eine einzige Gruppe, bald aber auch mehrere. Nach der Bestimmung der Anfangsglieder schreitet man zur Entwickelung der Folgeglieder, vollführt diese aber nur bei jenen Wurzeln, die durch die Anfangsglieder noch nicht isolirt erscheinen, also an jenen Anfangsgliedern, die zweien oder mehreren Wurzeln gemeinschaftlich zukommen, und bestimmt nur so viele Folgeglieder, bis die Trennung der Wurzeln erfolgt ist. Auf diese Weise erhält man eine jede Wurzel in einer Anzahl von Anfangsgliedern entwickelt; in so vielen, als zu ihrer vollständigen Isolirung von allen übrigen hinreicht. Findet sich unter diesen Gliedern eines, und zwar meistentheils das letzte mit einem gebrochenen Exponenten von a versehen, so liegt es am Tage, dass die betreffende Wurzel x eine Irrationalgrösse beherbergt, wo $a-\alpha$ als Factor unter dem Wurzelzeichen erscheint. Der Nenner des gebrochenen Exponenten ist zugleich der Index dieses Wurzelzeichens. Ist hingegen unter den entwickelten Gliedern keines mit einem gebrochenen Exponenten versehen, so ist es auch ausser allem Zweifel, dass diese Wurzel keine solche Irrationalgrösse mit $a-\alpha$ als Factor unter dem Wurzelzeichen beherberge. Da diese Untersuchung der Reihe nach an allen Werthen a vorgenommen wird, die durch Auflösung des oberwähnten Systems von zwei Gleichungen $P=0$, $\frac{dP}{dx}=0$ erhalten wurden, so gelangt man zu allen einfachen Factoren, aus welchen die Irrationalgrössen in den Wurzeln bestehen.

§. 12.

Wir müssen noch einige wichtige Bemerkungen folgen lassen, die sich auf specielle Fälle beziehen, von denen bisher keine Erwähnung geschah. Diese Fälle sind folgende zwei:

1. Es kann geschehen, dass das System von zwei Gleichungen, das zu dem Werthe a der zweiten Gattung führen soll, einen Werth der ersten Gattung liefert, d. h. einen solchen, der einem Nenner in den Wurzeln entspricht, und

2. dass die zwei Gleichungen einen gemeinschaftlichen Factor aufweisen und folglich für jeden beliebigen Werth von a erfüllbar sind. Geschieht das Letztere, so ist der Beweis hergestellt, dass die gegebene Gleichung $P=0$ gleiche Wurzeln x besitzt.

In dem ersteren dieser beiden Fälle benimmt man sich auf ganz gleiche Weise, wie sonst. Da der Werth α gleichzeitig der ersten und zweiten Gattung angehört, so werden nur unter den Anfangsgliedern auch solche mit negativem Werthe von ξ_0 erscheinen. Auf die weitere Entwickelung hat dies aber keinen Einfluss, sondern man entwickelt jede Wurzel x so weit, bis sie isolirt erscheint.

Der zweite dieser beiden Fälle aber bedarf einer ganz anderen Behandlung, denn da nun erwiesen ist, dass die gegebene Gleichung $P=0$ gleiche Wurzeln besitzt, so wird es niemals gelingen, alle Wurzeln bis zur vollständigen Isolirung entwickeln zu können; die gleichen Wurzeln werden fortan in den Entwickelungsgliedern übereinstimmen. Andererseits aber ist auch die Angabe der Werthe α der zweiten Gattung noch mangelhaft, und es können in den gleichen Wurzeln Irrationalgrössen erscheinen, deren Werthe α unter den aufgesuchten nicht vorfindig sind. Man kann in diesem Falle wohl verschiedene Wege einschlagen, die alle zum Ziele führen; am einfachsten ist es aber jedenfalls, den in P und $\frac{dP}{dx}$ gemeinschaftlich erscheinenden Factor auf bekannte Weise zu suchen. Derselbe kann im Allgemeinen eine Function beider Buchstabengrössen x, α sein. Setzt man ihn nun gleich Null, so liegt eine Partialgleichung vor, die jedenfalls weit einfacher ist, als die ursprünglich gegebene $P=0$. Durch Auflösung derselben wird man gewisse Werthe von x finden, die auch die $P=0$ erfüllen und namentlich in derselben als wiederholte Wurzeln erscheinen. Jedenfalls wird man aus dieser neuen Partialgleichung mit viel geringerer Mühe alle auf diese gleichen Wurzeln x Bezug habenden Fragen beantworten, also auch die in ihnen erscheinenden Irrationalgrössen ermitteln können, denn in ihr erscheint jede wiederholte Wurzel der Gleichung $P=0$ um einmal minder oft. Die doppelten Wurzeln der $P=0$ erscheinen hier als einfache und lassen sich daher jedenfalls isoliren. Wiederholte Wurzeln können in ihr nur erscheinen, wenn $P=0$ dreifache, vierfache Wurzeln u. s. w. besass, und selbst in diesem Falle kann man immer zu einer einfacheren Gleichung gelangen, welche diese wiederholten Wurzeln nur einmal besitzt, und bei der demnach die Isolirung derselben und folglich auch jede auf Irrationalgrössen Bezug habende Untersuchung ohne Schwierigkeit ausgeführt werden kann. Der Fall, wo $P=0$ wiederholte Wurzeln besitzt, ist überhaupt stets viel günstiger als derjenige, wo dies nicht der Fall ist, denn in den meisten Fällen gelingt es, diese wiederholten Wurzeln in geschlossener Form zu finden, und man ist dadurch alsogleich vieler mühsamen Untersuchungen überhoben.

In den bisherigen Untersuchungen wurde in der ursprünglich gegebenen Gleichung $P=0$ das Gleichungspolynom P als ganzes und rationales vorausgesetzt. Nichts desto weniger gilt alles bisher Gesagte ebenfalls für die anderen Fälle, wo im Gleichungspolynome $P=S[Ha^{\mathfrak{a}}x^{\mathfrak{x}}]$ auch gebrochene oder negative Exponenten $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{x}$ erscheinen. Es ist zwar Sitte jede irrationale oder gebrochene Gleichung in eine rationale und ganze zu verwandeln, allein diese Transformation ist keine nothwendige und nur in gewissen Fällen von Vortheil. Uns ist hier nicht der Raum gestattet, näher darauf einzugehen. Wir wollen nur die Bemerkung machen, dass bei Gleichungen, die nach x ganz und rational sind, also in der Form:

$$A_m x^m + A_{m-1} x^{m-1} + A_{m-2} x^{m-2} + \ldots + A_2 x^2 + A_1 x + A_0 = 0$$

erscheinen, bei welchen aber die Coëfficienten A irrationale Elemente in sich bergen, dieselben auch im Allgemeinen in einer oder mehreren Wurzeln vorkommen. Die genauen Angaben

über das Erscheinen dieser Irrationalgrössen liefert auch hier die genügend weit fortgesetzte aufsteigende Entwickelung der Wurzel x nach Potenzen einer schicklich gewählten Grösse α—α; hier aber reicht es nicht hin, die Entwickelung nur bis zur Isolirung der einzelnen Wurzeln fortzusetzen, weil diese in den Coëfficienten der Gleichung erscheinenden Irrationalgrössen gelegentlich nur einer einzigen Wurzel x zukommen und erst in den späteren Entwickelungsgliedern auftreten können. Man ist desshalb verhalten, entweder sich in einer anderen Weise die Überzeugung zu verschaffen, dass die beliebig weit fortgesetzte Entwickelung kein neues irrationales Element mehr bringen könne oder aber zur entsprechenden Gleichung überzugehen, bei der die irrationalen Elemente immer in einer Gruppe von Wurzeln x gleichzeitig erscheinen und an ihr die Entwickelung bis zur vollständigen Isolirung der Wurzeln vorzunehmen.

Das Aufsuchen der irrationalen Elemente in den Wurzeln x hat im Grunde nur eine untergeordnete Bedeutung, da sie nicht wie die absteigende Entwickelung und die Bestimmung der Nenner über eine Haupteigenschaft der Genüge leistenden Functionen Aufschluss ertheilt. Diese beiden letztgenannten Untersuchungen führen nämlich zu allen Asymptoten der Curve, deren Gleichung $P=0$ ist und gerade die Kenntniss der Curven in ihrem unendlichen Verlaufe ist für den mathematischen Forscher meistentheils die wichtigere. Die Bestimmung der in den Wurzeln erscheinenden irrationalen Elemente hat aber einen anderen Nutzen; sie macht es nämlich gar nicht selten möglich, die Wurzeln einer Gleichung höheren Grades in geschlossener Form zu finden, indem sie die nöthigen Andeutungen gibt, ob eine solche erwartet werden, und den Weg bezeichnet, auf dem man zu derselben gelangen könne. Die nachfolgenden Beispiele werden über diesen Punkt einige Aufklärung geben. In unserer Absicht liegt es aber keineswegs diesen Gegenstand vollständig zu erschöpfen. Die Entscheidung der Frage, ob geschlossene Formen der Genüge leistenden Functionen bei einer vorgelegten Buchstabengleichung wirklich vorhanden seien und wie man die wirklich bestehenden durch ein geregeltes analytisches Verfahren und ohne Probiren gewinnen könne, bildet vielmehr ein Problem, das bisher, so zu sagen, noch nicht im Entferntesten seiner Lösung entgegen sieht. Die hier gegebenen Andeutungen gelten nur für die einfachsten Fälle.

§. 13.

Wir wollen nun hier einige Beispiele zur Erläuterung folgen lassen.

Erstes Beispiel:

$$x^5 - 2a^2x^4 + [a^4 - a - 1]x^3 + [4a^2 + a - 5]x^2 + [-2a^4 - 2a^3 + 10a^2 + 2a - 2]x + \\ + [a^5 - 5a^4 - a^2 + 6a - 5] = 0,$$

fügen wir zu dieser gegebenen Buchstabengleichung ihre Derivirte hinzu:

$$5x^4 - 8a^2x^3 + 3[a^4 - a - 1]x^2 + 2[4a^2 + a - 5]x + [-2a^4 - 2a^3 + 10a^2 + 2a - 2] = 0,$$

so findet man für $a=1$, $x=1$ beide Gleichungen gleichzeitig erfüllt. Der Werth $a=1$ ist daher vielleicht ein unstetig machender Werth der zweiten Gattung. Wir wollen ihn in Bezug

dieser Eigenschaft genauer untersuchen. Es ist zu diesem Zwecke die aufsteigende Reihenentwickelung von x, geordnet nach Potenzen der Grösse $a-1=\mathfrak{a}$ einzuleiten und desshalb die gegebene Gleichung vermittelst der Substitution $a=\mathfrak{a}+1$ zu transformiren in die:

$$x^5+[-2-4\,\mathfrak{a}-2\,\mathfrak{a}^2]x^4+[-1+3\,\mathfrak{a}+6\,\mathfrak{a}^2+4\,\mathfrak{a}^3+\mathfrak{a}^4]x^3+[9\,\mathfrak{a}+4\,\mathfrak{a}^2]x^2+$$
$$+[+6+8\,\mathfrak{a}-8\,\mathfrak{a}^2-10\,\mathfrak{a}^3-2\,\mathfrak{a}^4]x-4-11\,\mathfrak{a}-21\,\mathfrak{a}^2-10\,\mathfrak{a}^3+\mathfrak{a}^5=0$$

bei welcher die aufsteigende Entwickelung von x alsogleich eingeleitet werden kann. Man findet hier für ξ_0 einen einzigen Werth: $\xi_0=0$ und für h_0 die Bestimmungsgleichung:

$$h^5-2h^4-h^3+6h-4=0.$$

Ihre Wurzeln sind die drei einfachen: $h=2$, $h=-1+\sqrt{-1}$, $h=-1-\sqrt{-1}$ und die doppelte: $h=1$. Dieser letzteren entspricht das Anfangsglied $x_0=1$, gehörig zu zwei Entwickelungsreihen von x und diese sind weiter zu entwickeln. Man findet zum Anfangsgliede $x_0=1$ zwei verschiedene Folgeglieder $h_1\,a^{\xi_1}$, nämlich:

$$x_1=1+\mathfrak{a}^{\frac{1}{2}} \text{ und } x_1=1-\mathfrak{a}^{\frac{1}{2}}.$$

Mit der Bestimmung der Folgeglieder tritt also die Trennung auch dieser beiden Wurzeln x ein, und es ist zugleich die Irrationalgrösse $\sqrt{a}$ in demselben ersichtlich gemacht.

Eie Entwickelung braucht man nicht weiter fortzusetzen, denn die Isolirung der Wurzeln ist erfolgt und somit dargethan, dass auch in allen späteren Folgegliedern nur die Irrationalgrösse $\sqrt{a}$ erscheinen könne. Hier aber gelangt man bei fortgesetzter Entwickelung zu den geschlossenen Ausdrücken:

$$x=1\pm\mathfrak{a}^{\frac{1}{2}}+2\,\mathfrak{a}+\mathfrak{a}^2.$$

Zweites Beispiel:

$$x^3+(3\,a-3)x^2+(3\,a^2-6\,a+3)x+a^3-3\,a^2+2\,a+1=0.$$

Zur Ermittelung der Werthe a der zweiten Gattung hat man die derivirte Gleichung hinzuzufügen:

$$3\,x^2+(6\,a-6)x^2+3\,a^2-6\,a=0.$$

Diese beiden Gleichungen sind gleichzeitig erfüllt für $a=2$, $x=-1$. Ausser dieser Auflösung besteht keine andere mehr.

Man hat nun die aufsteigend nach Potenzen von $\mathfrak{a}=a-2$ geordnete Reihenentwickelung einzuleiten, und zwar bei der durch die Substitution $a=\mathfrak{a}+2$ abgeleiteten Gleichung:

$$x^3+(3+3\,\mathfrak{a})x^2+(3+6\,\mathfrak{a}+3\,\mathfrak{a}^2)x+(1+2\,\mathfrak{a}+3\,\mathfrak{a}^2+\mathfrak{a}^3)=0.$$

Leitet man dieselbe wirklich ein, so findet man ein einziges Anfangsglied: $x_0=-1$ für alle drei Wurzeln, hiezu aber drei verschiedene Folgeglieder:

$$x_1=-1+\mathfrak{a}^{\frac{1}{3}}$$
$$x_1=-1+\tfrac{1}{2}[-1+\sqrt{-3}]\,\mathfrak{a}^{\frac{1}{3}}$$
$$x_1=-1+\tfrac{1}{2}[-1-\sqrt{-3}]\,\mathfrak{a}^{\frac{1}{3}}$$

somit erscheint die Irrationalgrösse $\sqrt[3]{\mathfrak{a}}=\sqrt{a-2}$ in allen drei Wurzeln.

Bei diesem Beispiele schliesst sich die Entwickelung beim dritten Gliede von selbst und man findet folglich x in geschlossener Form:

$$x = -1 + \sqrt[3]{a_{\frac{1}{2}}} - a = -a + 1 + \sqrt[3]{a-2}.$$

Drittes Beispiel:

$$(a^2-a-2)x^5 + (-2a^2+a-3)x^4 + (-3a^3+4a^2+6a-1)x^3 + (6a^3+2a^2+4a-10)x^2 + \\ + (-3a^3-10a^2+8a-15)x + (5a^2-5) = 0.$$

Hier ergibt sich $a = \frac{1}{5}$ als ein Werth von a der zweiten Gattung, denn es sind für $a = \frac{1}{5}$, $x = -\frac{2}{3}$ die vorgelegte Gleichung und ihre Derivirte:

$$5(a^2-a-2)x^4 + 4(-2a^2+a-3)x^3 + 3(-3a^3+4a^2+6a-1)x^2 + \\ + 2(6a^3+2a^2+4a-10)x + (-3a^3-10a^2+8a-15) = 0$$

gleichzeitig erfüllt. Um nun die aufsteigende Entwickelung von x, geordnet nach Potenzen von $(a-\frac{1}{5})$ oder von $(5a-1) = \mathrm{a}$ einzuleiten, hat man zuerst die Substitution $a = \frac{1}{5}(\mathrm{a}+1)$ auszuführen und gelangt so zur transformirten Gleichung:

$$(-270-15\,\mathrm{a}+5\,\mathrm{a}^2)x^5 + (-360+5\,\mathrm{a}-10\,\mathrm{a}^2)x^4 + (+42+181\,\mathrm{a}+11\,\mathrm{a}^2-3\,\mathrm{a}^3)x^3 + \\ + (-1134+138\,\mathrm{a}+28\,\mathrm{a}^2+6\,\mathrm{a}^3)x^2 + (-1728+91\,\mathrm{a}-59\,\mathrm{a}-3\,\mathrm{a}^2)x + \\ + (-600+50\,\mathrm{a}+25\,\mathrm{a}^2) = 0.$$

Hier findet man das Anfangsglied:

$$x_0 = -\frac{2}{3}$$

zweien Wurzeln entsprechend, allein die zugehörigen Folgeglieder sind verschieden und rational:

$$x_1 = -\frac{2}{3} + \frac{5}{18}\mathrm{a}; \quad x_1 = -\frac{2}{3} - \frac{5}{27}\mathrm{a}$$

und es folgt hieraus, dass der Werth $a = \frac{1}{5}$ keine Unterbrechung der Stetigkeit bewirkt, weil die Trennung dieser beiden Wurzeln ohne Auftauchen von Irrationalgrössen erfolgt.

Bestimmung des Ergänzungsgliedes für die unendlichen Reihen und Beurtheilung ihrer Convergenz. Anwendbarkeit der auseinandergesetzten Auflösungsmethoden im Gebiete der analytischen Geometrie insbesondere zur Bestimmung der Asymptoten für Curven von einfacher Krümmung.

EINLEITUNG.

Die im Vorhergehenden auseinandergesetzten Auflösungsmethoden gründen sich im Wesentlichen auf Reihenentwickelungen und liefern die Wurzeln der Buchstabengleichung meistentheils nicht in geschlossener Form, sondern nur in einer gewissen Annäherung. In der Regel nämlich lässt sich das zur Bestimmung der Folgeglieder dienende Rechnungsverfahren ins Unendliche fortsetzen, weil das durch Substitution der gewonnenen Entwickelungsglieder in das Gleichungspolynom hervorgehende Substitutionsresultat gewöhnlich von Null verschieden bleibt. Die erwähnten Auflösungsmethoden sind daher streng genommen keine solchen, weil sie für die Unbekannte x Werthe liefern, die im Allgemeinen das Gleichungspolynom nicht auf Null bringen, und erscheinen bisher nur für jene Fälle gerechtfertigt, in denen die Reihenentwickelung sich von selbst schliesst. In allen übrigen Fällen aber, in welchen die Reihenentwickelung sich ins Unendliche fortsetzen lässt, ist erst die Frage zu beantworten, ob und unter welchen Bedingungen man bei fortgesetzter Entwickelung, d. h. durch das Hinzufügen neuer Folgeglieder, sich dem wahren Wurzelwerthe von x fortwährend nähert oder davon entfernt. Nur auf solche Weise können die gelehrten Reihenentwickelungen ihre volle Rechtfertigung erlangen und ein Missbrauch derselben vermieden werden, und es geht hieraus die Nothwendigkeit einer weiteren Untersuchung hervor, welche zu bestimmen hat, ob der durch Abbrechen der Reihenentwickelung gewonnene Ausdruck, wenn auch nicht als exacter, so doch als ein angenäherter Werth von x angesehen werden könne. Diese Untersuchung wird aber noch mehr leisten, denn sie wird die richtige und vortheilhafteste Gebrauchsweise der verschiedenen Entwickelungsarten angeben. Die Auflösung einer Buchstabengleichung $F(x, a) = 0$ kann stets durch das Verzeichnen einer Curve von einfacher Krümmung versinnlicht werden. Die hier besprochenen Auflösungsmethoden bezwecken aber meistentheils nicht die vollkommen genaue Verzeichnung dieser Curve, sondern begnügen sich, ein hinlänglich angenähertes Bild derselben zu entwerfen, indem sie die complicirte Curve stückweise aus einfachen Linien zusammensetzt. Damit aber diese, aus ganz differenten Linienstücken zusammengesetzte Zeichnung, wenn gleich kein vollkommen genaues, so doch ein hinlänglich angenähertes Bild der wirklichen Curve gebe, ist eine zweckmässige Anordnung und vortheilhafte Abtheilung der Curve in Stücke erforderlich. Dies ist der Zweck der nachfolgenden Untersuchungen.

Die Aufgabe, die wir uns stellen, ist eine doppelte: erstens, wenn man durch die eingeleitete und bei einem beliebigen Gliede abgebrochene Reihenentwickelung sich einen Bestandtheil x_r, bestehend aus $r + 1$ Anfangsgliedern verschafft hat, so soll für den Fehler, den man begehen würde, wenn man diesen Ausdruck als einen Werth von x annähme, ein

zu angenäherten Werthen führen, aber für den beabsichtigten Zweck genau dasselbe leisten, wie vollkommen geschlossene Ausdrücke.

Schon früher und zu wiederholten Malen wurde die Bemerkung gemacht, dass die bekannten Regeln zur algebraischen Division und zum Wurzelausziehen nur specielle Anwendungen seien der hier erörterten allgemeinen Auflösungsmethode, angewendet auf binomische Gleichungen des ersten und höheren Grades. Diese beiden einfachen Rechnungsoperationen führen nur in speciellen Fällen zu geschlossenen Ausdrücken, meistentheils aber lassen sie sich ins Unendliche fortsetzen. Bricht man nun die Rechnung irgendwo ab, so ist das gewonnene Resultat (Quotient oder Wurzel) fehlerhaft. Um denselben fehlerfrei zu erhalten, muss man noch ein Ergänzungsglied hinzufügen. Bei der Division von Polynomen hat man nämlich zum unvollständigen Quotienten noch einen Bruch hizuzufügen, dessen Zähler der letzte Partialrest und dessen Nenner der Divisor ist. Dieser aus dem letzten Reste und dem Divisor gebildete Bruch gibt den bestehenden Fehler ganz genau an, und zwar für jeden beliebigen Werth der darin erscheinenden Buchstabengrösse.

Man kann aber auch die Frage sich vorlegen, ob und für welche Werthe der unabhängigen Buchstabengrösse die unendliche Reihe, welche bei fortgesetzter Division hervorgeht und die bekanntlich eine recurrirende genannt wird, convergent sei, und auch diese Frage lässt sich mit Leichtigkeit beantworten.

Diese zwei Fragen nun, welche in bekannter Weise schon bei der algebraischen Division und beim Wurzelziehen beantwortet sind, sollen nun auch für den allgemeinen Fall, nämlich bei der Auflösung einer Buchstabengleichung höheren Grades, ihre Erledigung finden. Dies ist aber der Zweck der nachfolgenden Untersuchungen. Die Ergebnisse dieser allgemeinen Untersuchungen werden, wie sich dies von selbst versteht, für den einfachen Fall einer binomischen Gleichung des ersten oder eines höheren Grades, mit den bereits bekannten, für die algebraische Division von Polynomen und das Wurzelziehen geltenden vollkommen übereinstimmen.

Bevor wir jedoch zur wirklichen Beantwortung dieser beiden Fragen schreiten, ist es unerlässlich, sich von ihrer Bedeutung eine vollkommen klare und deutliche Vorstellung zu verschaffen, weil nur auf solche Weise ihre Beantwortung möglich wird. Die erste derselben erheischt die Vergleichung des gefundenen Bestandtheiles x_r, der ein vollkommen bestimmter und bekannter Ausdruck ist, mit dem exacten Wurzelwerthe $\varphi(a)$ von x, der selber noch unbekannt und nur durch die Gleichung bestimmt ist, und es soll bei dieser Vergleichung entschieden werden, ob die Relation $x_r > \varphi(a)$ oder die entgegengesetzte $x_r < \varphi(a)$ besteht und welchen numerischen Werth der Fehler $\varphi(a) - x_r$ erlangen könne. Da die beiden in Vergleich zu bringenden Grössen x_r, $\varphi(a)$ Functionen von a und keine bestimmten Zahlen sind, so kann offenbar die Entscheidung nicht für beliebige, sondern nur für bestimmte und specielle Werthe von a bewerkstelligt werden, denn eine jede der drei Relationen:

$$x_r < \varphi(a) \;,\; x_r = \varphi(a) \;,\; x_r > \varphi(a)$$

kann gelegentlich, d. h. für gewisse Werthe von a erfüllt sein. Man hätte demnach eigentlich für alle möglichen Werthe von a, also für das ganze unendliche Intervall von $-\infty$ bis $+\infty$ diese Vergleichung von x_r mit $\varphi(a)$ durchzuführen und für jede der drei angeführten Relationen die zugehörigen Werthe von a aufzuzählen. Diese Vergleichung der beiden Functionen x_r, $\varphi(a)$ würde nicht einmal hinreichen, weil bekanntlich unter den Wurzeln einer

algebraischen Gleichung auch imaginäre erscheinen können, so zwar, dass also gelegentlich x_r und $\varphi(a)$ für gewisse Intervalle von a imaginäre Zahlwerthe erlangen können, denn dann haben die Relationen $x_r < \varphi(a)$, $x_r > \varphi(a)$, die sich nur auf reelle Zahlen erstrecken, keinen Sinn mehr; ja die vollständige Beantwortung dieser Frage würde sogar fordern, nicht blos die reellen, sondern auch die imaginären Werthe von a zu erschöpfen.

Zudem ist es nicht genügend, $\varphi(a)$ als irgend eine beliebige Wurzel der Gleichung $P=0$ anzusehen, sondern man ist genöthigt, eine bestimmte Wurzel darunter zu verstehen. Dies ist in den oberwähnten Fragen auch, wie wohl nur stillschweigend, niedergelegt und namentlich unter $\varphi(a)$ daselbst jene Wurzel der Gleichung verstanden, deren Entwickelung eben mit der Gliedersumme x_r beginnt. Da nun meistentheils diese Gliedersumme einer einzigen Wurzel eigen ist, so hat auch die gestellte Frage eine vollkommen bestimmte Bedeutung. Trotzdem aber, dass unter diesen Umständen die gestellte Frage eine vollkommen bestimmte ist, würde es dennoch schwer halten, diese bestimmte Wurzel $\varphi(a)$ für alle möglichen Werthe von a festzuhalten und von den übrigen zu unterscheiden. Diese Unterscheidung ist zwar immer möglich, aber nicht immer auf eine leichte Art. Glücklicherweise benöthigt man aber die vollständige Erledigung der gestellten Fragen nicht. Reihenentwickelungen erweisen sich nämlich nur so lange vortheilhaft, als sie einen bedeutenden Grad von Convergenz besitzen, so zwar, dass man mit einer verhältnissmässig geringen Anzahl von Anfangsgliedern dem wahren Wurzelwerthe hinreichend nahe kommt. Die absteigende Reihenentwickelung wird nur für numerisch grosse Werthe von a mit Vortheil benützt, die aufsteigend nach Potenzen von $\mathfrak{a} = a - a$ fortschreitende, aber für die nahe an Null liegenden Werthe von $\mathfrak{a}$ einen bequemen Verbrauch verstatten. Es wird daher genügen, die Beantwortung der obigen Fragen nur für solche, einen praktischen Nutzen versprechenden Werthe von a vorzunehmen und alle übrigen Bereiche von a ausser Acht zu lassen. In all' diesen Fällen geschieht aber das Hervorheben der bestimmten Wurzel $\varphi(a)$ leicht und sicher.

I. Bestimmung des Ergänzungsgliedes.

§. 1.

Wir schreiten nun zur Beantwortung der ersten der beiden aufgestellten Fragen, nämlich zur Bestimmung der Fehlergrenze oder des Ergänzungsgliedes Δ, welches über die mögliche Grösse der Summe aller nicht entwickelten, auf die Gliedersumme x_r folgenden Glieder, also auch über die Grösse des bestehenden Fehlers Aufschluss ertheilt. Wir sind aber genöthigt, die nachfolgenden Untersuchungen auf den einfachsten Fall zu beschränken, wo die in Betrachtung zu ziehenden Grössen x_r, x, a reelle Werthe besitzen, alle anderen hingegen unberücksichtigt zu lassen. Es genügt auch eine einfache Überlegung, dass die hier nicht berücksichtigten Fälle eigentlich zu einem complicirteren Probleme gehören, nämlich zur Auflösung eines Systemes von Gleichungen, denn sobald eine oder mehrere der Grössen x_r, x, a imaginär sind, lässt sich jede derselben in zwei Theile trennen, in den reellen und in den mit $\sqrt{-1}$ multiplicirten und auch die Gleichung $P=0$ zerfällt dann in zwei, die beide gleichzeitig erfüllt werden müssen und dies ist auch der Grund, wesshalb sie hier füglich nicht erledigt werden können.

Eine zweite Voraussetzung, zu der wir durch die Natur der Aufgabe genöthigt sind, ist, dass x_r eine isolirende Gliedersumme, d.h. einer einzigen Wurzel x eigen sei. Im Vorhergehenden wurde schon zu wiederholten Malen erwähnt, dass man stets von dieser Voraussetzung ausgehen könne, weil man durch hinlänglich weit fortgesetzte Entwickelung fast immer dahin gelangt, oder, falls gleiche Wurzeln x in der ursprünglichen Gleichung $P=0$ erscheinen, deren Trennung niemals erfolgen könnte, durch Sonderung eines gemeinschaftlichen Factors aus P und $\frac{dP}{dx}$ eine andere und einfachere Gleichung sich bilden lässt, welche eben diese wiederholten Wurzeln der $P=0$ aber nunmehr als unwiederholte besitzt. Diese zweite Voraussetzung ist aus dem Grunde unerlässlich, weil sonst, wie in der Einleitung bemerkt wurde, die gestellte Frage keine Bestimmtheit hätte. Wollte man früher, bevor noch die vollständige Trennung der Wurzel erfolgt ist, zur Bestimmung des Ergänzungsgliedes schreiten, so wäre Δ eine Grösse von der Art, dass zwischen x_r und $x_r+\Delta$ alle diese Wurzeln liegen, denen die Gliedersumme x_r gemeinschaftlich zukommt. Dann wäre wohl die Bestimmung des Ergänzungsgliedes gleichfalls ein bestimmtes Problem, das wir aber hier seiner geringeren praktischen Wichtigkeit wegen übergehen.

Die gemachte Voraussetzung, dass x_r eine isolirende Gliedersumme sei, bringt aber noch den anderen wichtigen Vortheil, dass man dadurch die Überzeugung erlangt, ob die der Entwickelung unterworfene Wurzel x auch in den späteren Folgegliedern reell ist oder nicht, weil nach dem im vorhergehenden Abschnitte Erwiesenen bei rationalen Gleichungen von dem Momente der vollständigen Isolirung an keine neuen irrationalen Elemente mehr in den Folgegliedern auftauchen können, die nicht schon in der isolirenden Gliedersumme bemerkbar wären. Daraus dass die isolirende Gliedersumme und demnach die ganze Entwickelung dieser Wurzel x von jedem irrationalen Elemente frei und daher für beliebige reelle Werthe der unabhängigen Buchstabengrösse a stets reell ist, folgt nun wohl freilich noch nicht, dass x dieselbe Eigenschaft besitzen müsse; es ist vielmehr sehr leicht, an einem Beispiele sich vom Gegentheile zu überzeugen. Die Function $\sqrt{a^2-1}$, absteigend entwickelt, zeigt keine Spur eines irrationalen Elementes und dennoch nimmt sie für alle zwischen -1 und $+1$ liegenden reellen Werthe von a imaginäre Werthe an; allein für eben diesen Bereich wird auch die absteigende Entwickelung divergirend. Die isolirende Gliedersumme gibt aber Aufschluss über das Reell- oder Imaginärsein von x im Bereiche der Convergenz der Entwickelung. Es ist hieraus ersichtlich, dass die zweite gemachte Voraussetzung schon durch die erste gefordert wird.

Bevor wir die Bestimmung des Ergänzungsgliedes selber zum Gegenstande der Untersuchung machen, ist es unerlässlich die Bedingungen präcis aufzustellen, die erfüllt werden sollen. Wenn man die Entwickelung einer Wurzel $x=\varphi(a)$ in ihren $r+1$ Anfangsgliedern vollführt hat, ohne dass das entsprechende Substitutionsresultat $\mathfrak{P}_r$ identisch verschwindet, so lässt sich der exacte Werth derselben wohl durch x_r+x' vorstellen, wo x' eine noch unbekannte Function von a ist, welche zugleich den Fehler angibt, den man begeht, wenn man die Gliedersumme x_r als einen Genüge leistenden Werth von x ansehen wollte. Allein den genauen Ausdruck für x' zu finden, gelingt nur selten, nur ausnahmsweise, und man begegnet dabei gewöhnlich denselben unübersteiglichen Hindernissen, wie bei der ursprünglichen Bestimmung von x. Hier genügt es, anstatt des wirklichen Fehlers x' einen anderen Ausdruck Δ zu finden, der in geschlossener Form besteht, dasselbe Vorzeichen, wie x', und einen numerisch grösseren Werth besitzt. Gelingt es wirklich, einen solchen Ausdruck Δ zu finden, so wird der exacte Wurzelwerth x_r+x' jedenfalls zwischen x_r und $x_r+\Delta$ fallen und der bestehende Fehler x' zwischen 0 und Δ liegen. Für jenen Rechner, der sich mit einem hinlänglich

angenäherten Werthe von x begnügt, sobald ihm nur die Grösse des Fehlers zur Einsicht vorliegt, wird, sobald nur Δ genügend klein ausfällt, die Gliedersumme x_r vollkommen ausreichen.

Da x, x_r, x', Δ hier Functionen von a und keine bestimmten Zahlen sind, so können die obigen Bedingungen nicht für alle möglichen Werthe von a, sondern nur für einen beschränkten Bereich gelten und folglich auch nur für diesen Bereich von a die Werthe x_r und $x_r + \Delta$ den exacten $x = \varphi(a)$ zwischen sich einschliessen und als zwei Grenzwerthe figuriren. Würde man sich unter Δ irgend eine ganz nach Belieben erwählte Function von a denken und nun dem Buchstaben a in x_r und $x_r + \Delta$ einen bestimmten, nach Willkür erwählten Zahlwerth ertheilen, so dass sich diese beiden Grössen in Zahlen verwandeln, so könnten mehrere verschiedene Fälle stattfinden. Es könnte nämlich zwischen x_r und $x_r + \Delta$ entweder gar keine, oder eine einzige, oder mehrere Wurzeln x der Gleichung $P=0$ liegen, die sich für diesen bestimmten Zahlwerth von a in eine numerische Gleichung verwandelt. Liegt gar keine Wurzel dazwischen, so ist entweder die erwählte Function Δ nicht als Ergänzungsglied brauchbar, oder der betrachtete Werth von a liegt ausser dem Bereiche ihrer Giltigkeit. Aber selbst dann, wenn eine einzige Wurzel dazwischen fällt, ist es noch keineswegs eine nothwendige Folge, das die getroffene Wahl von Δ eine brauchbare sei und der betrachtete Werth von a dem Bereiche ihrer Giltigkeit angehöre, denn dieser eine Wurzelwerth kann ebensowohl der mit $\varphi(a)$ bezeichneten Wurzel, der eben die Gliedersumme x_r eigen ist, als irgend einer der übrigen entsprechen, deren Anfangsglieder der Entwickelung von x_r verschieden sind, und nur wenn der erste dieser beiden Fälle stattfindet, ist die getroffene Wahl von Δ zweckentsprechend, und der angenommene Werth von a im Bereiche ihrer Giltigkeit; im zweiten Falle würde die Grösse Δ sich auf eine fremde Wurzel beziehen und die ganz werthlose Angabe der Differenz zwischen ihr und der Gliedersumme x_r machen. Eben aus demselben Grunde ist auch dann, wenn eine Gruppe von mehreren Wurzeln zwischen x_r und $x_r + \Delta$ fällt, dem Zwecke nicht entsprochen; selbst dann nicht, wenn sich unter dieser Gruppe die Wurzel $\varphi(a)$ befände, abgesehen davon, dass eine solche Entscheidung in diesem Falle mit einigen Schwierigkeiten verknüpft wäre.

Aus all' dem Gesagten ist einleuchtend, dass es sich bei der Bestimmung des Ergänzungsgliedes nicht blos um das Auffinden einer Function Δ, sondern auch um die Ermittelung des Intervalles für a handelt, für welches sie ihre Giltigkeit besitzt, und dabei hat man Bedingungen zu erfüllen, welche besagen, dass für alle im fraglichen Intervalle liegenden Werthe von a zwischen den beiden Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ stets eine einzige reelle Wurzel x und zwar eben die $\varphi(a)$ falle, der die Gliedersumme x_r eigen ist.

Man kann sich dies durch ein geometrisches Bild versinnlichen, indem man x und a als orthogonale Coordinaten eines Punktes auf einer Ebene, namentlich a als Abscisse, x als Ordinate betrachtet. Der gegebenen Gleichung $F(x,a)=0$ und auch den beiden andern: $x=x_r$, $x=x_r+\Delta$ entspricht je eine bestimmte Curve. Alle diese drei Curven sind von einander verschieden. Die erste derselben, die der Gleichung $F(x,a)=0$ angehört, ist (in einem gewissen Sinne) aus mehreren verschiedenen Ästen zusammengesetzt, von welchem der eine, dem die Gliedersumme x_r entspricht, durch $x=\varphi(a)$ analytisch ausgedrückt sein mag. Die drei Curven $x=\varphi(a)$, $x=x_r$, $x=x_r+\Delta$, gleichzeitig auf einer und derselben Ebene verzeichnet, werden sich mannigfach durchschneiden, so zwar, dass die $x=\varphi(a)$ bald zwischen den beiden andern $x=x_r$, $x=x_r+\Delta$, bald ausserhalb derselben zu liegen kommen wird. Verzeichnet man aber nicht blos den einzigen Ast $x=\varphi(a)$ sondern den Complex aller Äste, welche durch die Gleichung $F(x,a)=0$ gegeben sind, so wird die Verschlingung der drei

Curven noch complicirter erscheinen und nun bald der eine, bald ein anderer, bald keiner, bald nur ein einziger, bald mehrere verschiedene Äste zwischen $x = x_r$ und $x = x_r + \Delta$ fallen. Um nun zu entscheiden, ob in einem gewissen Bereiche der Ast $x = \varphi(a)$ zwischen oder ausserhalb dieser beiden Grenzlinien liegt, muss man denselben sorgfältig verfolgen und namentlich an den Durchkreuzungsstellen mehrerer Äste seine richtige Fortsetzung aufsuchen und dermassen fortschreiten, bis man an jene Stelle gelangt, an der seine Lage angegeben werden soll.

Das, was hier in der geometrischen Figur geschehen, hat man auch bei dem analytischen Vorgehen zu thun. Der Curvenast $x = \varphi(a)$ lässt sich bei der completen Curve, ähnlich wie bei einem verwickelten Knäul nur an einem Ende oder an einer Schlinge, kurz nun für einen speciellen Werth von a erkennen, und von dieser einen Stelle aus muss man ihn weiter verfolgen. Dabei stösst man aber auf mancherlei Schwierigkeiten und so lange eben nur eine einzige Entwickelungsweise der Wurzel $x = \varphi(a)$ und selbst diese nur in einer beschränkten Anzahl von Gliedern, gegeben durch die Gliedersumme x_r, vorliegt, ist es in der Regel unmöglich, weiter, als bis zu einer bestimmten Grenze vorzudringen. Bei der ersten Verschlingung, der man begegnet, stellt sich das Hinderniss dar.

Anfangs nämlich findet sich zwischen den beiden Grenzlinien der Ast $x = \varphi(a)$ und zwar nur dieser allein vor. Im weiteren Fortschreiten auf den beiden Grenzlinien kann nun der dazwischen gelegene Ast plötzlich hinaustreten oder ein oder mehrere andere Äste hineintreten. Tritt der Ast aus dem Zwischenraume zwischen x_r und $x_r + \Delta$ hinaus, so befindet sich nun gar kein Ast der Curve $F(x, a) = 0$ mehr dazwischen und dies wird sich nur in der Weise zutragen können, dass der hinaustretende Ast $x = \varphi(a)$ eine der beiden Grenzlinien $x = x_r$ oder $x = x_r + \Delta$ schneidet, was sich an dem betreffenden Substitutionsresultate $F(x_r, a)$ oder $F(x_r + \Delta, a)$ dadurch analytisch zu erkennen gibt, dass für eben diesen Werth von a, für welchen das Hinaustreten stattfindet, eine dieser beiden Functionen von a verschwindet und dabei das Zeichen wechselt. In einer anderen, als der angedeuteten Weise ist ein Verschwinden des Astes $x = \varphi(a)$ aus dem Intervalle zwischen den beiden Grenzlinien nicht möglich, wenn die Gleichung, wie hier vorausgesetzt, nach x und a rational ist, weil das Imaginärwerden der Wurzel $\varphi(a)$, welches gleichfalls ein Verschwinden des Curvenastes zur Folge haben könnte, nur dann erfolgen kann, wenn mit ihr zugleich eine andere Wurzel imaginär wird, nachdem sich beide im letzten Momente des Reellseins vereinigt haben. Eine solche Vereinigung aber setzt voraus, dass wenigstens im letzten Momente des Reellseins von $\varphi(a)$ mehr als eine einzige reelle Wurzel der Gleichung zwischen den beiden Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ befindet, wofür ein ganz untrügliches Zeichen der Analysis besteht.

Treten aber neue Äste zu dem früheren $x = \varphi(a)$ hinzu, wobei genau dieselben Umstände wie beim Austritte von Ästen obwalten, so gibt es kein Mittel mehr, durch das blosse Verfolgen von Grenzlinien und aus der Anzahl der dazwischen fallenden Äste anzugeben, ob der Ast $x = \varphi(a)$ noch reell ist oder nicht, so lange man nicht die Sonderung der verschiedenen Äste bewerkstelligt oder zu anderen Hilfsmitteln greift, und es hört demnach auch die Möglichkeit auf, den Ast $x = \varphi(a)$ weiter zu verfolgen, oder wohl gar an einer späteren Stelle, wo wieder nur ein einziger Curvenast zwischen den beiden Grenzlinien liegt, zu entscheiden, ob dies eben der $x = \varphi(a)$ oder ein anderer sei.

Das Gesagte dürfte wohl einiges Licht werfen auf die Natur des vorliegenden Problemes.

§. 2.

Aus dem Vorhergehenden geht klar hervor, dass die Bestimmung des Ergänzungsgliedes füglich in zwei getrennte Untersuchungen zerfällt werden könne. Der erste Theil dieser Untersuchungen hat nur zum Zwecke, für einen ganz speciellen Werth von a, der sich eben hiezu eignet, die eine Wurzel $\varphi(a)$ durch die beiden Grenzwerthe x_r und $x_r + \Delta$ von allen übrigen zu isoliren; der zweite hingegen hat vorzüglich die Ermittelung des giltigen Intervalles von a zur Aufgabe, welches alle jene Werthe von a in sich schliesst, für welche zwischen den beiden Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ die Wurzel $\varphi(a)$ einzig und allein fällt. Hier wollen wir uns zunächst mit dem ersten Theile dieser Untersuchungen beschäftigen.

Vor allem anderen handelt es sich um die Angabe jenes Werthes von a, der dieser Untersuchung zu Grunde gelegt werden soll und den wir ein für allemal mit a_∞ bezeichnen wollen. Es ist ein bekannter Satz, dass bei jedem geordneten Polynome für gewisse extreme Werthe der darin erscheinenden Buchstabengrösse, gleichgiltig, ob dasselbe ein geschlossenes oder ein unendliches ist, das Anfangsglied einen bei weitem grösseren numerischen Werth erlangt, als alle Folgeglieder. Diese extremen Werthe von a sind bei einem absteigend nach Potenzen von a geordneten Polynome die numerisch grossen, also namentlich die im Bereiche des Unendlichen liegenden $+\infty$ und $-\infty$, hingegen bei einem aufsteigend geordneten die numerisch kleinen Werthe von a, also namentlich die abermals im Bereiche des unendlich Kleinen liegenden: $+\frac{1}{\infty}$ und $-\frac{1}{\infty}$. Für solche Werthe von a, die wir immer mit $\pm a_\infty$ bezeichnen wollen, um den Unterschied zwischen absteigender und aufsteigender Entwickelung nicht immer erwähnen zu müssen, genügt es, nur das Anfangsglied zu berücksichtigen, um über den Werth des ganzen Polynomes, namentlich über sein Vorzeichen Aufschluss zu erhalten.

Diese Werthe sind es auch, für welche die Trennung der Wurzel $x = \varphi(a)$ von allen übrigen am leichtesten gelingt, und auch die Bestimmung der Function Δ keiner Schwierigkeit unterliegt. Man wird die Aufgabe gelöst haben, wenn man Δ dermassen wählt, dass die beiden für $x = x_r$ und die zweite Substitution $x = x_r + \Delta$ aus $F(x, a)$ hervorgehenden Substitutionsresultate, die beziehungsweise mit $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ angedeutet sein sollen, in ihren Anfangsgliedern verschieden ausfallen und diese namentlich für den betrachteten extremen Werth a_∞ entgegengesetzte Zeichen erlangen, während das derivirte Polynom $F'(x, a)$ für diese beiden Substitutionen und auch für alle zwischenliegenden übrigen stets einerlei Anfangsglied im Substitutionsresultate liefert, denn dann liegt für den betrachteten extremen Werth a_∞ zwischen x_r und $x_r + \Delta$, den bekannten, für Zahlengleichungen geltenden Sätzen zufolge, eine einzige reelle Wurzel, und zwar gerade die $\varphi(a)$, deren Entwickelung mit der Gliedersumme x_r beginnt, wie später noch umständlicher nachgewiesen werden soll.

Die hier festgestellte Bedingung ist keineswegs im Stande, die Function Δ völlig zu bestimmen; sie lässt vielmehr der willkürlichen Wahl noch weite Schranken. In der That denkt man sich die Function Δ genau in derselben Weise, wie die Gliedersumme x_r entwickelt und geordnet, so bezieht sich die hier aufgestellte Bedingung nur auf das Anfangsglied dieser Entwickelung, welches wir mit θa^δ bezeichnen wollen. Fügt man diese mit θa^δ beginnende Reihe Δ zu x_r hinzu und bildet nun für $x = x_r + \Delta$ das aus dem Gleichungspolynome $F(x, a)$ hervorgehende Substitutionsresultat, so sind drei verschiedene Fälle denkbar:

1. δ ist der Rangordnung nach früher als der Exponent ξ_{r+1} des unmittelbar auf x_r folgenden, noch nicht entwickelten Gliedes $h_{r+1}\, a^{\xi_{r+1}}$, d. h. es ist $\delta > \xi_{r+1}$, wenn die absteigende,

hingegen $\delta < \xi_{r+1}$, wenn die aufsteigende Entwickelungsform vorliegt. In diesem Falle ist bekanntermassen das erste nicht verschwindende Glied des Substitutionsresultates:

$$\theta \mathfrak{H}_r' a^{\mathfrak{A}_r' + \delta} \text{ oder } \frac{1}{s1} \theta^s \mathfrak{H}_r^{(s)} a^{\mathfrak{A}_r^{(s)} + s\delta} \tag{76}$$

oder erscheint auch wohl als Summe von zweien oder mehreren solchen Ausdrücken. Hier bedeutet in der schon zu wiederholten Malen angewendeten Bezeichnungsweise $\mathfrak{H}_r' a^{\mathfrak{A}'_r}$ das Anfangsglied von $\mathfrak{P}_r'$, $\mathfrak{H}_r^{(s)} a^{\mathfrak{A}_r^{(s)}}$ jenes von $\mathfrak{P}_r^{(s)}$. Die Ableitung dieser Ausdrücke, so wie die genaue Angabe, wann die eine und wann die andere Form auftritt, kann hier füglich übergangen werden; wir verweisen den Leser, dem dies unklar sein sollte, auf unsere frühere Abhandlung in dem XII. Bande der Denkschriften der mathem.-naturw. Classe und namentlich auf die §§. 8, 9, 10, 11, 19, 20.

2. Es ist $\delta = \xi_{r+1}$ und demnach das Anfangsglied des Substitutionsresultates $\mathfrak{Q}_r$:

$$(\mathfrak{H}_r' + \theta \mathfrak{H}_r') a^{\mathfrak{A}_r} \tag{77}$$

3. δ ist der Rangordnung nach später als ξ_{r+1}, d. h. $\delta < \xi_{r+1}$ bei der absteigenden, $\delta > \xi_{r+1}$ bei der aufsteigenden Entwickelung. In diesem Falle ist das Anfangsglied von $\mathfrak{Q}_r$:

$$\mathfrak{H}_r a^{\mathfrak{A}_r} \tag{78}$$

also von jenem in $\mathfrak{P}_r$ nicht verschieden.

Betrachtet man nun die drei erhaltenen Formen des Anfangsgliedes von $\mathfrak{Q}_r$ (76), (77), (78) und vergleicht sie mit dem Anfangsgliede $\mathfrak{H}_r a^{\mathfrak{A}_r}$ von $\mathfrak{P}_r$, so überzeugt man sich alsogleich, dass nur die beiden ersteren (77), (78) davon verschieden ausfallen und dass man durch eine zweckmässige Wahl der Grösse θ denselben stets das verlangte entgegengesetzte Vorzeichen ertheilen könne. Hat man über θ und δ entsprechend verfügt, so können die übrigen auf θa^δ folgenden Glieder von Δ ganz nach Belieben gewählt werden. Man sieht hieraus, wie schon früher behauptet worden, dass es unendlich viele verschiedene Functionen von a gebe, welche die Rolle des Ergänzungsgliedes zu übernehmen im Stande sind; alle bisher geforderten Eigenschaften beziehen sich nur auf das Anfangsglied θa^δ. Wir wollen sie später noch aufmerksamer betrachten, jetzt aber zunächst auch die andere Bedingung für Δ in Erwägung ziehen, welche besagt, dass die Anfangsglieder der für $x = x_r$, $x = x_r + \Delta$ und auch für alle Zwischensubstitutionen aus dem derivirten Polynome $F'(x, a)$ hervorgehenden Substitutionsresultate einerlei Anfangsglied besitzen sollen.

Stellen wir abermals Δ in seiner entwickelten Gestalt auf, beginnend mit dem Anfangsgliede θa^δ, und substituiren den Werth $x_r + \Delta$ anstatt x in das derivirte Polynom $F'(x, a)$, bezeichnen ferner mit $h_p a^{\xi_p}$ jenes Glied der Gliedersumme x_r, für welches die vollständige Isolirung der entwickelten Wurzel erfolgt ist. Das isolirende Glied $h_p a^{\xi_p}$ ist meistentheils das Anfangsglied $h_0 a^{\xi_0}$, bisweilen ein späteres; hier wo, der schon anfangs gemachten Voraussetzung nach, x_r eine isolirende Gliedersumme vorstellt, aber jedenfalls in dieser Gliedersumme x_r enthalten. Das isolirende Glied $h_p a^{\xi_p}$ gibt sich bei der Entwickelung der Gliedersumme x_r unzweifelhaft zu erkennen dadurch, dass von diesem angefangen, alle späteren Folgeglieder $h_{p+1} a^{\xi_{p+1}}, h_{p+2} a^{\xi_{p+2}}, \ldots h_r a^{\xi_r}$ in der Gliedersumme x_r durch Gleichungen des ersten Grades ermittelt werden, während alle vorhergehenden und $h_p a^{\xi_p}$ selber nur durch Betrachtung einer Buchstabengleichung höheren Grades erhalten wurden. Eine andere, hiemit im innigen Zusammenhange stehende, hier für uns noch wichtigere Erscheinung, vermittelst deren sich gleichfalls das isolirende Glied $h_p a^{\xi_p}$ erkennen lässt,

besteht darin, dass von diesem Momente an das Anfangsglied $\mathfrak{H}'_p a^{\mathfrak{A}'_p}$ des aus $F'(x, a)$ hervorgehenden Substitutionsresultates $\mathfrak{P}'_p$ fortwährend dasselbe bleibt, auch für alle späteren Indices: $p+1, p+2, \ldots . r$, womit eben erwiesen ist, dass das Glied $h_p a^{\xi_p}$ denjenigen Bedingungen widerspricht, welche es erfüllen müsste, um als ein Entwickelungsglied einer Wurzel der derivirten Gleichung $F'(x, a)=0$ zu gelten. Da also das isolirende Glied $h_p a^{\xi_p}$, in der Gliedersumme x_p das letzte, der Gleichung $F'(x, a)=0$ in der Weise widerspricht, dass nur eine an ihm angebrachte Änderung der Grössen ξ_p und h_p keineswegs aber das Hinzufügen anderer, der Rangordnung späterer Glieder das Nullwerden des Anfangsgliedes $\mathfrak{H}'_p a^{\mathfrak{A}'_p}$ herbeiführen kann, welches sonst unterbleibt; so ist es hier klar, dass δ jedenfalls der Rangordnung später als ξ_p, d. h. bei der absteigenden Entwickelung $\delta < \xi_p$, bei der aufsteigenden hingegen $\delta > \xi_p$ gewählt werden müsse, wenn die beiden für $x=x_r$ und $x=x_r+\Delta$ aus $F'(x, a)$ hervorgehenden Substitutionsresultate $\mathfrak{P}'_r$ und $\mathfrak{Q}'_r$ in ihrem Anfangsgliede $\mathfrak{H}'_p a^{\mathfrak{A}'_p}$ übereinstimmen sollen. Thut man dies wirklich, so werden nicht nur für diese beiden Substitutionen: $x=x_r$ und $x=x_r+\theta a^{\delta}+\ldots .$, sondern auch für alle dazwischenliegenden, die alle in der einzigen Form $x=x_r+\theta a^{\delta}$ enthalten sind, wenn man dem Coëfficienten θ alle möglichen zwischen 0 und θ liegenden Zwischenwerthe ertheilt, die aus $F'(x, a)$ hervorgehenden verschiedenen Substitutionsresultate einerlei Anfangsglied $\mathfrak{H}'_p a^{\mathfrak{A}'_p}$ besitzen.

Halten wir nun die so eben abgeleitete Bedingung für δ mit der früheren zusammen, so sieht man, dass δ seinem Werthe nach zwischen ξ_p und ξ_{r+1} fallen oder mit ξ_{r+1} übereinstimmen müsse, wenn den beiden Bedingungen entsprochen werden soll. Es ist jetzt noch übrig, die für den Coëfficienten θ bestehenden Bedingungen genauer kennen zu lernen, und wir wenden uns desshalb wieder zu den beiden früher aufgestellten Hauptformen (76) und (77), die für dermassen gewählte δ gelten können, wobei noch zu bemerken ist, dass von den beiden unter (76) aufgeführten nur die erste giltig sei, da die zweite für solche Werthe von δ am Platze ist, die dem ξ_p der Rangordnung nach vorhergehen. Beginnen wir mit jenem Falle, in welchem δ von ξ_{r+1} verschieden und somit die erste der beiden Formen (76) das Anfangsglied des für $x=x_r+\Delta$ hervorgehenden Substitutionsresultates $\mathfrak{Q}_r$ darstellt und vergleichen hiemit das Anfangsglied $\mathfrak{H}_r a^{\mathfrak{A}_r}$ von $\mathfrak{P}_r$, das der anderen Substitution $x=x_r$ angehört.

Sollen für den extremen Werth $\pm a_\infty$ diese beiden Anfangsglieder entgegengesetzte Zeichen tragen, so muss offenbar der Quotient:

$$\frac{\theta \mathfrak{H}_{r'}}{\mathfrak{H}_r}(\pm a_\infty)^{\mathfrak{A}_{r'}-\mathfrak{A}_r+\delta}$$

das Zeichen *minus* erhalten, folglich dem Coëfficienten θ das entgegengesetzte Zeichen von

$$\frac{\mathfrak{H}_{r'}}{\mathfrak{H}_r}(\pm a_\infty)^{\mathfrak{A}_{r'}-\mathfrak{A}_r+\delta} \tag{79}$$

ertheilt werden. Der numerische Werth von θ unterliegt aber hier keiner Beschränkung.

Wählt man hingegen $\delta=\xi_{r+1}=\mathfrak{A}_r-\mathfrak{A}'_r$, so ist die Form (77) giltig für das Anfangsglied von $\mathfrak{Q}_r$. Sollen nun für den extremen Werth $\pm a_\infty$ die beiden Anfangsglieder von $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ entgegengesetzte Zeichen erhalten, so muss der Quotient derselben:

$$1+\theta\frac{\mathfrak{H}_{r'}}{\mathfrak{H}_r} \tag{80}$$

negativ sein, und da bekanntermassen der Coëfficient h_{r+1} des nächsten auf x_r folgenden Gliedes

gegeben ist durch die Gleichung $h_{r+1} = -\frac{\mathfrak{H}_r}{\mathfrak{H}_{r'}}$, so kann man in (80) den Bruch $\frac{\mathfrak{H}_{r'}}{\mathfrak{H}_r}$ durch den ihm gleichen: $-\frac{1}{h_{r+1}}$ ersetzen und gelangt dermassen zur Bedingung, dass

$$1 - \frac{\theta}{h_{r+1}} < 0 \tag{81}$$

sein soll. Dieser Bedingung gemäss ist daher das Zeichen von θ jenem von h_{r+1} gleich, sein numerischer Werth aber grösser, sonst aber nach Belieben zu wählen.

Diese sind die Bedingungen, die man in dem einen und in dem anderen Falle zu erfüllen hat. Es drängt sich hier die Frage auf: Welcher Wahl von δ soll man den Vorzug geben? und ist nicht schwer, sie zu beantworten. Da zunächst nur die extremen Werthe von a und die an sie grenzenden endlichen Nachbarwerthe in Betracht kommen, für die der numerische Werth von θa^{δ} desto kleiner ausfällt, je eine spätere Rangordnung dieses Glied δ einnimmt, mit jeder unnützen Vergrösserung des numerischen Werthes von Δ auch die Ungenauigkeit zunimmt, so ist schon von diesem Gesichtspunkte aus der Werth $\delta = \xi_{r+1} = \mathfrak{A}_r - \mathfrak{A}_{r'}$ der zweckmässigste. Es lässt sich aber diese Wahl von δ noch aus einem anderen Grunde als die zweckmässigste bezeichnen, denn in diesem Falle besteht für den Coëfficienten θ die Bestimmungsrelation (81), die den extremen Werth $\pm a_\infty$ nicht in sich enthält. Einerlei Werth von θ wird daher sowohl für $+a_\infty$ als für $-a_\infty$ giltig sein, wenn er nur die Relation (81) erfüllt. Nicht so verhält es sich, wenn man δ von ξ_{r+1} verschieden nimmt, denn in diesem Falle hat man dem Coëfficienten θ das entgegengesetzte Zeichen zu ertheilen von jenem, welches der Ausdruck (79) besitzt und das gelegentlich für $+a_\infty$ ein anderes wird als für $-a_\infty$, und namentlich dann, wenn der Exponent $\mathfrak{A}_{r'} = \mathfrak{A}_r + \delta$ keine gerade Zahl ist. Gegen diese wichtigen Gründe tauchen zwar für den ersten Anblick folgende Gegengründe auf: Die Wahl $\delta = \xi_{r+1} = \mathfrak{A}_r - \mathfrak{A}_{r'}$ setzt eigentlich die vollkommene Bestimmung des Folgegliedes $h_{r+1} a^{\xi_{r+1}}$ voraus: Der Exponent ξ_{r+1} muss gesucht werden, weil dieser noch unbekannte Zahlwerth dem δ ertheilt werden soll, aber auch h_{r+1} ist zu suchen, denn aus ihm ergibt sich der Werth von θ, der Relation (81) zufolge, einfach dadurch, dass man sein Zeichen unverändert lässt und nur seinen numerischen Werth um eine ganz beliebige Grösse erhöht. Hingegen erfordert die Wahl $\delta = \xi_r$ gar keine Rechnung, da ξ_r schon bekannt ist, und zur Bestimmung von θ braucht man nur das Zeichen von (79) zu kennen, also nur das noch unbekannte Zeichen von $\mathfrak{H}_r$ und den Werth von $\mathfrak{A}_r$ zu ermitteln. Allein die Bestimmung des Zahlwerthes von $\mathfrak{H}_r$ ist das Einzige, was man dabei ersparen würde, und erfordert fast nicht mehr Mühe, als die blosse Bestimmung seines Zeichens. Ist aber der Zahlwerth dieser Grösse ermittelt, somit das Anfangsglied $\mathfrak{H}_r a^{\mathfrak{A}_r}$ von $\mathfrak{P}_r$ bekannt, so erheischt die Bestimmung von $h_{r+1} a^{\xi_{r+1}}$ abermals keine grössere Rechnung als jene des Zeichens von (79), nur dass man auch den Zahlwerth des Bruches $\frac{\mathfrak{H}_r}{\mathfrak{H}_{r'}}$ suchen muss, eine Mühe, die nicht der Erwähnung werth ist. Überdies fordert die später einzuleitende Bestimmung des giltigen Intervalles von a jedesmal, dass die Substitutionsresultate $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ vollständig gebildet werden, womit eben die zur Bestimmung des Folgegliedes $h_{r+1} a^{\xi_{r+1}}$ erforderliche Rechnung bis auf eine einfache Division zweier Monome vollendet ist. Nach all' dem Gesagten ist wohl kein Zweifel mehr übrig, dass die Wahl $\delta = \xi_{r+1}$ die zweckmässigste sei.

Es geht hieraus folgende allgemeine Regel zur Bestimmung des Ergänzungsgliedes $\Delta = \theta a^{\delta}$ hervor: Man führe die bekannten Rechnungen aus, die das nächste Folgeglied

$h_{r+1}a^{\xi_{r+1}}$ liefern, und zuletzt vergrössere man den numerischen Werth des Coëfficienten h_{r+1} ohne Rücksicht auf sein Zeichen um eine nach Belieben oder anderen Bedingungen entsprechend gewählte Grösse; so hat man das Anfangsglied von Δ. Man kann nun nach Willkür dieses Monom $\theta a^{\xi_{r+1}}$ für Δ selber nehmen, und dies dürfte wohl meistentheils die zweckmässigste und einfachste Wahl sein, oder man kann beliebige Glieder von einer späteren Rangordnung und in beliebiger Anzahl hinzufügen, wohl auch ganz beliebige Functionsformen erwählen, wenn sie nur die Eigenschaft besitzen, bei der geordneten Entwickelung mit dem Anfangsgliede $\theta a^{\xi_{r+1}}$ versehen zu sein.

Wir wollen hier noch ein Verfahren erwähnen, das sich bei einigermassen weiter fortgeführter Entwickelung mit Erfolg anwenden lässt, um das Ergänzungsglied als ein Polynom zu finden, welches einen viel höheren Grad von Genauigkeit verstattet. Es ist schon bei der Bestimmung der Folgeglieder bemerkt worden, dass bei weiter fortgesetzter Entwickelung sich dieselben gruppenweise ermitteln lassen und die Anzahl der in einer Gruppe enthaltenen Glieder in einem raschen Verhältnisse zunimmt. Dieses Verfahren tritt in Wirksamkeit, sobald die Entwickelung der Wurzel so weit vorgeschritten ist, dass dadurch nicht blos die Trennung derselben von allen Wurzeln der ersten derivirten Gleichung $F'(x, a) = 0$, sondern auch von allen der zweiten $F''(x, a) = 0$ bewerkstelligt worden, mit anderen Worten, wenn die Anfangsglieder von $\mathfrak{P}_r'$ und $\mathfrak{P}_r''$ unveränderliche Werthe erlangt haben: $\mathfrak{H}_p' a^{\mathfrak{A}_p'}$ und $\mathfrak{H}_q'' a^{\mathfrak{A}_q''}$. In diesem Falle kann man die Entwickelung des Quotienten $\frac{\mathfrak{P}_r}{\mathfrak{P}_{r'}}$ bis exclusive zu dem mit dem Exponenten: $\mathfrak{A}_q'' - 3\mathfrak{A}_p' + 2\mathfrak{A}_r$ versehenen Gliede fortsetzen und erhält so eine Gruppe von mehreren richtigen Folgegliedern mit einem einzigen Schritte. Genau dasselbe Verfahren lässt sich anwenden, um das Ergänzungsglied in Gestalt eines mehrgliederigen Ausdruckes zu erhalten. Bezeichnet man nämlich mit $\xi_{r+s} = \xi_{r+1} \pm 2i$ jene zwischen ξ_r und $\mathfrak{A}_q'' - 3\mathfrak{A}_p' + 2\mathfrak{A}_r$ fallende Zahl, die von $\xi_{r+1} = \mathfrak{A}_r - \mathfrak{A}_p'$ um eine gerade ganze Zahl $\pm 2i$ differirt und dem genannten Grenzwerthe: $\mathfrak{A}_q'' - 3\mathfrak{A}_p' + 2\mathfrak{A}_r$ möglichst nahe kommt; entwickelt nun den Quotienten $-\frac{\mathfrak{P}_r}{\mathfrak{P}_{r'}}$ in den Anfangsgliedern: $h_{r+1}a^{\xi_{r+1}} + h_{r+2}a^{\xi_{r+2}} + \ldots + h_{r+s}a^{\xi_{r+s}}$, wobei der Coëfficient h_{r+s} im letzten Gliede entweder den Werth Null oder einen significativen Werth erlangen kann, und fügt nun zu dem so gewonnenen Ausdrucke noch ein Glied $\theta a^{\xi_{r+s}}$ hinzu, dessen Coëfficient θ dasselbe Vorzeichen trägt, wie der Coëfficient h_{r+1} im ersten Gliede, dessen numerischer Werth aber ganz nach Belieben gewählt sein kann; so ist das solchergestalt hervorgehende Polynom:

$$(82) \qquad h_{r+1}a^{\xi_{r+1}} + h_{r+2}a^{\xi_{r+2}} + \ldots\ldots + (h_{r+s} + \theta)a^{\xi_{r+s}}$$

ein brauchbarer Werth für das Ergänzungsglied Δ. In der That führt man die Substitution $x = x_r + \Delta$ in das Gleichungspolynom aus, so erhält man, in Folge der eintretenden Reduction auf Null in den höchsten Gliedern, das Anfangsglied von $\mathfrak{Q}_r$ in der Gestalt: $\theta\mathfrak{H}_r' a^{\mathfrak{A}_r' + \xi_{r+s}}$. Da nun den gewählten Bezeichnungen gemäss $\xi_{r+s} = \xi_{r+1} \pm 2i = \mathfrak{A}_r - \mathfrak{A}_r' \pm 2i$, und folglich $\mathfrak{A}_r' + \xi_{r+s} = \mathfrak{A}_r \pm 22$ ist, so besteht für das Anfangsglied von $\mathfrak{Q}_r$ auch die Form: $\theta\mathfrak{H}_r' a^{\mathfrak{A}_r' \pm 2i}$. Vergleicht man nun dasselbe mit dem Anfangsgliede $\mathfrak{H}_r a^{\mathfrak{A}_r}$ von $\mathfrak{P}_r$ und erinnert sich, dass θ einerlei Vorzeichen mit $h_{r+1} = -\frac{\mathfrak{H}_r}{\mathfrak{H}_{r'}}$ trägt, also $\theta\mathfrak{H}_r'$ das entgegengesetzte Zeichen von $\mathfrak{H}_r$ besitzt; so sieht man alsogleich, dass die beiden Anfangsglieder $\mathfrak{H}_r a^{\mathfrak{A}_r}$ und $\theta\mathfrak{H}_r' a^{\mathfrak{A}_r' \pm 2i}$ sowohl für positive, als für negative Werthe von a entgegengesetzte Zeichen besitzen, und demnach der mehrgliedrige Ausdruk (82) für die beiden extremen Werthe: $+a_\infty$ und $-a_\infty$ die Bedingungen für das Ergänzungsglied erfüllt. Es ist wohl überflüssig, zu bemerken, dass der

anderen geforderten Bedingung, der zufolge die Substitutionsresultate $\mathfrak{P}'_r$ und $\mathfrak{Q}'_r$ einerlei Anfangsglied erhalten sollen, hier gleichfalls schon von selbst Genüge geleistet sei. Es versteht sich auch von selbst, dass man zu dem Ausdrucke (82) nach Belieben noch Glieder von späterer Ordnung hinzufügen könne, ohne dass dadurch eine Änderung im Anfangsgliede des Substitutionsresultates $\mathfrak{Q}_r$ erfolgt, und dass alle diese unendlich vielen verschiedenen Functionen brauchbare Formen des Ergänzungsgliedes seien. Man wird aber meistentheils dem Ausdrucke (82) den Vorzug einräumen, weil er die einfachste Gestalt besitzt und daher die Rechnungen nicht unnützer Weise complicirt.

Es ist nur noch übrig, den Beweis zu liefern, dass die für $a = \pm a_\infty$ zwischen x_r und $x_r + \Delta$ liegende exacte Wurzel eben diejenige sei, welcher die Gliedersumme x_r eigen ist. Dies unterliegt hier keiner Schwierigkeit. Bildet man nämlich für die verschiedenen Wurzeln x der Gleichung $F(x, a) = 0$ die Differenz $x - x_r$ und berechnet den numerischen Werth derselben für die extremen Werthe $\pm a_\infty$ von a, so erhält dieselbe nur für eine einzige, und zwar für die mit der Gliedersumme x_r beginnende Wurzel einen numerisch kleineren Werth als Δ, für alle übrigen aber durchaus numerisch grössere Werthe, und es kann somit kein Zweifel mehr obwalten, dass die zwischen x_r und $x_r + \Delta$ fallende Wurzel für die extremen Werthe $\pm a_\infty$ eben diejenige sei, deren Entwickelung die Gliedersumme x_r eigenthümlich zukommt.

§. 3.

Bisher wurde die Bestimmung des Ergänzungsgliedes Δ nur bezüglich der extremen Werthe von a zum Gegenstande der Betrachtung gemacht. Jetzt wollen wir uns aber zu den anderen und endlichen Werthen von a wenden und untersuchen, für welche Intervalle von a die nach den Regeln des vorhergehenden Paragraphes bestimmte Function Δ die Bedingungen erfüllt, welche für das Ergänzungsglied aufgestellt wurden. Die im Vorhergehenden untersuchten Bedingungen waren nur im Stande, den Werth des Exponenten δ und das Zeichen des Coëfficienten θ im Anfangsgliede θa^δ des Ergänzungsgliedes zu bestimmen; der numerische Werth von θ aber kann nach Belieben, wenn nur grösser als h_{r+1}, gewählt werden. Im Nachfolgenden wollen wir voraussetzen, dass man über diese willkürlichen Grössen in Δ bereits in einer bestimmten Weise verfügt habe, so zwar, dass Δ eine vollkommen bestimmte, nur noch die einzige Buchstabengrösse a enthaltende Function darstellt, und nun untersuchen, in welchem Intervalle von a dieselbe die Rolle des Ergänzungsgliedes zu übernehmen im Stande sei.

Für jeden bestimmten Zahlwerth von a verwandeln sich sowohl die Grenzen x_r und $x_r + \Delta$, als auch die ihnen entsprechenden aus $F(x, a)$ hervorgehenden Substitutionsresultate $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ in bestimmte Zahlen. Nur dann, wenn die Vorzeichen dieser beiden Zahlen $\mathfrak{P}_r$, $\mathfrak{Q}_r$ entgegengesetzt sind, ist der Werth von a in dem Intervalle von a enthalten, welches dem erwählten Ergänzungsgliede Δ entspricht. Daraus aber, dass die Vorzeichen von $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ entgegengesetzt sind, folgt aber noch keineswegs, dass für diesen speciellen Werth von a das Ergänzungsglied Δ giltig sei, wie dies für die extremen Werthe $\pm a_\infty$ der Fall war, sondern man muss sich noch andere Kennzeichen verschaffen, um diese Frage entscheiden zu können. In der That folgt daraus keineswegs, dass nur eine einzige Wurzel x zwischen den Grenzen enthalten sei, sondern es können deren auch 3, 5, ... dazwischen fallen; noch viel weniger ist erwiesen, dass die dazwischen liegende Wurzel eben diejenige sei, der die Gliedersumme x_r

eigen ist. Man ersieht hieraus, dass für endliche Werthe von a die Untersuchung einen anderen und complicirteren Gang nimmt, als bei den extremen Werthen.

Die Untersuchung selbst lässt sich auf zwei verschiedene Weisen durchführen, deren jede ihre eigenen Vortheile gewährt. Diese zwei Untersuchungsweisen sind nicht blos verschieden im Gange der Rechnung, sondern führen auch zu einem verschiedenen Resultate, indem die eine derselben das vollständige Intervall von a genau oder doch in einer beliebigen Annäherung zu liefern im Stande ist, während die andere nur einen Theil des giltigen Intervalles aufzufinden vermag; dafür verstattet die zuletzt erwähnte Methode, Aufschluss zu ertheilen über den Grad der Convergenz bei weiter fortgesetzter Entwickelung der Wurzel, während dies bei der früheren nicht möglich wird. Aus diesem Grunde finden wir uns veranlasst, dieses Problem auf zwei verschiedene Weisen zur Lösung zu bringen. Wir beginnen mit der Auseinandersetzung der ersten Art.

Bei dieser Untersuchungsweise hat man folgende Regel zu befolgen: Man substituire die beiden Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ anstatt x in das Gleichungspolynom $F(x, a)$ und bilde die beiden mit $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ bezeichneten Substitutionsresultate. Nun suche man vom extremen Werthe $+a_\infty$ ausgehend und zu den nächstliegenden endlichen Werthen stufenweise vorschreitend, jenen speciellen Zahlwerth von a, für welchen eine der beiden anfangs mit entgegengesetzten Zeichen versehenen Functionen $\mathfrak{P}_r$, $\mathfrak{Q}_r$ ihr Vorzeichen wechselt. $+a_,$ sei dieser Werth; so ist $+a_\infty \ldots . +a_,$ vorläufig ein Intervall von a, über dessen Bereich hinaus sich die Giltigkeit von Δ als Ergänzungsglied nicht erstrecken kann. Ob aber nur ein Theil dieses Intervalles oder das ganze den Bereich der Giltigkeit von Δ als Ergänzungsglied angibt, entscheidet man nun auf folgende Weise: Man sucht, ob das System von zwei Gleichungen $F(x, a) = 0$, $F'(x, a) = 0$, welches schon im Vorhergehenden zur Ermittelung der von Irrationalgrössen herrührenden Unterbrechung der Stetigkeit in den Genüge leistenden Functionen angewendet wurde, eine Auflösung besitzt, bei welcher der Werth von a zwischen $+a_\infty$ und $+a_,$, jener von x aber zwischen die Zahlwerthe von x_r und $x_r + \Delta$ fällt, welche diese zwei Functionen von a annehmen, wenn man anstatt a eben jenen der Auflösung des Systems zukommenden Zahlwerth setzt. Findet sich keine Auflösung dieser Art, so ist das volle Intervall $+a_\infty \ldots . +a_,$ giltig, denn es ist nunmehr gewiss, dass im ganzen Bereiche dieses Intervalles nur eine einzige, und zwar stets dieselbe Wurzel zwischen den Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ liegt, nämlich die der Gliedersumme x_r entsprechende $\varphi(a)$. Findet sich hingegen eine oder wohl auch mehrere Auflösungen des oberwähnten Systems, deren Zahlwerthe für a und x in den Bereich zwischen $+a_\infty$ und $+a_,$ einerseits, und zwischen x_r und $x_r + \Delta$ andererseits fallen, so ist man genöthigt, das Intervall $+a_\infty \ldots . +a_,$ zu verkleinern, weil trotzdem dass $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ fortan entgegengesetzte Zeichen behalten, an gewissen Stellen plötzlich nebst der ursprünglich einzigen Wurzel $\varphi(a)$ noch andere, und zwar paarweise in dem Zwischenraume $x_r \ldots . x_r + \Delta$ auftreten, die von Imaginär in Reell übergehen. Der in der Auflösung des Systems erscheinende Werth von a, den wir mit $+a'$ bezeichnen wollen, bestimmt die Ausdehnung des giltigen Intervalles $+a_\infty \ldots . +a'$ von a, das dem Ergänzungsgliede Δ angehört. Sind mehrere verschiedene Auflösungen des Systems vorhanden, welche gleichzeitig im erwähnten Intervalle liegen, so dass ein Zweifel entsteht, welcher von den verschiedenen Werthen von a als Grenzwerth des giltigen Intervalles $+a_\infty \ldots . +a_1$ genommen werden soll, so entscheidet sich dieser Zweifel immer dadurch, dass von ihnen stets derjenige zu nehmen ist, dem das kleinste Intervall von a entspricht, also derjenige Werth von a, der dem extremen $+a_\infty$ am nächsten liegt.

Hat man das für positive Werthe von a geltende Intervall aufgefunden, so schreitet man genau in derselben Weise zur Bestimmung des für negative Werthe von a geltenden: $-a_\infty \ldots . -a''$ vor. Hiemit ist aber die Bestimmung der giltigen Intervalle beendigt.

Wir wollen diesen Vorgang nun näher beleuchten und vollkommen begründen. Vor allem anderen ist klar, dass in dem vorläufig aufgefundenen Intervalle $+a_\infty \ldots . +a'$ und $-a_\infty \ldots . -a''$ die beiden Substitutionsresultate $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ stets entgegengesetzte Zeichen besitzen werden, indem dies für die extremen Werthe $\pm a_\infty$ erwiesenermassen der Fall ist und in der vollen Ausdehnung der erwähnten Intervalle eine Zeichenänderung weder bei $\mathfrak{P}_r$ noch bei $\mathfrak{Q}_r$ eintritt. Daraus aber, dass $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ entgegengesetzte Vorzeichen behalten in der ganzen Ausdehnung dieser Intervalle, folgt aber nur, dass eine ungerade Anzahl von Wurzeln: $1, 3, 5, \ldots$ zwischen x_r und $x_r + \Delta$ enthalten ist, und zwar mindestens eine einzige, wohl auch deren drei, fünf an der Zahl u. s. w. Nur für die extremen Werthe $\pm a_\infty$ ist es erwiesen, dass nur eine einzige Wurzel zwischen x_r und $x_r + \Delta$ fällt. Beim Übergange von den extremen Werthen a_∞ zu den endlichen können aber andere Wurzeln paarweise zu der ursprünglichen $\varphi(a)$ hinzutreten. Überlegen wir etwas genauer, in welcher Weise dieses Hinzutreten anderer Wurzeln paarweise erfolgen könne. a' sei der specielle Werth von a, für welchen dies stattfindet, so zwar, dass für $a' + \varepsilon$, unter ε eine sehr kleine positive oder negative Grösse und unter $a' + \varepsilon$ ein im Intervalle $+a_\infty \ldots . +a'$ liegender Werth von a verstanden, noch immer nur eine einzige Wurzel x zwischen x_r und $x_r + \Delta$ fällt, während für den im angrenzenden Intervalle liegenden Werth $a' - \varepsilon$ schon drei oder fünf Wurzeln u. s. w. zwischen x_r und $x_r + \Delta$ enthalten sind. Da vorausgesetztermassen a' im Intervalle $+a_\infty \ldots . +a_1$ oder $-a_\infty \ldots . -a_2$ liegt und somit $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ für a' von Null verschieden sind, so treten offenbar die paarweise hinzugekommenen neuen Wurzeln plötzlich in der Mitte zwischen x_r und $x_r + \Delta$ auf, was nur in der einzigen Weise denkbar ist, dass diese Paare von Wurzeln für $a' + \varepsilon$ noch imaginär waren und für a' gleiche und reelle Werthe erhalten; kurz die neu hinzugetretenen Wurzeln können nicht durch einen stetigen Übertritt, sondern nur durch ein unstetiges Überspringen in den Zwischenraum $x_r \ldots . x_r + \Delta$ gelangen.

Der Werth a' und der correspondirende gleiche Werth dieser paarweise reell gewordenen Wurzeln muss daher nach den früher entwickelten Vorschriften gefunden werden können, welche die in den Genüge leistenden Functionen erscheinenden Irrationalgrössen aufzudecken bestimmt sind. Findet sich kein Werth von a und x, der dem Systeme $P = 0$, $\frac{dP}{dx} = 0$ Genüge leistet und innerhalb $x_r + \Delta$ in dem Intervalle $+a_\infty \ldots . +a_1$ oder $-a_\infty \ldots . -a_2$ befindlich ist, so ist auch die Unmöglichkeit des plötzlichen Auftauchens neuer Wurzeln durch eine Unterbrechung der Stetigkeit erwiesen und es unterliegt auch keinem Zweifel, dass in der vollen Ausdehnung der erwähnten Intervallen von a die entgegengesetzten Vorzeichen von $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ nur auf eine einzige zwischen x_r und $x_r + \Delta$ fallende Wurzel der Gleichung $P = 0$ hindeuten und diese daher nothwendig die $\varphi(a)$ sein müsse, da für den extremen Werth $\pm a_\infty$ dies unzweifelhaft nachgewiesen ist.

Es ist wohl kaum nothwendig zu bemerken, dass der eben angeführte Beweis zunächst nur gelte, wenn x_r und $x_r + \Delta$ in den erwähnten Bereichen keine Unterbrechung der Stetigkeit erleiden, denn in jenen Fällen, in welchen eine Unterbrechung der Stetigkeit stattfindet, müsste man das Intervall stückweise untersuchen, so dass in einem jeden einzelnen Theile keine Unstetigkeit mehr besteht. Bei den von uns erwählten Functionsformen ist diese Störung nicht vorhanden, denn x_r ist eine Summe von Gliedern von der Form $h a^\xi$ und kann daher nur für

$a=0$ eine Unterbrechung der Stetigkeit erleiden. Dieser Werth $a=0$ findet nur bei der aufsteigenden Entwickelung eine Anwendung, und in diesem Falle trennt man schon von vorne her das Intervall in zwei Theile, deren eines die positiven, das andere die negativen Werthe von a enthält. Der Werth $a=0$ selber fällt aus dem Bereiche der Untersuchung so zu sagen heraus und an seine Stelle treten die unendlich kleinen Grössen $+\frac{1}{\infty}$ und $-\frac{1}{\infty}$. Genau dasselbe gilt für die zweite Grenze $x_r+\Delta$, so lange man, wie gewöhnlich, Δ als ein Monom oder auch als Polynom mit Gliedern von der Form $h\,a^{\xi}$ erwählt und selbst in jenen selteneren Fällen, in welchen man für Δ eine andere Functionsform, z. B. die eines algebraischen Bruches annimmt mit einem Polynome im Nenner, das durch sein Nullwerden immer eine Unterbrechung der Stetigkeit herbeiführen würde, dehnt man das Intervall von a nie über den Bereich der Stetigkeit von Δ aus.

Das Gesagte dürfte vollkommen hinreichen zur Begründung des obigen Verfahrens. Nur Betreff der praktischen Ausführung der Untersuchungen sind noch einige Bemerkungen am Platze. Da x_r und $x_r+\Delta$, wie eben erwähnt, niemals unstetig zu werden pflegen im Bereiche der brauchbaren Werthe von a, so sind auch $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ stetige Functionen, da das Gleichungspolynom $F(x, a)$, wie bei allen Untersuchungen in diesem Abschnitte vorausgesetzt wird, eine rationale und ganze Function ist, die weder nach x noch nach a für sich einer Unterbrechung der Stetigkeit unterliegt. Hieraus geht hervor, dass man nur bei $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ jene Zeichenänderungen zu berücksichtigen hat, die beim stetigen Durchgange durch Null eintreten können, d. h. man hat nur die Gleichungen $\mathfrak{P}_r=0$ und $\mathfrak{Q}_r=0$ zu betrachten und die zunächst dem extremen Werthe $\pm a_\infty$ liegende Wurzel derselben zu ermitteln. Da diese Gleichungen zu den numerischen gehören, so ist diese Bestimmung der Wurzeln $+a_1$, $-a_2$ in der bekannten Weise zu bewerkstelligen. Mit dieser meist nur in einer sehr rohen Annäherung erforderlichen Auflösung sind die Werthe $+a_1$ und $-a_2$ und die Intervalle $+a_\infty \ldots . +a_1$ und $-a_\infty \ldots . -a_2$ gefunden. Die noch übrig bleibende Untersuchung, ob diese Intervalle verkleinert werden sollen oder nicht, erfordert fast gar keine Rechnung, wenn von einer früheren Untersuchung her, welche die Ermittelung der in den Wurzeln x erscheinenden Irrationalgrössen zum Zwecke hat, schon die Auflösungen des Systemes von zwei Gleichungen $P=0$, $\frac{dP}{dx}=0$ bekannt sind. Sonst müsste man aber erst zur Auflösung des Systemes von zwei Gleichungen $P=0$ und $\frac{dP}{dx}$ schreiten; aber die Mühe dieser Rechnung wäre wohl in der Regel im Vergleiche zur Ausbeute wegen der bis jetzt noch immer sehr unbequemen Auflösungsmethoden für Systeme numerischer Gleichungen in einem argen Missverhältnisse, und man wird daher dann lieber die andere Methode, die wir im Eingange angekündigt haben, in Anwendung bringen. Die Auseinandersetzung derselben ist der Gegenstand des nächstfolgenden Paragraphes.

§. 4.

Die zweite Methode, welche zu dem giltigen Intervalle von a führt, wenn das Ergänzungsglied Δ eine vollkommen bestimmte Function von a vorstellt, ist eine Anwendung gewissermassen eine Verallgemeinerung des bekannten von Fourier für numerische Gleichungen angegebenen Verfahrens zur Bestimmung der Grenzen der Wurzeln. Sie setzt aber, um in Anwendung treten zu können, voraus, dass die Entwickelung der Wurzel $\varphi(a)$ schon genügend

weit fortgesetzt sei, so zwar, dass die Gliedersumme x_r nicht blos die Isolirung dieser Wurzel von allen Wurzeln der ersten derivirten Gleichung $F'(x, a) = 0$, sondern auch von jenen aller übrigen: $F''(x, a) = 0$, $F'''(x, a) = 0 \ldots$, die durch öfter wiederholte partielle Differentation des Gleichungspolynomes $F(x, a)$ nach x abgeleitet sind, bewerkstelligt sei. Meistentheils erscheint kein gemeinschaftlicher x enthaltende Factor gleichzeitig im Gleichungspolynome $F(x, a)$ und irgend einem der daraus durch partielle Differentiation nach x abgeleiteten: $F'(x, a)$, $F''(x, a)$, $F'''(x, a)$,.... und folglich wird man in der Regel durch hinlänglich weit fortgesetzte Entwickelung zu dem verlangten Punkte gelangen. In den anderen Fällen hingegen, in welchen ein gemeinschaftlicher Factor in $F(x, a)$ und in einer der derivirten Functionen $F'(x, a)$, $F''(x, a)$, $F'''(x, a)$,.... erscheint, lässt sich derselbe nach den bekannten Regeln auffinden, sondern und gleich Null setzen. Die erhaltene Gleichung ist viel einfacher als die $F(x, a) = 0$ und liefert eben jene Wurzeln x, deren beliebig weit fortgesetzte Entwickelung bei der $F(x, a) = 0$ nicht zu der gewünschten Trennung führen konnte, die aber hier ohne alle Schwierigkeit gelingt. Man sieht hieraus, dass der verlangten Bedingung stets Genüge geleistet werden könne, und zwar meistentheils bei der ursprünglichen Gleichung $F(x, a) = 0$ nur durch hinreichend weit fortgesetzte Entwickelung, in gewissen Ausnahmsfällen jedoch, zwar nicht bei dieser, sondern bei einer anderen und viel einfacher gebauten Gleichung, welche dieselbe Wurzel besitzt.

Man erkennt, dass diese Bedingung erfüllt ist, daran, dass von dem Augenblicke an, als die in diesem Sinne isolirende Gliedersumme x_r ermittelt worden, durch ein ferneres Hinzufügen von Folgegliedern die Anfangsglieder $\mathfrak{H}_r' a^{\mathfrak{A}_r'}$, $\mathfrak{H}_r'' a^{\mathfrak{A}_r''}$, $\mathfrak{H}_r''' a^{\mathfrak{A}_r'''}$, ... der Substitutionsresultate $\mathfrak{P}_r'$, $\mathfrak{P}_r''$, $\mathfrak{P}_r'''$, ... unverändert bleiben. Dasselbe findet aber auch Statt, wenn man zur isolirenden Gliedersumme x_r andere, ganz nach Belieben gewählte Glieder von späterer Rangordnung hinzufügt und die entsprechenden Substitutionsresultate aus $F'(x, a)$, $F''(x, a)$, $F'''(x, a)$, ... ableitet; immer werden die Anfangsglieder dieselben Werthe besitzen wie für $x = x_r$, weil die hinzugefügten Glieder auf die Anfangsglieder keinen Einfluss haben. Dies gilt also auch für den zweiten Grenzwerth $x_r + \Delta$, da die hinzugefügten Glieder Δ stets von einer späteren Rangordnung sind.

Betrachten wir nun die Functionenreihe:

$$F^{(m)}(x, a)\ ,\ F^{(m-1)}(x, a)\ ,\ \ldots .\ F''(x, a)\ ,\ F'(x, a)\ ,\ F(x, a), \tag{83}$$

substituiren in dieselbe zuvörderst den einen Grenzwerth $x = x_r$, hierauf den anderen $x = x_r + \Delta$ und bezeichnen die hervorgehenden Substitutionsresultate beziehungsweise mit:

$$\begin{matrix} \mathfrak{P}_r^{(m)}\ ,\ \mathfrak{P}_r^{(m-1)}\ ,\ \ldots .\ \mathfrak{P}_r''\ ,\ \mathfrak{P}_r'\ ,\ \mathfrak{P}_r \\ \mathfrak{Q}_r^{(m)}\ ,\ \mathfrak{Q}_r^{(m-1)}\ ,\ \ldots .\ \mathfrak{Q}_r''\ ,\ \mathfrak{Q}_r'\ ,\ \mathfrak{Q}_r \end{matrix} \tag{84}$$

Würde hier a nicht eine willkürliche Buchstabengrösse, sondern einen bestimmten Zahlwerth bedeuten, so wäre die Functionsreihe (83) eben dieselbe, die von Fourier zur Beurtheilung der Grenzen für die Wurzeln einer numerischen Gleichung — denn eine solche wäre dann die $F(x, a) = 0$ — vorgeschlagen wurde; die in (84) erscheinenden Functionen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ wären bestimmte Zahlen und aus ihren Vorzeichen liesse sich in der bekannten Weise die Anzahl der Zeichenwechsel für die eine Substitution x_r und die andere $x_r + \Delta$ entnehmen und aus der Differenz dieser Anzahlen in den Zeichenwechseln auf die Anzahl reeller Wurzeln x ein Schluss ziehen, welche innerhalb der beiden Grenzwerthe x_r und $x_r + \Delta$ fallen. So z. B.

auch, wenn der Grösse a ein extremer Werth $\pm a_\infty$ ertheilt wird. Da für die extremen Werthe von a, wie schon früher erwähnt, das Vorzeichen der Substitutionsresultate nur von den Anfangsgliedern derselben abhängt, so kann man in den beiden Reihen (84) die Polynome $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ durch ihre Anfangsglieder ersetzen. Nun sind aber unter den hier gemachten Voraussetzungen die Anfangsglieder von: $\mathfrak{P}_r^{(m)}$, $\mathfrak{P}_r^{(m-1)}$, ... $\mathfrak{P}_r''$, $\mathfrak{P}_r'$ beziehungsweise genau dieselben wie von $\mathfrak{Q}_r^{(m)}$, $\mathfrak{Q}_r^{(m-1)}$, ... $\mathfrak{Q}_r''$, $\mathfrak{Q}_r'$ und nur die Anfangsglieder von $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ sind verschieden und besitzen entgegengesetzte Vorzeichen. Es folgt hieraus, dass für die extremen Werthe $\pm a_\infty$ in (84) die obere und untere Reihe von Zeichen, mit Ausnahme der letzten, genau dieselben seien und daher die Differenz in der Anzahl der Zeichenwechsel gleich Eins ausfallen müsse, woraus sich mit Sicherheit schliessen lässt, dass eine einzige Wurzel x zwischen x_r und $x_r + \Delta$ fällt, wie wir schon von einer früheren Untersuchung her wissen. Geht man von diesen extremen Werthen $\pm a_\infty$ stufenweise zu den endlichen über, so wird sich die Zeichenanordnung in den beiden Reihen (84) und folglich auch die Differenz in der Anzahl der Zeichenwechsel nicht ändern können, so lange keine der mit $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ bezeichneten Functionen ihr Vorzeichen wechselt und erst bei dem ersten endlichen Werthe von a, dem man bei diesem stetigen Fortschreiten begegnet, für welchen irgend eine der Functionen $\mathfrak{P}$ oder $\mathfrak{Q}$ ihr Vorzeichen wechselt, kann die Zeichenanordnung in (84) eine andere und vielleicht auch die Differenz in der Anzahl der Zeichenwechsel von Eins in eine andere übergehen. Bezeichnen wir, um einen bestimmten Werth von a festzuhalten, mit a' den Werth von a, dem man zuerst begegnet, für welchen eine der mit $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ bezeichneten Functionen ihr Vorzeichen wechselt, und untersuchen wir nun den Einfluss, den dies auf die Differenz in der Anzahl der Zeichenwechsel haben kann. Für den Bereich $+ a_\infty \ldots + a'$ ist es erwiesen, dass die Differenz in der Anzahl der Zeichenwechsel stets gleich Eins bleibt, indem die Anordnung der Zeichen in (84) stets dieselbe bleibt. Es wird sohin im vollen Bereiche dieses Intervalles zwischen x_r und $x_r + \Delta$ nur eine einzige, und zwar fortwährend dieselbe Wurzel $\varphi(a)$ liegen. Für den Werth a' selbst und das angrenzende Intervall tritt eine Änderung in der Zeichenanordnung auf und es sind mehrere verschiedene Fälle denkbar. Meistentheils wird nur eine einzige der Functionen $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$ und nur ausnahmsweise eine Gruppe von mehreren gleichzeitig ihr Vorzeichen wechseln. Wir wollen die verschiedenen hier möglichen Fälle aufzählen und genauer untersuchen.

1. Die Änderung des Vorzeichens erfolgt nur bei der Function $\mathfrak{P}_r$ oder der anderen $\mathfrak{Q}_r$. In diesem Falle erhalten dann im nächsten Intervalle von a, die beiden Functionen $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ gleiche Zeichen und es besteht nun gar kein Unterschied mehr in der Anordnung der Vorzeichen zwischen der oberen und unteren Reihe in (84). Die Differenz in der Anzahl der Zeichenwechsel ist somit gleich Null und folglich keine Wurzel x zwischen x_r und $x_r + \Delta$ enthalten. Es folgt hieraus, dass a' der Grenzwerth sei des giltigen Intervalles von a, das dem Ergänzungsgliede Δ entspricht, und dass über diesen Werth a' hinaus das Intervall nicht weiter ausgedehnt werden dürfe.

2. Die Änderung des Vorzeichens erfolgt abermals bei einer einzelnen Function, aber bei einer Mittelfunction $\mathfrak{P}_r^{(s)}$ oder $\mathfrak{Q}_r^{(s)}$. Hier müssen wieder zwei verschiedene Fälle unterschieden werden, je nachdem die beiden Nachbarfunctionen zur Linken und Rechten: $\mathfrak{P}_r^{(s+1)}$ und $\mathfrak{P}_r^{(s-1)}$ oder $\mathfrak{Q}_r^{(s+1)}$ und $\mathfrak{Q}_r^{(s-1)}$ gleiche oder entgegengesetzte Vorzeichen besitzen für $a = a'$. Besitzen die beiden Nachbarfunctionen gleiche Zeichen, so bedingen bei der Änderung des Vorzeichens der Mittelfunction diese drei Functionen jedenfalls eine Änderung in der Anzahl der Zeichenwechsel in der entsprechenden Reihe der $\mathfrak{P}$ oder $\mathfrak{Q}$ in (84), denn je nachdem vor

der erfolgten Zeichenänderung bei der Mittelfunction diese drei Glieder der Reihe zwei Zeichenwechsel oder zwei Zeichenfolgen darbieten, werden nach der erfolgten Zeichenänderung an ihrer Stelle zwei Zeichenfolgen oder zwei Zeichenwechsel auftreten, kurz es erfolgt in der betreffenden Reihe der (84) eine Zu- oder Abnahme in der Zeichenwechselanzahl um zwei; und da die Zeichenanordnung in der anderen Reihe (84) ungeändert geblieben, so wird die Differenz in der Anzahl der Zeichenwechsel beim Übertreten vom Intervalle $+ a_\infty \ldots + a'$ in das nächstliegende $+ a' \ldots$ in 3 übergehen. Der andere Übergang von 1 in —1 ist bekanntermassen unmöglich, da dem grösseren der beiden Werthe x_r, $x_r + \Delta$ stets die geringere Anzahl von Zeichenwechseln entspricht.

Mit dem Auftreten des Index 3 anstatt 1 ist nun wohl keineswegs erwiesen, dass wirklich drei reelle Wurzeln x zwischen x_r und $x_r + \Delta$ fallen; es lässt sich im Gegentheile sehr leicht der Beweis führen, dass das angedeutete neue Paar von Wurzeln in diesem Zwischenraume für die unmittelbar nächsten Werthe von a fehlt, d. h. imaginär ist; allein man ist dennoch genöthigt, das giltige Intervall von a mit dem Werthe a' zu schliessen, weil jede Erweiterung desselben den Beweis der imaginären Beschaffenheit dieser zwei Wurzeln nothwendig voraussetzen würde. Ein solcher Beweis lässt sich aber, wie Fourier dargethan hat, nur mit Hilfe des engeren Zusammenziehens der Grenzen bewerkstelligen, reducirt sich also im Grunde immer auf das weitere Fortsetzen der Entwickelung von x über x_r hinaus, was hier nicht in unserer Absicht liegt.

3. Erfolgt hingegen die Zeichenänderung bei einer Mittelfunction, deren beide Nachbarfunctionen ungleiche Zeichen haben, so zwar, dass diese drei unmittelbar aufeinanderfolgenden Functionen immer einen Zeichenwechsel und eine Zeichenfolge darstellen, gleichgiltig, ob die Mittelfunction das eine oder das entgegengesetzte Zeichen trägt; so hat diese Zeichenänderung gar keinen Einfluss auf die Anzahl der Zeichenwechsel in der betreffenden Reihe der (84) und somit bleibt auch die Differenz in den Anzahlen der Zeichenwechsel, so wie früher, gleich Eins. Man kann daher in diesem Falle das giltige Intervall von a über diesen speciellen Werth a' hinaus ausdehnen, bis eine Begrenzung desselben durch die Zeichenänderung bei einer andern Function erfolgt, welche auf die Differenz der Zeichenwechsel einen Einfluss hat.

4. Nun wären noch jene Ausnahmsfälle zu besprechen, in welchen mehrere Functionen $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$ gleichzeitig ihr Vorzeichen ändern. Allein die Beurtheilung dieser seltenen Fälle ergibt sich von selbst aus dem früheren, indem der Gesammteffect sich aus den Einzelwirkungen zusammensetzt. Es ist daher überflüssig, eine weitläufige Erörterung all' der verschiedenen Fälle, die hier möglich sind, hier folgen zu lassen.

Fassen wir all' das bisher Gesagte zusammen, so ergibt sich, dass die mit $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ bezeichneten Functionen in (84) bezüglich ihres Einflusses auf die bestehende Differenz in der Anzahl der Zeichenwechsel bei der oberen mit $\mathfrak{P}$ und der unteren mit $\mathfrak{Q}$ bezeichneten Reihe in zwei Abtheilungen zu trennen sind: erstens in solche, die beim Ändern ihres Vorzeichens gar keine Änderung in den Anzahlen der Zeichenwechsel bedingen, und diese sind jene Mittelfunctionen, deren beide Nachbarfunctionen entgegengesetzte Vorzeichen besitzen, und zweitens in andere, welche beim Ändern ihres Vorzeichens auch in der Anzahl der Zeichenwechsel eine Änderung bedingen; dahin sind die beiden Endfunctionen $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$, ferner alle jene Mittelfunctionen zu zählen, deren Nachbarfunctionen gleiche Vorzeichen besitzen.

Es ergibt sich hieraus folgendes einfache Verfahren, um das giltige Intervall von a zu finden: Man substituire die beiden Grenzwerthe x_r und $x_r + \Delta$ anstatt x in die Reihe von

Functionen (83), die durch wiederholtes partielles Differentiiren nach x aus dem Gleichungspolynome $F(x, a)$ abgeleitet sind, und ordne die Substitutionsresultate in zwei Reihen (84). Es ist dabei unerlässlich, dass die mit $\mathfrak{Q}$ bezeichneten Substitutionsresultate mit Ausnahme der beiden letzten $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ mit den darüberstehenden $\mathfrak{P}$ beziehungsweise dieselben Anfangsglieder aufweisen. Sollte dies nicht der Fall sein, so wäre es als ein Beweis anzusehen, dass die Gliedersumme x_r den anfänglich ausgesprochenen Bedingungen noch nicht entspricht und die Entwickelung der Wurzel x weiter fortzusetzen sei. Nun substituire man anstatt a in diese Substitutionsresultate $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ oder vielmehr in ihre Anfangsglieder einen der beiden extremen Werthe $\pm a_\infty$, d. h. wenn die absteigende Entwickelung vorliegt $\pm\infty$, bei der aufsteigenden hingegen $\frac{1}{\infty}$ bestimmt und notirt aber nur die Vorzeichen, nicht die numerischen Werthe. Man erhält so zwei Reihen von Zeichen, entsprechend den beiden Reihen (84), die mit Ausnahme der beiden letzten, welche den Endfunctionen $\mathfrak{P}_r$ und $\mathfrak{Q}_r$ angehören und entgegengesetzt sind, vollkommen übereinstimmen. Die Differenz in den Anzahlen der Zeichenwechsel bei diesen beiden Zeichenreihen ist demnach gleich Eins. Nun übergeht man von dem erwählten extremen Werthe von a zu den endlichen Werthen, welche dasselbe Zeichen besitzen, in der natürlichen Ordnung und untersucht, welche der Functionen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ zuerst ihr Vorzeichen ändert, wobei man jene Mittelfunctionen unberücksichtigt lässt, deren Nachbarfunctionen entgegengesetzte Vorzeichen besitzen für den bereits substituirten extremen Werth von a. Der Werth von a, bei dem man bei diesem natürlichen Vorschreiten zuerst einer Änderung des Zeichens bei einer der Functionen $\mathfrak{P}$ oder $\mathfrak{Q}$ in (84) begegnet, deren Nachbarfunctionen nicht entgegengesetzte Zeichen besitzen, ist die Grenze des giltigen Intervalles von a in dem Sinne, dass eine Erweiterung desselben vermittelst der hier eingeleiteten Untersuchung nicht gut thunlich ist.

Bezüglich der praktischen Ausführung der eben angedeuteten Untersuchung versteht es sich von selbst, dass man nicht in einem stetigen Übergange von den extremen Werthen $\pm\frac{1}{\infty}$ zu den endlichen vorschreiten könne, sondern dass eine beschränkte Anzahl von willkürlichen Substitutionen anstatt a einzuleiten sei. Bezeichnen wir beispielsweise mit $a_,$ einen bestimmten Zahlwerth, und mit $+ a \ldots a_,$ daher ein gewisses Intervall. Zufolge der bekannten Methoden zur Auffindung der reellen Wurzeln einer numerischen Gleichung ist man für jede einzelne der Functionen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ in (84) im Stande, anzugeben, ob und wie oft dieselbe in dem vorliegenden Intervalle durch Null hindurchgeht und dabei das Zeichen wechselt. Man denke sich für jede der Functionen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ in (84) diese Anzahl der wirklichen Zeichenänderungen, den Index bestimmt. Sind alle diese Indices gleich Null oder nur bei solchen Mittelfunctionen von Null verschieden, deren beide Nachbarfunctionen fortwährend entgegengesetzte Zeichen behalten, so erfolgt in diesem Intervalle keinerlei Änderung in der Anzahl der Zeichenwechsel der beiden Reihen (84). Sind aber einzelne oder mehrere jener Functionen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ mit einem von Null verschiedenen Index versehen, bei welchen die Änderung des Vorzeichens auf die Anzahl der Zeichenwechsel von Einfluss ist; so muss man durch Zwischensubstitutionen das Intervall $+ a \ldots a_,$ so lange verkleinern, bis keine dieser Functionen mehr einen von Null verschiedenen Index besitzt. Diese Zwischensubstitutionen wird man anfänglich nach Gutdünken wählen, später aber, wenn man dem eigentlichen Ziele schon näher gerückt ist, durch ein geregeltes Approximationsverfahren erhalten, weil der gesuchte Grenzwerth des Intervalles von a, für welchen eben die Zeichenänderung bei einer bestimmten Function $\mathfrak{P}$ oder $\mathfrak{Q}$ erfolgt, stets die Wurzel einer numerischen Gleichung ist.

Es ist für sich klar, dass das solchergestalt gefundene Intervall von a eine viel geringere Ausdehnung besitzen wird, als das complete giltige Intervall, welches die erste Methode liefert, allein es ist hier unmöglich, ohne sich in weitläufigere Untersuchungen über das Reell- und Immaginärsein von Wurzeln, welche durch Zeichenwechselverluste angedeutet werden, einzulassen, diese Intervalle zu erweitern.

Hiemit kann daher die erste der beiden gestellten Aufgaben, nämlich die Bestimmung des Ergänzungsgliedes Δ als gelöst angesehen werden. Der Werth von θ ist zwar bisher nur nach Willkür gewählt worden und man könnte allerdings diese Grösse noch dazu benützen, um eine Bedingung damit zu erfüllen und einen Vortheil zu erreichen, worauf man bei der willkürlichen Wahl verzichten muss. Je grösser der numerische Werth von θ ist, desto weiter liegen die beiden Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ aus einander, wenigstens für die extremen Werthe von a; aber eben dadurch, wenigstens bis zu einer gewissen Grenze hin, wird man auch das entsprechende Intervall vergrössern, innerhalb dessen die beiden Grenzen die exacte Wurzel $\varphi(a)$ einschliessen. Was man also einerseits an Genauigkeit aufgibt, gewinnt man andererseits durch eine grössere Ausdehnung des giltigen Intervalles von a. Von dem jedesmaligen speciellen Zwecke allein, den der Rechner verfolgt, kann es abhängen, in welcher Weise man hier zwischen Vor- und Nachtheil die gehörige Ausgleichung zu treffen hätte. Eine genaue und weitläufigere Berücksichtigung dieser Anforderungen liegt aber hier nicht in unserem Plane.

II. Untersuchungen über die Convergenz der unendlichen Reihen.

§. 5.

Wir wollen nun zur Beantwortung der zweiten Frage schreiten, die wir uns anfangs gestellt haben, nämlich untersuchen, ob die bei den besprochenen Auflösungsmethoden hervorgehenden unendlichen Reihen gegen den wahren Wurzelwerth convergiren und nach welchem Gesetze dies erfolgt. Diese Untersuchung wird darüber Aufschluss ertheilen, ob die weiter fortgesetzte Entwickelung der Wurzel über die Gliedersumme x_r hinaus auch ein genaueres Resultat liefert oder nicht.

Fourier hat im zweiten Buche seines unvollständig erschienenen Werkes: „Analyse des équations déterminées“ das Gesetz der Convergenz für die Approximationsmethoden der verschiedenen Ordnungen entwickelt. Diese Untersuchungen beziehen sich zwar dort nur auf den Fall einer numerischen Gleichung, die gewonnenen Gesetze sind aber allgemein giltig und erstrecken, wie auch dort ausdrücklich bemerkt ist, ihre Wirksamkeit auf die verschiedenartigsten Gebiete der algebraischen und Infinitesimal-Analysis. Diese von Fourier aufgestellten Sätze sind es, welche auch die hier vorliegende Aufgabe zur Lösung bringen und über die Convergenz der bei der Auflösung von Buchstabengleichungen hervorgehenden unendlichen Reihen Aufschluss ertheilen. Wir werden daher zuvörderst diese Gesetze der Approximation auf den hier in Rede stehenden Fall einer Buchstabengleichung ausdehnen, untersuchen, welcher Ordnung die bei der Auflösung derselben angewendeten Approximationsmethoden angehören, und endlich die verschiedenen Enwickelungsweisen vermittelst derselben einer genauen Prüfung bezüglich ihrer Convergenz unterwerfen.

Die in den vorhergehenden Abschnitten gelehrten Reihenentwickelungen lassen sich, wie schon früher zu wiederholten Malen bemerkt wurde, in zwei getrennte Operationen zerfällen: Die Bestimmung der Anfangsglieder beruht auf ganz anderen Untersuchungen und erfüllt auch einen anderen Zweck, als jene der Folgeglieder. Erstere bezweckt die Sonderung einzelner Wurzeln oder einer Gruppe von mehreren solchen von allen übrigen und ist der Bestimmung der Grenzwerthe bei numerischen Gleichungen gleichzuhalten. Ist aber ein bestimmtes Anfangsglied gefunden, so bildet dasselbe dann den Ausgangspunkt für die fernere Entwickelung, und die zugehörigen Folgeglieder gehen jetzt aus einer Reihe von Gleichungen hervor, die von der ursprünglich gegebenen wesentlich verschieden und meistentheils von weit niedrigerem Grade sind. Der Grad der Gleichungen, welche die Folgeglieder liefern, kommt nämlich gleich der Anzahl der Wurzeln, welchen das betreffende Anfangsglied gemeinschaftlich zukommt. Ist das Anfangsglied nur einer einzigen Wurzel eigen, so sind alle diese Gleichungen, welche die Folgeglieder liefern, vom ersten Grade; kommt hingegen das Anfangsglied p Wurzeln gemeinschaftlich zu, so erhält die Gleichung die Gradzahl p.

Wir wollen nun zunächst darthun, dass die Bestimmung der Folgeglieder, auf die bekannte Weise ausgeübt, eigentlich ein Approximationsverfahren der ersten oder einer höheren Ordnung vorstelle. Ist nämlich x_r ein zwar nicht vollkommen genauer, sondern nur angenäherter Werth von x, so lässt sich stets der genaue Werth darstellen in der Gestalt: $x = x_r + x'$, wo x' einen geeigneten Zusatz bedeutet und zu dessen Bestimmung eigentlich die Gleichung: $F(x_r + x', a) = 0$ dienlich wäre, die aus der ursprünglich gegebenen $F(x, a) = 0$ hervorgeht, wenn man in ihr vermittelst der Substitution $x = x_r + x'$ anstatt der Unbekannten x die andere x' einführt. Durch Auflösung der Gleichung $F(x_r + x', a) = 0$ würde man zwar den vollkommenen genauen Werth von x' und folglich auch jenen von x erhalten, wenn man nicht dabei genau denselben unübersteiglichen Hindernissen begegnen würde, welche der exacten Auflösung der ursprünglichen Gleichung im Wege stehen. Man kann aber in der Gleichung $F(x_r, + x', a) = 0$ gewisse Glieder, namentlich die mit den höheren Potenzen von x' verknüpften weglassen, sie auf solche Weise in eine andere, wesentlich verschiedene verwandeln, die eine niedrigere Gradzahl trägt, aber auch andere Werthe von x' liefert. Löst man nun die solchergestalt vereinfachte Gleichung auf nach der darin enthaltenen Unbekannten x', so erhält man wohl keinesfalls jenen Zusatz, der, zu x_r hinzugefügt, den exacten Wurzelwerth x liefert, sondern einen anderen, der aber unter gewissen Umständen eine Annäherung zum wahren Wurzelwerthe zur Folge hat. Die Art, wie diese Erniedrigung der Gradzahl der Gleichung $F(x_r + x', a) = 0$ bewerkstelligt wird, kann aber verschieden sein. Denkt man sich die Function $F(x_r + x', a)$ aufsteigend nach Potenzen von x' entwickelt, so wird man in der Regel erhalten:

$$(85)\quad F(x_r + x', a) = F(x_r, a) + F'(x_r, a)\frac{x'}{1} + F''(x_r, a)\cdot\frac{x'^2}{1.2} + F'''(x_r, a)\frac{x'^3}{1.2.3} + \cdots\cdots$$

Nimmt man nun von all' diesen Gliedern nur die beiden ersten und setzt ihre Summe gleich Null, so erhält man eine Gleichung des ersten Grades in x'. Der auf diese Weise gewonnene Werth von x' bringt bisweilen die Summe $x_r + x'$ dem wahren Wurzelwerthe x näher, als x_r war, und das dabei eingeschlagene Verfahren stellt die Approximation der ersten Ordnung dar, auch die lineare oder Newton'sche genannt. Man berücksichtigt dabei nur die beiden Substitutionsresultate $F(x_r, a)$ und $F'(x_r, a)$, die für $x = x_r$ aus dem

ursprünglichen Gleichungspolynome $F(x, a)$ und seinem ersten partiell nach x genommenen Differentialquotienten $F'(x, a)$ hervorgehen.

Würde man aber anstatt der zwei ersten Glieder der Summe (85) die drei ersten: $F(x_r, a) + F'(x_r, a).\frac{x'}{1} + F''(x_r, a).\frac{x'^2}{1.2}$ hervorheben, alle übrigen aber weglassen, so erhält man durch gleich Null Setzen derselben eine Gleichung des zweiten Grades, die wieder in geeigneten Fällen einen Werth von x', wohl auch deren zwei zu liefern im Stande ist, welche eine Annäherung zum wahren Wurzelwerthe herbeiführen. Dies ist dann das Approximationsverfahren der zweiten Ordnung, wobei drei Substitutionsresultate: $F(x_r, a)$, $F'(x_r, a)$, $F''(x_r, a)$ berücksichtigt werden, die für $x = x_r$ aus dem ursprünglichen Gleichungspolynome und seinem ersten und zweiten, partiell nach x genommenen Differentialquotienten hervorgehen.

Im Allgemeinen kann man von der Summe (85) eine beliebige Anzahl von $p + 1$ ersten Gliedern behalten und der Null gleichsetzen, alle übrigen, mit höheren Potenzen von x' verknüpften hingegen weglassen und erhält so eine Gleichung des p^{ten} Grades in x', die gelegentlich einen, wohl auch mehrere Werthe für die Unbekannte zu liefern geeignet ist, welche, zu x_r hinzugefügt, eine Annäherung zum wahren Wurzelwerthe zur Folge haben. Dies ist das Approximationsverfahren der p^{ten} Ordnung und wird dadurch charakterisirt, dass dabei nur die aus dem ursprünglichen Gleichungspolynome $F(x, a)$ und seinen p ersten partiell nach x genommenen Differentialquotienten für $x = x_r$ hervorgehenden Substitutionsresultate in Betracht kommen.

Nach dem bisher Gesagten ist es wohl leicht einzusehen, dass all' diese verschiedenen Approximationsmethoden der ersten sowohl, als auch jene der höheren Ordnungen bei der Entwickelung der Folgeglieder in Anwendung kommen. Am häufigsten unter allen tritt die Approximation der ersten Ordnung in Wirksamkeit. In der That ist meistentheils mit der Bestimmung des Anfangsgliedes die betreffende Wurzel schon von allen übrigen isolirt, was sich bei der Ermittelung des Coëfficienten h_0 zu erkennen gibt dadurch, dass die hiezu dienende Gleichung $\Sigma[H h_0^r] = 0$ einen unwiederholten Wurzelwerth für h_0 liefert. In diesem gewöhnlichsten aller Fälle ergeben sich alle zugehörigen Folgeglieder der Reihe nach aus Gleichungen des ersten Grades. Ist nämlich x_r die bereits ermittelte Gliedersumme, so hat man die beiden Substitutionsresultate: $F(x_r, a) = \mathfrak{P}_r$ und $F'(x_r, a) = \mathfrak{P}_r'$ zu bilden, vermittelst derselben die Gleichung des ersten Grades: $\mathfrak{P}_r + \mathfrak{P}_r' x' = 0$ zu construiren und dieselbe nach x' aufzulösen, wobei der Quotient $x' = -\frac{\mathfrak{P}_r}{\mathfrak{P}_r'}$ in einem einzigen oder wohl auch in mehreren Anfangsgliedern entwickelt wird. Der unmittelbare Anblick dieser Gleichung lässt wohl keinen Zweifel übrig, dass man hier eigentlich die Approximationsmethode der ersten Ordnung in Anwendung gebracht habe, denn anstatt die complete transformirte Gleichung in x', nämlich die $F(x_r + x', a) = 0$ vorzunehmen, beschränkt man sich auf die Auflösung einer durch Hinweglassen der Glieder mit den höheren Potenzen von x' daraus abgeleiteten Gleichung des ersten Grades. Man begegnet bei der Auflösung von Buchstabengleichungen der Approximation der ersten Ordnung, sobald durch hinlänglich weit geführte Entwickelung einer Wurzel die vollständige Trennung derselben von allen übrigen bewerkstelligt ist, also jedesmal dann, wenn die der Entwickelung unterworfene Wurzel eine unwiederholte ist, und zwar entweder gleich Anfangs oder im späteren Verlaufe der Rechnung bei der Bestimmung der Folgeglieder.

Allein auch die Approximationsmethoden höherer Ordnungen finden gelegentlich Anwendung, und zwar namentlich dann, wenn das Anfangsglied x_0 oder überhaupt der bereits

entwickelte Bestandtheil x_r zweien oder mehreren Wurzeln gemeinschaftlich zukommt, d. h. wenn der Coëfficient h des zuletzt entwickelten Gliedes ein wiederholter Wurzelwerth seiner Bestimmungsgleichung ist. Die bekannte, zur Bestimmung der Folgeglieder dienliche Regel schreibt dann vor, den bereits entwickelten Bestandtheil x_r in das Gleichungspolynom und seine p ersten partiell nach x genommenen Differentialquotienten zu substituiren, falls h_r eine p-mal wiederholte Wurzel war, aus den solchergestalt gewonnenen Substitutionsresultaten: $\mathfrak{P}_r$, $\mathfrak{P}_r'$, $\mathfrak{P}_r''$, ... $\mathfrak{P}_r^{(p)}$ die Gleichung des p-Grades:

$$\mathfrak{P}_r + \mathfrak{P}_r' . x' + \frac{1}{1.2}\mathfrak{P}_r'' x'^2 + \frac{1}{1.2.3}\mathfrak{P}_r''' x'^3 + \ldots\ldots + \frac{1}{1.2\ldots p}\mathfrak{P}_r^{(p)} x'^p = 0$$

zu bilden und die Anfangsglieder von x' zu suchen; mit anderen Worten, man findet das nächstfolgende Glied vermittelst der Approximationsmethode der p^{ten} Ordnung.

Nachdem durch das eben Erwähnte bewiesen ist, dass die in den früheren Abschnitten auseinandergesetzten Entwickelungen im weiteren Verlaufe sich auf die Approximationsmethoden der ersten und höheren Ordnungen zurückführen lassen und zur Beurtheilung ihrer Convergenz die von Fourier gefundenen allgemeinen Gesetze dienlich sind, so ist hiemit schon der Weg vorgezeichnet, den die nachfolgenden Untersuchungen zu nehmen haben. Wir wollen aber keineswegs denselben eine grössere Ausdehnung geben, als für das praktische Bedürfniss unumgänglich nothwendig ist. Aus diesem Grunde werden wir nur die lineare Approximation, d. h. jene der ersten Ordnung einer näheren Betrachtung unterwerfen, die Approximationen höherer Ordnungen jedoch unberücksichtigt lassen. Es ist uns dies verstattet, wiewohl man dem früher Gesagten zufolge auch den Approximationen höherer Ordnungen begegnet, denn man kann es zuletzt immer dahin bringen, dass man nur mit der Approximation der ersten Ordnung zu thun hat. In der That begegnet man den Approximationen höherer Ordnungen nur dann, wenn mehrere Wurzeln in den Anfangsgliedern übereinstimmen. Alsdann sind aber nur folgende zwei Fälle möglich: entweder alle diese in den Anfangsgliedern übereinstimmenden Wurzeln sind dennoch sämmtlich von einander verschieden und dann wird durch hinlänglich weit fortgesetzte Entwickelung derselben ihre vollständige Trennung bei irgend einem Gliede nothwendig erfolgen und von diesem Momente an weiterhin nur die Approximation der ersten Ordnung in Anwendung kommen; oder einige oder alle dieser Wurzeln sind vollkommen gleich, und dann gelingt zwar die Trennung derselben selbst bei der ins Unendliche fortgesetzten Entwickelung nicht und man kann sonach zu ihrer Entwickelung niemals die lineare Approximationsmethode in Anwendung bringen; allein dann lässt sich auf bekannte Weise durch Sonderung des gemeinschaftlichen Factors, der im ursprünglichen Gleichungspolynome und seinem ersten partiell nach x genommenen Differentialquotienten, wohl auch im zweiten und den darauf folgenden erscheint, stets eine andere und einfachere Gleichung ableiten, welche nur diese gleichen Wurzeln, aber nunmehr als unwiederholte enthält, und zuletzt vermittelst der linearen Approximation ihre Entwickelung in Reihenform ermöglicht. Es ist somit stets möglich, zur linearen Approximation zu gelangen und folglich hinreichend, nur diese einer genaueren Betrachtung zu unterziehen.

Eine fernere Beschränkung, zu der wir genöthigt sind, schliesst alle imaginären Grössen aus dem Bereiche der nachfolgenden Untersuchungen, so zwar, dass nur die reellen Wurzeln x und die Convergenz der sie darstellenden unendlichen Reihen für reelle Werthe der unabhängigen Buchstabengrösse a in ihren Bereich gezogen erscheinen. Diese Lücke ist

gewiss um so eher zu entschuldigen, da selbst in dem viel einfacheren Probleme der numerischen Gleichungen dieser Punkt noch immer nicht erledigt ist.

Endlich machen wir noch die beschränkende Annahme, dass das Gleichungspolynom $F(x,a)$ sowohl nach x, als nach a eine ganze und rationale algebraische Function sei. Diese Beschränkung ist aber keineswegs eine nothwendige, da die nachfolgenden Untersuchungen und Ergebnisse auf jede beliebige Functionsform passen, bringt aber den Vortheil, dass die Darstellung eine einfachere wird, weil diese Functionsform keine Unterbrechung der Stetigkeit aufweist.

§. 6.

Die Function $F(x_r + x', a)$ lässt sich vermittelst der Taylor'schen Formel mit dem Ergänzungsgliede darstellen in folgender Form:

$$F(x_r + x', a) = F(x_r, a) + x', F'(x_r + \rho x', a) \tag{86}$$

und diese Gleichung ist richtig, so lange für die angenommenen Werthe von a und innerhalb x_r und $x_r + x'$ die Functionen: $F(x, a)$, $F'(x, a)$ endlich und stetig bleiben. Die im letzten Gliede erscheinende Grösse ρ besitzt einen zwischen 0 und 1 liegenden Werth und ist im Allgemeinen auch von a abhängig, so zwar, dass $x_r + \rho x'$ eine zwischen x_r und $x_r + x'$ fallende Mittelgrösse bedeutet. Die Ableitung dieser Formel ist hinlänglich bekannt.

Durch gleich Null Setzen dieses Ausdruckes (86) erhält man die Gleichung:

$$F(x_r, a) + x' . F'(x_r + \rho x', a) = 0$$

und diese liefert:

$$x' = - \frac{F(x_r, a)}{F'(x_r + \rho x', a)}. \tag{87}$$

Dies ist der vollkommen genaue Werth von x' unter der Voraussetzung, dass für $x_r + \rho x'$ die entsprechende Mittelgrösse gesetzt wurde. Die in dieser Formel enthaltene Regel ist folgende: Wenn ein Werth x_r bekannt ist, welcher, anstatt x gesetzt, die Gleichung $F(x,a) = 0$ nicht identisch erfüllt; so findet man den Zusatz x', welcher zu x_r als Correction hinzugefügt werden soll, wenn man das Substitutionsresultat $F(x_r a)$ durch einen Werth von $F'(x, a)$ dividirt, den diese Function für eine zwischen dem exacten Wurzelwerthe $x_r + x'$ und dem davon differirenden x_r liegende Zwischensubstitution $x_r + \rho x'$ annimmt und das Zeichen des erhaltenen Quotienten in das entgegengesetzte verwandelt.

Durch eine geometrische Construction kann man diesen Satz, so zu sagen, unmittelbar einsehen. In Fig. 1 stellt das Bogenstück *nsorm* ein Stück irgend einer Curve $y = f(x)$ dar, die im Punkte 0 die Abscissenaxe qop schneidet. Die dem Punkte 0 entsprechende Abscisse ist eine Wurzel der Gleichung $f(x) = 0$. Denkt man sich irgend eine andere Abscisse x_r aufgetragen, welcher der Punkt p auf der Axe der x entsprechen mag, die entsprechende Ordinate $pm = y_r$ errichtet, die einen von Null verschiedenen Werth hat und im Punkte m die Curve trifft, und nun durch die Sehne om die beiden Punkte o und m verbunden, so hat man: $Ao = Ap - op$ und $op = \frac{mp}{tang\ pom}$. Die Richtung der Linie om ist offenbar parallel zur im Punkte r der Curve gezogenen Tangente rt. Dieser Punkt r befindet sich jedenfalls, so lange die Curve orm eine continuirliche ist, zwischen o und m und es entspricht demselben eine

Abscisse, welche zwischen Ao und Ap fällt. Man hat dem zufolge $tang\ pom = tang\ ptr$ und folglich: $op = \frac{mp}{tang\ ptr}$ und somit: $Ao = Ap - \frac{mp}{tang\ ptr}$. Ersetzt man in diesen Gleichungen Ao, Ap, mp, op beziehungsweise durch die ihnen zukommenden Bezeichnungen x, x_r, $y_r = f(x_r)$, $-x'$; $tang\ ptr$ aber durch den gleichgeltenden Werth von $\frac{dy}{dx} = f'(x)$, den diese Function für den dem Punkte r entsprechenden Werth der Abscisse und die durch $x_r + \rho x'$ dargestellt werden kann, annimmt; so erhält man die mit der (87) übereinstimmenden Gleichungen:

$$x' = -\frac{f'(x_r)}{f'(x_r + \rho x')},\ x = x_r + x' = x_r - \frac{f(x_r)}{f'(x_r + \rho x')}$$

Dies wäre für eine numerische Gleichung giltig. Für eine Buchstabengleichung jedoch, in der nebstdem noch eine willkürliche Grösse a erscheint, hätte man eine ähnliche Construction, wie hier in der Ebene, im Raume mit drei Dimensionen zu entwerfen. Für jeden einzelnen Zahlwerth von a nämlich lässt sich eine der Fig. 1 ähnliche Zeichnung entwerfen, in der aber die hier ersichtlichen Linien stets eine andere Grösse und Lage erhalten. Die Fig. 1 stellt eigentlich den Durchschnitt dieser im Raume von drei Dimensionen zu construirenden Gebilde dar für einen speciellen Werth von a. Man kann sich daher die Ebene der Fig. 1 längs einer darauf senkrechten Geraden, fortwährend parallel zu sich selber bewegt und dabei die darin vorkommenden Linien und Winkel in geeigneter Weise abgeändert denken und wird so die im Raume von drei Dimensionen bestehende Construction finden. Jede in der Fig. 1 ersichtliche Linie verwandelt sich dabei in eine entsprechende Fläche: die Abscissenaxe in eine Coordinatenebene, die Curve $nsormm$ in eine krumme Fläche, die Ordinate mp in eine Cylinderfläche, die auf der Coordinatenebene senkrecht steht und dieselbe in der ebenen Curve $x = x_r$ schneidet, die Sehne om in eine windschiefe Fläche, welche man sich dadurch gebildet zu denken hat, dass man die gerade Linie om gleichzeitig auf der Curve: $x = \varphi(a)$ von einfacher, und die andere: $y = F(x, a)$, $x = x_r$ von doppelter Krümmung fortbewegt und dabei fortwährend zur Coordinatenebene der xy parallel erhält. Die Tangente rt geht dadurch über in eine tangirende windschiefe Fläche, welche die Fläche $F(x, a) = y$ in einer Linie von doppelter Krümmung berührt, die fortan zwischen denjenigen zwei Curven liegt, deren Durchschnitte mit o und m in Fig. 1 bezeichnet sind und deren Projection auf die Ebene der x y als eine Curve von einfacher Krümmung fortan zwischen den beiden Curven $x = \varphi(a)$ und $x = x_r$ liegt, und demnach durch die Gleichung: $x = x_r + \rho x'$ dargestellt werden kann. Hier bedeutet x' die Differenz: $\varphi(a) - x_r$ und ρ eine unbekannte Function von a, die jedoch die Eigenschaft hat, nur zwischen 0 und 1 liegende Werthe anzunehmen.

Die Gleichung (87), deren Sinn durch die angegebene Construction vollkommen beleuchtet wird, dient dazu, über die Convergenz der Approximation ein Urtheil zu fällen. Denken wir uns nämlich in dem Ausdrucke (87), welcher den genauen Werth der Correction x' liefern würde, die im Nenner erscheinende Function $F(x_r + \rho x', a)$ durch eine andere $\Phi'(a)$ ersetzt, die genau dasselbe Vorzeichen, aber einen numerisch grösseren Werth besitzt, so wird, so lange diese Bedingung erfüllt bleibt, der durch diese Änderung abgeleitete Ausdruck:

$$(88) \qquad -\frac{F(x_r, a)}{\Phi'(a)}$$

stets dasselbe Zeichen wie der exacte Zusatz x', aber einen numerisch kleineren Werth erhalten, und demzufolge liegt der Werth dieses Ausdruckes (88) zwischen 0 und x'. Man kann nun diesen Ausdruck (88) zu x_r hinzufügen und der so erhaltene Werth:

$$x_r - \frac{F(x_r\,,\,a)}{\Phi'(a)} \tag{89}$$

wird dann jedenfalls zwischen x_r und $x_r + x'$, d. h. zwischen x_r und dem exacten Wurzelwerthe $\varphi(a)$ liegen, aber von demselben noch verschieden sein. Der neue Ausdruck (89) liegt daher, unter der oberwähnten, bei der Wahl von $\Phi'(a)$ beobachteten Vorsicht, dem wahren Wurzelwerthe $\varphi(a)$ jedenfalls näher als der Werth x_r, ist aber noch immer, und zwar in genau demselben Sinne fehlerhaft wie x_r, mit anderen Worten, ist noch immer grösser als der genaue Werth von x, wenn x_r zu gross war, und kleiner, wenn x_r zu klein war.

So wie hier durch einen einmaligen Schritt aus dem ungenauen ersten Werthe x_r ein zweiter genauerer Werth abgeleitet wurde, so kann man durch mehrmalige Wiederholung dieses Verfahrens der Reihe nach einen dritten, vierten, stets näher liegenden Werth finden und dem wahren Wurzelwerthe $\varphi(a)$ stets näher kommen. Alle solchergestalt der Reihe nach gefundenen Werthe sind sämmtlich entweder zu gross oder zu klein, je nachdem der als Ausgangspunct benützte Werth x_r zu gross oder zu klein war. Der dabei einzuschlagende Weg ist leicht einzusehen: Bezeichnen wir mit: $\mathfrak{x}_0$, $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$, ... $\mathfrak{x}_t$ der Reihe nach diese Werthe, unter $\mathfrak{x}_0$ den ursprünglichen x_r verstanden, so ist jedes Glied dieser Reihe aus dem unmittelbar vorhergehenden durch Substitution desselben anstatt x in das Gleichungspolynom $P = F(x, a)$ und nachherige Multiplication des dabei gewonnenen Substitutionsresultates mit $\frac{-1}{\Phi'(a)}$ abgeleitet, wie dies in den nachfolgenden Gleichungen ersichtlich gemacht ist:

$$X_1 = -\frac{F(X_0\,,\,a)}{\Phi'(a)}\,,\; X_2 = -\frac{F(X_1\,,\,a)}{\Phi'(a)} \ldots,\; X_t = -\frac{F(X_{t-1}\,,\,a)}{\Phi'(a)}\,. \tag{90}$$

Hier muss aber die Function $\Phi'(a)$, wenn sie stets dieselbe bleiben soll, dasselbe Zeichen, aber einen numerisch grösseren Werth besitzen als die Functionen:

$$F'(x\,..\,X_0\,,\,a)\,,\; F'(x\,...\,X_1\,,\,a)\,,\; ....\; F'(x\,...\,X_t\,,\,a) \tag{91}$$

unter $x\,....\,\mathfrak{x}_0$, $x\,....\,\mathfrak{x}_1$, $x\,....\,\mathfrak{x}_t$ die entsprechenden Mittelgrössen verstanden, welche an die Stelle der früheren $x + \rho x'$ treten. Diesen Bedingungen kann man jedoch nur dann entsprechen durch einen einzigen Werth von $\Phi'(a)$, wenn alle diese Functionen (91) einerlei Vorzeichen tragen. Da nun alle hier erscheinenden Mittelgrössen zwischen x und $\mathfrak{x}_0$ liegen, so ist es möglich, all' diesen Bedingungen durch ein einziges $\Phi'(a)$ zu genügen, wenn die Function $F'(x, a)$ für alle zwischen x und $\mathfrak{x}_0$ liegenden Werthe von x einerlei Vorzeichen behält, und zwar dadurch, dass man der Grösse $\Phi'(a)$ eben dieses Vorzeichen und den grössten numerischen oder einen noch grösseren Werth ertheilt, dessen $F(x, a)$ in diesem Intervalle fähig ist. Hat man eine solche Wahl der Function $\Phi'(a)$ wirklich getroffen, was offenbar wieder nur für ein beschränktes Intervall von a möglich ist, so werden die aus den Gleichungen (90) gezogenen Werthe $\mathfrak{x}_0$, $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$, ... $\mathfrak{x}_t$ der Reihe nach der exacten Wurzel $\varphi(a)$ näher rücken, und zwar in der Richtung von $\mathfrak{x}_0$ gegen dieselbe, also stets grösser oder stets kleiner sein.

Das hier angegebene Approximationsverfahren, welches offenbar ein lineares ist, unterscheidet sich von demjenigen, welches bei numerischen Gleichungen angewendet zu werden

pflegt, denn man dividirt hier stets durch denselben Ausdruck $\Phi'(a)$, während dort der Divisor sich fortan ändert. Aus diesem Grunde besitzt auch die hier besprochene Approximation einen geringeren Grad der Convergenz, wie durch Vergleichung von Fig. 2 und Fig. 3 alsogleich eingesehen werden kann. Fig. 2 stellt den Gang der hier angegebenen Approximation vor, bei welchem die gezogenen Geraden: $m_1 p_1$, $m_2 p_2$, $m_3 p_3$ zu einander parallel sind und mit der Abscissenaxe op einen grösseren Winkel bilden, als die einzelnen Elemente der Curve $o m_3 m_2 m_1$; während in Fig. 3 die Geraden $m_1 p_1, m_2 p_2, \ldots$. die Curve tangiren und sich daher die einzelnen Punkte p, p_1, p_2 .... in einem viel rascheren Verhältnisse dem Durchschnittspunkte o nähern. Trotzdem ist die hier angegebene Approximationsmethode ebenfalls convergent, und zwar selbst dann noch, wenn die andere divergent wird, wie dies an dem Bogenstücke on bemerkt werden kann.

§. 7.

Wir wollen nun zunächst das Gesetz der Annäherung genauer untersuchen, welches bei diesem Verfahren gültig ist, und beginnen mit dem einfachsten Falle, der dann für die übrigen complicirteren als Richtschnur dienen wird. In Fig. 4 sei nom eine gerade Linie, welche die Abscissenaxe qop in einem Punkte o schneidet, $y = \alpha x + \beta$ ihre Gleichung. Man denke sich vom Punkte p die Ordinate $p m_1$ errichtet und nun die Gerade $m_1 p_1$ gezogen, welche mit der Abscissenaxe einen grösseren, aber mit denselben Zeichen versehenen Winkel als die nm einschliesst, mit anderen Worten, in deren Gleichung $y = (\alpha + \alpha') x + \beta'$ der Coëfficient $\alpha + \alpha'$ einen numerisch grösseren Werth und dasselbe Vorzeichen wie α besitzt. Dieselbe trifft die Abscissenaxe im Durchschnittspunkte p_1, welcher offenbar zwischen o und p liegt. Hier errichtet man abermals eine Ordinate $p_1 m_2$, zieht durch den Punkt m_2 die $m_2 p_2$ unter demselben Winkel gegen die Abscissenaxe wie die frühere $m_1 p_1$ und fährt so fort in der gebrochenen Zickzacklinie $p m_1 p_1 m_2 p_2 \ldots$ sich dem Punkte o zu nähern. Dies ist offenbar das früher erwähnte Verfahren, angewendet auf die Gleichung des ersten Grades: $\alpha x + \beta = 0$. Eine solche Anwendung wird zwar niemals gemacht werden, allein die Untersuchung dieses Falles hat einen anderen Zweck und ist für das Nachfolgende von Wichtigkeit. $\alpha + \alpha'$ ist in dem gegenwärtigen Falle der Werth von $\Phi'(a)$, $\mathfrak{x}_0$, $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$, ... sind die Abscissen der Punkte p, p_1, p_2, ... und die jedesmaligen Fehler x', x_1', x_2', ... sind durch die Linienstücke op, op_1, op_2, ... sowohl ihrer Grösse, als auch ihrem Zeichen nach ausgedrückt.

Es soll nun das Gesetz der Reihe x', x'_1, x'_2, ... angegeben werden. Man hat zunächst $p_1 p \; tang \; p p_1 m_1 = m_1 p$, d. h. $(\mathfrak{x}_0 - \mathfrak{x}_1)(\alpha + \alpha') = \alpha \mathfrak{x}_0 + \beta$ und findet, weil $x' - x_1' = \mathfrak{x}_1 - \mathfrak{x}_0$, ferner $\alpha \mathfrak{x}_0 + \beta = -\alpha x'$ ist: $(x' - x_1')(\alpha + \alpha') = \alpha x'$, also: $x_1' = \frac{\alpha'}{\alpha + \alpha'} x'$. Wendet man diese Formel daz an, um jedes Glied der Reihe: x', x_1', x_2', ... aus dem unmittelbar vorhergehenden abzuleiten, wozu sie sich eben eignet, indem man nur die Stellenzeiger 0, 1 der in ihr erscheinenden Grössen x', x_1' in andere, gleichfalls um Eins differirende ganze Zahlen zu verwandeln braucht, so überzeugt man sich, dass diese Reihe eine geometrische sei mit dem constanten Quotienten $\frac{\alpha'}{\alpha + \alpha'}$, so zwar, dass das allgemeine Glied derselben

$$x_t' = x' \cdot \left(\frac{\alpha'}{\alpha + \alpha'}\right)^t \tag{92}$$

wird. Man erhält also den Betrag des nach t-maliger Anwendung des in Rede stehenden Approximationsverfahrens bei der Gleichung des ersten Grades $\alpha x + \beta = 0$ noch vorhandenen

Fehlers x'_t, wenn man den ursprünglichen Fehler x' t-mal mit der Grösse $\frac{\alpha'}{\alpha+\alpha'}$ multiplicirt. Es lassen sich hier die Folgerungen ziehen:

Erstens: Wenn α und α', wie eben hier vorausgesetzt, gleiche Zeichen haben, also der numerische Werth von $\alpha+\alpha'$ grösser ist als jener von α', so erhält der Bruch $\frac{\alpha'}{\alpha+\alpha'}$ einen zwischen Null und Eins liegenden Werth und beim fortwährenden Wachsen von t nähert sich x'_t daher dem Werthe Null. Die Grössen $\mathfrak{X}_0, \mathfrak{X}_1, \mathfrak{X}_2, \ldots$. nähern sich folglich unbegrenzt dem wahren Wurzelwerthe $x = -\frac{\beta}{\alpha}$.

Zweitens: Der Werth des Bruches $\frac{\alpha'}{\alpha+\alpha'}$ ist unter eben dieser Voraussetzung positiv, und demnach besitzen alle Grössen: $x', x_1', x'_2, \ldots$. einerlei Zeichen und die Werthe $\mathfrak{X}_0, \mathfrak{X}_1, \mathfrak{X}_2, \ldots$. sind entweder sämmtlich zu gross, oder sämmtlich zu klein, je nachdem der erste von ihnen $\mathfrak{X}_0$ zu gross oder zu klein war.

Drittens: Die Convergenz wird durch den Werth des Bruches $\frac{\alpha'}{\alpha+\alpha'}$ bestimmt. Je näher dieser Werth der Nulle liegt, desto rascher ist die Approximation. Von zwei Geraden: $y = \pm \alpha_1(x-\xi)$ und $y = \pm(\alpha_1+\alpha_2)(x-\xi)$, welche die Abscissenaxe in einem und demselben Punkte $x = \xi$ schneiden, mit ihr aber ungleiche Winkel einschliessen und bei welchen man, von einem und demselben $\mathfrak{X}_0$ ausgehend, einerlei Verfahren und Werth $\Phi'(\alpha)$ anwendet, um zum exacten Wurzelwerthe $x = \xi$ zu gelangen, bietet die zweite, der der grössere Winkel entspricht, die raschere Approximation. Der Werth des Bruches $\frac{\alpha'}{\alpha+\alpha'}$ ist nämlich in diesen beiden Fällen beziehungsweise: $\frac{\Phi'-\alpha_1}{\Phi'}$, $\frac{\Phi'-(\alpha_1+\alpha_2)}{\Phi'}$, von diesen zwei Grössen aber offenbar die zweite kleiner als die erste, folglich auch bei der zweiten Gleichung die Convergenz eine stärkere. Sie entspricht derjenigen Geraden, welche den grösseren Winkel mit der Abscissenaxe einschliesst, oder auch, der die grösseren Zahlwerthe der Ordinaten entsprechen.

Alle diese Bemerkungen, wiewohl hier nur für gerade Linien entwickelt, haben eine allgemeine Geltung auch bei beliebig geformten krummen Linien. Wir wollen hier zunächst nur die Verallgemeinerung der dritten Folgerung ableiten.

A sei eine beliebige krumme Linie, welche in einem gewissen Bereiche der Abscisse x, der sich von $x = \mathfrak{X}_0$ bis $x = \mathfrak{X}_\infty$ erstreckt, fortan numerisch kleinere, aber mit demselben Vorzeichen versehene Ordinaten besitzt, als eine andere, gleichfalls beliebig gestaltete krumme Linie B, so zwar, dass in dem angegebenen Bereiche die Curve A zwischen der Abscissenaxe und der zweiten Curve B liegt; ferner sollen diese zwei Linien A und B die Abscissenaxe in einem und demselben Punkte $x = \mathfrak{X}_\infty$ schneiden. Wählt man nun für beide Curven eine und dieselbe Abscisse $\mathfrak{X}_0$ als Ausgangspunkt des in Rede stehenden Approximationsverfahrens und einerlei Werth von Φ', so wird man zwar bei geeigneter Wahl dieser letztgenannten Grösse sowohl bei der Curve A als bei der anderen B dem Durchschnittspunkte $x = \mathfrak{X}_\infty$ fortwährend näher rücken; allein die Annäherung wird bei der Curve B eine viel raschere sein, weil ihre Ordinaten numerisch grössere Werthe besitzen, als bei der Curve A.

Der Werth Φ' muss numerisch grösser, mindestens gleich gewählt werden, als der grösste Werth, welchen der Ausdruck $\frac{dy}{dx}$ innerhalb des Bereiches von $x = \mathfrak{X}_0$ bis $x = \mathfrak{X}_\infty$ bei den beiden Curven A und B anzunehmen vermag; das Vorzeichen von Φ' aber ist jenem der Ordinaten dieser beiden Curven gleich zu setzen, wenn eine wirkliche Annäherung bezweckt werden soll.

In Fig. 5 sei m ein beliebiger Punkt der Curve A, dessen Abscisse zwischen $\mathfrak{X}_0$ und der exacten Wurzel $\mathfrak{X}_\infty$ fällt. Man ziehe mq unter dem geeigneten Winkel, so dass $tang\ mqp = \Phi'$

wird. q ist hier offenbar der Punkt, zu dem man durch einmalige Anwendung des Approximationsverfahrens gelangt. Entspricht p der Abscisse $\mathfrak{x}_t$, so gehört dem Punkte q die Abscisse $\mathfrak{x}_{t+1}$ an. Man könnte nun vom Punkte m aus in der Richtung von p gegen s die Curve A verzeichnen, würde aber dabei bemerken, dass sie fortwährend oberhalb der Linie mq verläuft und so weder diese trifft, noch in das Innere des Dreieckes mqp gelang t. Dies ist eine nothwendige Folge der in Bezug auf den Werth von Φ' gemachten Annahme, dass derselbe numerisch grösser sei als der grösste Werth, dessen $\frac{dy}{dx}$ in diesem Bereiche fähig ist, oder doch mindestens demselben gleichkomme. In der That selbst dann, wenn bei der Curve A $\frac{dy}{dx}$ im Punkte m gerade den numerisch grössten Werth besässe und Φ' nicht grösser, sondern demselben gleich gewählt wäre, würde qm eine Tangente zur Curve A sein, und fortwährend zwischen ihr und der Abscissenaxe verlaufen, da dann eben dort die Curve ihre Convexität der Abscissenaxe zukehren muss, weil $\frac{dy}{dx}$ ein numerisches Maximum erreicht. Um so viel mehr findet dies dann Statt, wenn $\frac{dy}{dx}$ und Φ' im Punkte m verschiedene Werthe besitzen. Aber auch die zweite Curve B, von der verticalen Linie pr aus nach der Richtung ps verzeichnet, muss fortan oberhalb der Curve A, also auch oberhalb der Geraden mq verlaufen und alle diesem Stücke der Curve B angehörigen Punkte können nur im Inneren des Polynomes $sqmr$ liegen. Gesetzt nun, m' wäre ein Punkt derselben und man ziehe von ihm aus die $m'q'$ parallel zu mq, so fällt der Punkt q' offenbar niemals zwischen p und q, sondern ausserhalb dieses Intervalles zwischen q und s.

Setzen wir nun voraus, der Punkt p entspräche der ursprünglichen Abscisse $\mathfrak{x}_0$, m sei der zugehörige Punkt der Curve A, m'' der mit einer noch grösseren Ordinate versehene Punkt der Curve B. q und q' sind nun offenbar diejenigen Punkte auf der Abscissenaxe, zu denen die einmalige Anwendung des Approximationsverfahrens bei den beiden Curven A und B führt. Bezeichnen wir ferner mit s den Durchschnittspunkt der beiden Curven A und B mit der Abscissenaxe, dem also der exacte Wurzelwerth als Abscisse angehört, so sind sq und sq' die beiden correspondirenden Fehler x_1', welche nach der einmaligen Anwendung bestehen. Dem früher Bewiesenen zufolge ist $sq > sq'$, also der Fehler x_1' bei der Curve A grösser, als bei der anderen B. Diese Relation bleibt aber dieselbe auch für die späteren Fehler, welche nach mehrmaliger Anwendung des Approximationsverfahrens übrig sind. In der That stellen sp und sp' in Fig. 5 die Werthe von x_t' für die beiden Curven A, B dar, und setzen wir nun, wie in der Zeichnung ersichtlich gemacht ist, $sp > sp'$ voraus, so sind sq und sq' die beiden Werthe von x'_{t+1} für diese zwei Curven und es besteht dem früher Bewiesenen zufolge zwischen ihnen die Relation: $sq > sq'$. Wir ziehen hieraus den Schluss, dass, wenn überhaupt irgend ein Fehler x_t', der nach t-maliger Anwendung des Approximationsverfahrens noch übrig bleibt, bei der Curve A grösser ist, als bei der anderen B, dieselbe Relation auch bei den Fehlern x'_{t+1}, $x'_{t+2}, \ldots$ deren Stellenzeiger t übersteigen, fortbestehen müsse. Da nun dieses Verhalten schon für $t = 1$, und zwar eben früher bewiesen wurde, so gilt daher die Relation ganz allgemein für jedes beliebige t, und es unterliegt nun keinem Zweifel mehr, dass der nach gleich oft wiederholter Anwendung des Approximationsverfahrens übrig bleibende Fehler bei der Curve B, welche die numerisch grösseren Ordinaten besitzt, stets kleiner ausfällt, als bei der mit den kleineren Ordinaten versehenen anderen Curve A.

Von dem eben bewiesenen Satze lässt sich eine wichtige Anwendung machen, um die Convergenz des Verfahrens bei einer krummen Linie zu beurtheilen. Fig. 6 stellt ein Bogenstück

$n\ o\ r\ m$ einer Curve $y=f(x)$ vor, welche die Abscissenaxe im Punkte o schneidet. Um nun das Gesetz der Approximation bei der Gleichung $f(x)=0$ wenigstens annäherungsweise zu finden, denken wir uns durch den Punkt o zwei Gerade $o\ m'$ und $o\ m$ derart gezogen, dass sie die Curve zwischen sich einschliessen in dem ganze Bereiche von o bis zur Ordinate $p\ m$. Die Curve orm besitzt in dem erwähnten Bereiche stets kleinere Ordinaten als die Gerade om und folglich wird bei ihr die Approximation, welche vom Punkte p ausgehen soll, minder rasch zur exacten Wurzel führen, als bei der Geraden om. Aus demselben Grunde aber wird die Approximation bei der Curve orm viel rascher zum Ziele führen, als bei der unterhalb gelegenen om', die durchaus kleinere Ordinaten besitzt. Der Grad der Convergenz bei der Curve liegt demnach in der Mitte zwischen denjenigen, welche für die sie einschliessenden Geraden om und om' gelten und sich auf bekannte Weise durch den constanten Quotienten einer geometrischen Progression messen lassen.

Wenn das Bogenstück orm der Curve in seiner ganzen Ausdehnung stets einerlei Convexität oder Concavität besitzt, so lässt sich die Sehne om als die eine, die zum Punkte o' gezogene Tangente om' als die zweite Gerade verwenden, um den Grad der Convergenz annäherungsweise zu bestimmen durch jene bei geraden Linien. Denkt man sich nun den Punkt m unbegrenzt dem Durchschnittspunkte o genähert, gewissermassen die Sehne in demselben Masse verkürzt, als man sich mit dem Werthe $\mathfrak{x}$, dem der Punkt p entsprechen soll, der wahren Wurzel nähert, so fallen offenbar zuletzt beide Richtungen in eine einzige zusammen, nämlich in jene der Tangente om', gegeben durch die Gleichung: $y=f'(x_\infty)\,(x-x_\infty)$. Es folgt hieraus, dass im weiteren Verlaufe der Rechnung der Grad der Convergenz sich fortan demjenigen nähert, welcher bei der im Durchschnittspunkte o tangirenden Geraden: $y=f(x_\infty)(x-x_\infty)$ stattfindet, d. h. man erhält für unendlich grosse Werthe von t:

$$x_{t+u}{}' = x_t' \cdot q^u \tag{93}$$

wo q einen bestimmten und constanten Zahlwerth besitzt, nämlich den Werth des Bruches $\frac{\alpha'}{\alpha+\alpha'}$ für die Gerade om' die im Punkte o tangirt, d. h. den Grenzwerth, dem sich der Bruch $\frac{\Phi'-f'(x)}{\Phi'}$ für gegen den Wurzelwerth x_∞ convergirende x fortan nähert. Man sieht hieraus, dass die Reihe der successiven Fehler x', x'_1, x'_2, ... im letzten Stadium immer mehr und mehr den Charakter einer geometrischen Progression mit einem constanten Quotienten annimmt, die der im Punkte o zukommenden Tangente eigen wäre. Die Krümmung der Curve, überhaupt die Differentialquotienten von $f(x)$ der zweiten und der höheren Ordnungen haben auf den Gang der Approximation im Endstadium keinen Einfluss.

Aus all' dem bisher Gesagten geht hervor, dass man bei einer Gleichung $f(x)=0$, deren Wurzel zwischen zwei Grenzen x_r und $x_r+\Delta$ eingeschlossen ist, in folgender Weise verfahren könne, um von der einen Grenze sowohl, wie von der anderen dem wahren Wurzelwerthe stets näher zu rücken: Man verschafft sich zuvörderst die Überzeugung, dass zwischen den beiden Grenzen x_r und $x_r+\Delta$ wirklich nur eine einzige Wurzel der Gleichung $f(x)=0$ liegt und die erste derivirte Function $f'(x)$ in dem ganzen Bereiche einerlei Zeichen besitzt und sich fortwährend im Wachsen oder im Abnehmen befindet. Hiezu eignet sich die von Fourier aufgestellte Functionenreihe am besten. Man wird in dieselbe die zwei Substitutionen x_r und $x_r+\Delta$ anstatt x ausführen und vermittelst der wahrnehmbaren Zeichenwechselverluste beim Übergange von der kleineren zur grösseren Substitution untersuchen, ob die Function $f'(x)$ wirklich nur ein einziges Mal, die beiden derivirten Functionen $f'(x)$ und $f''(x)$ aber gar nicht durch Null

hindurchgehen und folglich auch stets einerlei Zeichen behalten. Findet dies wirklich Statt, so ist durch das unveränderliche Zeichen + oder — von $f''(x)$ auch bewiesen, dass $f'(x)$ sich stets im Zustande des Wachsens oder Abnehmens befinde, und es sind somit alle erforderlichen Bedingungen erfüllt, um mit voller Bestimmtheit das Zeichen und den grössten numerischen Werth von $f'(x)$ innerhalb dieser Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ anzugeben. Ertheilt man nun der Grösse Φ' eben diesen numerisch grössten Werth von $f'(x)$ oder einen noch grösseren und sein Zeichen, so wird auch das Approximationsverfahren selber convergent sein gegen die zwischen x_r und $x_r + \Delta$ liegende Wurzel x, und es ist dabei gleichgiltig, ob man die Grenze x_r oder die andere $x_r + \Delta$ als Ausgangspunkt für dieselbe wählt; beide führen in völlig beliebiger Genauigkeit zum exacten Wurzelwerthe von x. Der einzige Unterschied zwischen diesen beiden Grenzen besteht nur darin, dass die über x liegende lauter zu grosse, die darunter liegende andere lauter zu kleine Werthe liefert. Würde man daher beide Grenzen gleichzeitig als Ausgangspunkte wählen, so würde man stets zwei andere und näher an einander liegende Grenzen ableiten können, zwischen denen fortan der wahre Wurzelwerth liegt. Dadurch wäre man in die Lage versetzt, über den erreichten Grad der Genauigkeit urtheilen zu können.

Der eigentliche Gang der Rechnung dabei ist folgender: Man substituirt den einen Grenzwerth z. B. x_r anstatt x in das Gleichungspolynom P und dividirt das erhaltene Substitutionsresultat $\mathfrak{P}_r$ durch den in der früher angegebenen Weise bestimmten Werth von Φ'; der hervorgehende Quotient $\frac{\mathfrak{P}_r}{\Phi'}$ wird mit entgegengesetztem Zeichen zu x_r hinzugefügt und das so gewonnene Resultat: $x_r - \frac{\mathfrak{P}_r}{\Phi'}$ ist jetzt ein genauerer Werth von x, der aber in der That zwischen x und x_r fällt. Man kann nun dieses Verfahren beliebig oft wiederholen, indem man den eben erhaltenen genaueren Werth abermals anstatt x substituirt, und das hervorgehende Substitutionsresultat wieder durch Φ' dividirt und mit entgegengesetztem Zeichen zu $x_r - \frac{\mathfrak{P}_r}{\Phi'}$ hinzufügt u. s. w. und wird dabei der exacten Wurzel im Sinne von x_r gegen x fortwährend und beliebig näher rücken, ohne sie je wirklich zu erreichen. Der so abgeleitete Werth der Wurzel kann in der Form:

$$x_r + u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_t \tag{94}$$

dargestellt werden. t ist hier die Anzahl der Wiederholungen des besprochenen Verfahrens $u_1, u_2, u_3, \ldots u_t$ sind die jedesmaligen, mit entgegengesetztem Zeichen genommenen Quotienten, welche die angebrachte Correction vorstellen. Dem früher Bewiesenen nach convergirt diese Reihe für ins Unendliche wachsende t gegen die wahre, zwischen x_r und $x_r + \Delta$ liegende Wurzel, ohne sie jedoch wirklich zu erreichen. Der bestehende Fehler x'_t ist stets mit einerlei Zeichen versehen. Die Fehler $x', x'_1, x'_2, x'_3, \ldots$ sind die Glieder einer fallenden Reihe, die sich beim fortwährenden Wachsen der Stellenzeiger immer mehr einer geometrischen Progression mit constanten Quotienten nähert, d. h. der Quotient $\frac{x'_{t+1}}{x'_t}$ convergirt beim Wachsen von t ins Unendliche gegen eine bestimmte, zwischen 0 und 1 liegende Zahl q, welche den Werth $\frac{\Phi' - f(x)}{\Phi'}$ besitzt, unter x die exacte Wurzel verstanden. Es folgt hieraus, dass die Glieder der ins Unendliche fortgesetzten Summe (94) gleichfalls jener einer geometrischen Progression mit dem constanten Quotienten q fortwährend näher kommen. In der That ist ein beliebiges derselben u_{t+v} offenbar gleich der Differenz $x'_{t+v-1} - x'_{t+v}$. Da nun bei einer geometrischen Progression die Differenzen von je zwei unmittelbar auf einander folgenden Gliedern wieder eine geometrische Progression mit eben demselben constanten Quotienten, nur mit einem anderen Anfangsgliede

bilden; so ist von den Gliedern u dargethan, dass sie im späteren Verlaufe einer geometrischen Reihe mit dem constanten Quotienten q immer mehr sich nähern werde. Man hat:

$$u_{t+r} = x_{t+r}'(1-q) = x_t'(1-q) \cdot q_{r-1}.$$

Die bisherigen Bemerkungen gelten hier zunächst nur für numerische Gleichungen, lassen sich aber leicht auf Buchstabengleichungen ausdehnen. Der einzige Unterschied besteht nämlich darin, dass man noch auf den Werth der Grösse a Rücksicht zu nehmen und die hier gewissermassen nur für einen speciellen Werth von a eingeleitete Voruntersuchung, ob innerhalb der beiden Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ nur eine einzige Wurzel der Gleichung $F(x,a)=0$ und keine der zwei derivirten $F'(x,a)=0$, $F''(x,a)=0$ liegt, oder nicht, jetzt für eine ganze Reihe von solchen Werthen von a, d. h. für ein ganzes Intervall von a einzuleiten hat. Findet sich ein entsprechendes Interwall von a, in welchem diese Bedingungen innerhalb der Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ immer erfüllt bleiben, so kann man, von einem oder dem anderen Grenzwerthe ausgehend, in der eben angegebenen Weise der exacten Wurzel $\varphi(a)$ beliebig nahe kommen, wenn man nur das angegebene Verfahren hinreichend oft wiederholt. Man erhält hier wieder eine Reihe ähnlich der (94), mit dem einzigen Unterschiede, dass alle darin erscheinenden Glieder x_r, u_1, u_2, ... Functionen von a sind. Die Grössen u sind Brüche mit einer Potenz von $\Phi'(a)$ im Nenner. Es ist nämlich $u_1 = -\frac{\mathfrak{P}_r}{\Phi'(a)}$, also $x_r + u_1 = \frac{x_r \Phi'(a) - \mathfrak{P}_r}{\Phi'(a)}$. Diesen Werth hat man nun anstatt x in das Gleichungspolynom $F(x,a)$ zu substituiren, das vorausgesetztermassen ein Polynom vom Grade m ist, und wird somit ein Substitutionsresultat erhalten, das in Gestalt einer Bruches mit $[\Phi'(a)]^m$ als Nenner erscheint, und durch $\frac{\mathfrak{M}_2}{[\Phi'(a)]^m}$ angedeutet werden mag. Diesen Ausdruck hat man nun durch $\Phi'(a)$ zu dividiren und sein Zeichen in das entgegengesetzte zu verwandeln und findet so: $u_2 = -\frac{\mathfrak{M}_2}{[\Phi'(a)]^{m+1}}$. In ähnlicher Weise ergibt sich u_3 in der Gestalt: $u_3 = -\frac{\mathfrak{M}_3}{[\Phi'(a)]^{m^2+m+1}}$, ferner $u_4 = -\frac{\mathfrak{M}_4}{[\Phi'(a)]^{m^3+m^2+m+1}}$ allgemein $u_t = -\frac{\mathfrak{M}_t}{[\Phi'(a)]^{m^{t-1}+m^{t-2}+\ldots.}}$. Die solcher Gestalt erscheinende Reihe (94) convergirt in dem untersuchten Intervalle von a jedesmal gegen die zwischen x_r und $x_r + \Delta$ liegende Wurzel $\varphi(a)$.

Diese Entwickelungsweise der Wurzel $\varphi(a)$ ist durch die in §. 4 dieses Abschnittes eingeleiteten Untersuchungen vorbereitet. Es wurde dort gezeigt, wie man die bekannte, von Fourier für numerische Gleichungen angegebene Methode, Grenzen für die Wurzeln zu finden, auch auf Buchstabengleichungen in Anwendung bringen könne, um zur isolirenden Gliedersumme x_r eine zweite Grenze $x_r + \Delta$ zu finden, welche die exacte Wurzel in einem Bereiche von a zwischen sich einschliessen. Für den gegenwärtigen Zweck braucht man nur noch darauf zu achten, dass die derivirten Gleichungen $F'(x,a)=0$, $F''(x,a)=0$ innerhalb dieser Grenzen für x und a keine Wurzel besitzen, so dass die Functionen $F'(x,a)$ und $F''(x,a)$ stets einerlei Vorzeichen tragen, mit anderen Worten, dass die Indices dieser zwei Functionen in den Reihen (84) gleich Null werden, während die Hauptfunction $F(x,a)$ den Index 1 besitzt. Es wird dadurch der Gang der dort angegebenen Untersuchung durchaus kein anderer, sondern höchstens das Intervall von a den neu hinzugetretenen Bedingungen gemäss etwas kleiner. Hat man dieses Intervall von a mit genügender Genauigkeit ermittelt, für welches innerhalb der Grenzen x_r und $x_r + \Delta$ die Indicesreihe in (84) mit 0, 0, 1 schliest, so ist das hier besprochene Verfahren geeignet, eine convergirende Reihe für x zu liefern, nämlich die (95); es ist nur nothwendig für $\Phi'(a)$ das Substitutionsresultat $\mathfrak{P}'_r$ oder das andere $\mathfrak{Q}'_r$ zu erwählen,

je nachdem x_r oder $x_r + \Delta$ die äussere Grenze vorstellt, d. h. je nachdem $\mathfrak{P}''_r$ und $\mathfrak{P}_r$ gleiche oder entgegengesetzte Zeichen besitzen.

§. 8.

Das hier auseinandergesetzte Verfahren unterscheidet sich einigermassen von dem in den früheren Abschnitten zur Entwickelung der Folgeglieder angegebenen. Die dort gegebene Regel schreibt nämlich wohl genau so, wie die hier aufgestellte, vor, den bereits entwickelten Bestandtheil der Wurzel anstatt x in das Gleichungspolynom zu setzen, hierauf das erhaltene Substitutionsresultat durch einen unverändert bleibenden Ausdruck zu dividiren und den Quotienten mit entgegengesetzten Zeichen dann als Correction zum früheren Bestandtheile der Wurzel hinzuzufügen; allein dort entwickelt man diesen Quotienten nur in seinem Anfangsgliede, während hier sein vollständiger und unentwickelter Werth genommen wird. Aus diesem Grunde unterscheidet sich auch die hier abgeleitete Reihe (94) von der dort erhaltenen geordneten und zwar vorzüglich dadurch, dass die Glieder u derselben Brüche sind von der Form $-\frac{\mathfrak{M}}{[\Phi'(a)]^p}$, wo $\mathfrak{M}$ und $\Phi'(a)$ geschlossene Polynome vorstellen. Man kann aber die Reihe (94) gleichfalls geordnet nach Potenzen von a hinstellen, wenn man jeden dieser Brüche in eine unendliche Reihe entwickelt und alle solchen addirt. Die Summe derselben ist eine nach Potenzen von a geordnete unendliche Reihe, die von der durch unmittelbare und geregelte Entwickelung abgeleiteten anderen:

$$x_r + h_{r+1}a^{\xi_{r+1}} + h_{r+2}a^{\xi_{r+2}} + h_{r+3}a^{\xi_{r+3}} + \ldots\ldots \tag{95}$$

offenbar nicht verschieden ist, wie man sich leicht überzeugen kann. Es lässt sich nun auch leicht beurtheilen, ob dieselbe convergent oder divergent ist. Bekanntlich convergirt nämlich die absteigende Entwickelung eines Bruches, dessen Zähler und Nenner geschlossene Polynome sind, für alle jene Werthe der darin erscheinenden Buchstabengrösse a, deren Modulus grösser ausfällt als der grösste Modulus derjenigen Wurzelwerthe a, welche den Nenner auf Null bringen. Setzt man also den Nenner des Bruches gleich Null und sucht die mit dem grössten Modulus versehene Wurzel derselben vermittelst der verbesserten Methode von Gräffe, so bestimmt eben dieser grösste Modulus A die Intervalle von a, in welchen die Entwickelungsweise convergirt. Diese reellen Werthe von a liegen nämlich in den beiden Intervallen: $-\infty \ldots -\mathrm{A}$ und $+\mathrm{A} \ldots +\infty$. Will man hingegen aufsteigend nach Potenzen von a entwickeln, so findet die Convergenz Statt für alle jene Werthe von a, deren Modulus kleiner ist als der kleinste Modulus unter den Wurzeln, welche den Nenner auf Null bringen. Die reellen Intervalle für a sind somit: $-\mathrm{A} \ldots 0$ und $0 \ldots +\mathrm{A}$, und A bedeutet jetzt den kleinsten Modulus, der bei den Wurzeln der Gleichung vorfindig ist, welche durch Nullsetzen des Nenners hervorgeht. Im gegenwärtigen Falle, wo alle in Betracht kommenden Nenner Potenzen von $\Phi'(a)$ sind, wird man daher nur die Gleichung $\Phi'(a) = 0$ zu berücksichtigen und den grössten oder kleinsten Modulus ihrer Wurzeln zu bestimmen haben, je nachdem man die absteigende oder aufsteigende Entwickelung vorliegen hat. Der auf solche Weise gefundene Werth A ist massgebend bei allen die Convergenz der Reihen betreffenden Fragen.

Setzen wir, um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, voraus, die Reihe (94) sei absteigend entwickelt und die vorhergehende Untersuchung hätte erwiesen, dass die andere

Reihe (94) für die beiden Intervalle: $-\infty \ldots . -a_2$ und $+a_, \ldots . +\infty$ convergire gegen die zwischen x_r und $x_r + \Delta$ liegende Wurzel $\varphi(a)$. Ferner sei A der grösste Modulus der Wurzeln der Gleichung $\Phi'(a)$. Man kann nun damit beginnen, die einzelnen Glieder u der Reihe (94), die Brüche sind von der Form: $-\frac{\mathfrak{M}_t}{\Phi'(a)^p}$ absteigend in eine Reihe zu entwickeln. Jede dieser Reihen ist convergirend für die beiden Intervalle $-\infty \ldots . -$ A und $+$ A $\ldots . +\infty$. Ihre Summe zu x_r hinzugefügt führt nun, wie früher bemerkt worden, zu einer unendlichen Reihe, welche in ihren $r+t$ Anfangsgliedern mit der Reihe (95) übereinstimmt. Auf eine ähnliche Weise lässt sich der andere Grenzwerth $x_r + \Delta$ als Ausgangspunkt benützen und aus ihm durch t — malige Wiederholung des Approximationsverfahrens ein Werth:

$$x_r + \Delta + v_1 + v_2 + v_3 + \ldots \ldots + v_t \tag{96}$$

ableiten, dessen Glieder v gleichfalls Brüche sind von der Form $-\frac{\mathfrak{N}}{[\Phi'(a)]^p}$ und die sich demnach für die Intervalle $-\infty \ldots . - A$ und $+ A \ldots . +\infty$ in convergirende Reihen absteigend nach a entwickeln lassen. Ordnet man diesen Ausdruck (96) absteigend, so liegt eine zweite unendliche Reihe vor, die mit der (95) gleichfalls in $r+t$ Anfangsgliedern übereinstimmt.

Man hat solchergestalt aus den zwei Werthen x_r und $x_r + \Delta$ zwei neue Werthe (94) und (96) abgeleitet, die absteigend entwickelt in ihren $r+t$ Anfangsgliedern mit dem wahren Wurzelwerthe (95) übereinstimmen, für die Intervalle $-\infty \ldots . - A$ und $+A \ldots . +\infty$ convergirende Reihen darstellen, und für die Intervalle $-\infty \ldots . -a_2$ und $+a_1 \ldots . +\infty$ die wahre Wurzel $\varphi(a)$ zwischen sich einschliessen. Für jene Werthe von a, welche gleichzeitig den beiden Intervallen: $-\infty \ldots . - A$ und $-\infty \ldots . - a_2$ oder den beiden anderen: $+A \ldots . +\infty$ und $+a_1 \ldots . +\infty$ angehören, findet sich die exacte Wurzel $\varphi(a)$ zwischen zwei convergirende unendliche Reihen (94) und (96) eingeschlossen, die in ihren $r+t$ Anfangsgliedern mit einander und mit der (95) übereinstimmen.

Denkt man sich nun t ins Unendliche wachsend, so werden die beiden Reihen (94) und (96) unbegrenzt gegen einander convergiren und zuletzt zusammenfallen. Die (95), welche dann von ihnen nicht mehr differirt, ist folglich für eben diese Intervalle von a convergent.

Man wird daher die Intervalle von a, für welche die absteigend geordnete Entwickelung (95) gegen die exacte Wurzel $\varphi(a)$ convergirt, finden, wenn man untersucht, welches der beiden Intervalle $-\infty \ldots . -a_2$ und $-\infty \ldots . -$A die kleinere Ausdehnung besitzt, und dieselbe Untersuchung auch bei den beiden anderen $+a_, \ldots . +\infty$ und $+$ A $\ldots . +\infty$ einleitet. Die gefundenen zwei Intervalle von der geringeren Ausdehnung enthalten nur solche Werthe von a, für welche die Reihe (95) gegen $\varphi(a)$ convergirt.

Bei der aufsteigend geordneten Entwickelung gelten genau dieselben Vorgänge mit dem einzigen Unterschiede, dass unter A der kleinste Modulus der Wurzeln der Gleichung $\Phi'(a)$ zu verstehen ist, und die in Vergleichung kommenden Intervalle: $-a_2 \ldots . 0$, $0 \ldots . + a_,$, $-$A $\ldots . 0$, $0 \ldots . +$ A sind. Auch hier enthalten die zwei mit der kleinsten Ausdehnung versehenen Intervalle, deren eines lauter negative, das andere aber lauter positive Werthe in sich schliessen wird, nur solche Werthe von a, für welche die aufsteigend geordnete Reihe (95) gegen $\varphi(a)$ convergirt.

Aus dem bisher Erwiesenen geht also klar und deutlich hervor, dass die früher gelehrten Entwickelungen selbst dann noch, wenn sie zu unendlichen Reihen führen, vollkommen gerechtfertigt erscheinen, und man ist stets in der Lage, sowohl den Grad der erreichten

Genauigkeit anzugeben, als auch die Intervalle von a zu bestimmen, für welche diese unendlichen Reihen convergiren.

Bricht man die Reihe willkürlich bei einem Gliede ab, vorausgesetzt, dass man dieselbe mindestens bis zur vollständigen Isolirung der Wurzel fortgesetzt hat, so wird man zur Bestimmung des Ergänzungsgliedes Δ genau so verfahren, als wenn man zur entwickelten Gliedersumme x_r noch ein ferneres Entwickelungsglied $h_{r+1}\,a^{\xi_{r+1}}$ hinzufügen wollte mit dem einzigen Unterschiede, dass man den numerischen Werth von h_{r+1} um eine beliebige Grösse θ erhöht. Hätte man die Entwickelung schon weiter fortgeführt, so zwar, dass mit einem einzigen Schritte eine Gruppe von mehreren Folgegliedern erhalten werden kann, so wird man meistentheils gut thun, dieselben vollständig zu bilden, da dies einen geringen Mehraufwand von Rechnung erfordert, und dann auf diejenige Weise zur Bildung des Ergänzungsgliedes Δ schreiten, wie dies zu Ende des §. 2 dieses Abschnittes ausführlich angegeben wurde. Nun bleibt noch übrig, die Intervalle von a zu suchen, für welche dieses Ergänzungsglied giltig ist, und zu diesem Ende entweder die in §. 3 oder in §. 4 auseinandergesetzte Methode anzuwenden. Diese Intervalle erstrecken sich bei der absteigenden Entwickelung bis zu den unendlichen Werthen $-\infty$ und $+\infty$, bei der aufsteigenden aber gehen sie von 0 aus in der Doppelrichtung $+$ und $-$ vor. Hat man diese Intervalle, deren stets zwei zu untersuchen sind, mit hinlänglicher Genauigkeit bestimmt, so ist diese erste Frage erledigt.

Soll aber entschieden werden, für welche Werthe von a die ins Unendliche fortgesetzte Reihe convergirt, so muss die Entwickelung der betreffenden Wurzel hinlänglich weit fortgesetzt werden, und zwar so lange, dass die Gliedersumme x_r weder einer Wurzel der derivirten Gleichung $F'(x,a)=0$ noch der anderen $F''(x,a)=0$ u. s. w. mehr angehört, kurz dass die Anfangsglieder von $\mathfrak{P}_r'$, $\mathfrak{P}_r''$ und $\mathfrak{P}_r'''$, ... unveränderliche Werthe erlangen. Hierauf hat man die Bestimmung des Ergänzungsgliedes Δ und jene des entsprechenden Intervalles von a vorzunehmen, in der eben angedeuteten Weise mit dem einzigen Unterschiede, dass noch überdies bei der Bestimmung des Intervalles von a darauf Rücksicht genommen werden muss, dass die Functionen $F''(x,a)$ und $F'(x,a)$ innerhalb der Grenzen x_r und $x_r+\Delta$ und in der ganzen Ausdehnung des Intervalles von a ihr Vorzeichen nicht ändern; kurz dass den zwei Substitutionsreihen (84) stets 0, 0, 1 als die letzten drei Indices in der entsprechenden Indicesreihe angehören. Sind alle diese Vorarbeiten vollendet, so hat man nur noch von den beiden Grenzen x_r und $x_r+\Delta$ die äussere zu suchen, d. h. jene, für welche $F''(x,a)$ und $F(x,a)$ gleiche Zeichen besitzen. Haben $\mathfrak{P}_r''$ und $\mathfrak{P}_r$ gleiche Zeichen, ist somit x_r die äussere Grenze, so setzt man die in (84) dazwischen liegende Function $\mathfrak{P}_r'$ gleich Null; findet aber das Gegentheil Statt, haben also $\mathfrak{Q}_r''$ und $\mathfrak{Q}_r$ gleiche Zeichen, so hat man $\mathfrak{Q}_r'=0$ zu setzen. Für die so erhaltene Gleichung $\mathfrak{P}_r'=0$ oder $\mathfrak{Q}_r'=0$ sucht man nun den grössten oder kleinsten Modulus A der mit demselben versehenen Wurzel, je nachdem die absteigende oder aufsteigende Entwickelung vorliegt. Ist der Werth von A annäherungsweise bestimmt, so hat man nun nur zu untersuchen, ob die Werthe $-A$ und $+A$ in den für das Ergänzungsglied Δ ermittelten Intervallen von a enthalten sind oder nicht. Sind sie darin nicht enthalten, so ist die unendliche Reihe in dem vollen Intervalle von a convergent; findet sich aber der Werth A darin vor, so muss man ihre Ausdehnung so weit verkleinern, bis sich derselbe nicht mehr darin vorfindet, und hat dann wieder zwei Intervalle von a, für welche die unendliche Reihe jedenfalls convergirt.

Es ist wohl überflüssig zu bemerken, dass man diese Intervalle von a jedenfalls zu enge und überhaupt bald grösser, bald kleiner finden wird, je nachdem die Gliedersumme x_r eine

grössere oder kleinere Anzahl von Entwickelungsgliedern in sich schliesst. Für das praktische Bedürfniss sind auch zunächst nur diese Werthe von a vom Belange, für welche die Convergenz eine raschere ist, während die an der Grenze der Convergenz stehenden Werthe von a ohne wesentlichen Nutzen bleiben. Man kann ferner die Gleichungen $\mathfrak{P}_r' = 0$ oder $\mathfrak{Q}_r' = 0$ durch andere ersetzen auf unendlich viele verschiedene Weisen, denn die mit $\Phi'(a)$ bezeichnete Function hat nur die Bedingung zu erfüllen, dasselbe Zeichen wie $\mathfrak{P}_r'$ und $\mathfrak{Q}_r'$ aber einen numerisch grösseren Werth zu besitzen und kann im Übrigen ganz beliebig gewählt werden, wenn sie nur diesen Bedingungen wirklich für alle in den betreffenden Intervallen liegenden Werthe von a Genüge leistet. Von der Auflösung der Gleichung $\mathfrak{P}_r' = 0$ oder $\mathfrak{Q}_r' = 0$ oder $\Phi' = 0$ kann man sich aber nicht dispensiren, wiewohl die bei der Bestimmung des Ergänzungsgliedes Δ und der giltigen Intervalle von a eingeleitete Untersuchung dargethan hat, dass keine reelle Wurzel dieser Gleichungen einen dazwischen fallenden Werth von A liefern könne, denn der massgebende Werth A könnte von einem Paare imaginärer Wurzeln herrühren und alsdann übersehen werden.

§. 9.

Bisher wurde nur jene Approximationsmethode berücksichtigt, bei welcher in der Gleichung (87) die Function $F'(x_r + \rho x', a)$ für den ganzen Verlauf der Rechnung stets durch eine und dieselbe Function $\Phi'(a)$ ersetzt wird. Dieses Verfahren liefert die Entwickelungsglieder nur einzeln und war für uns zunächst aus dem Grunde von Interesse, weil sie zur Beurtheilung der Convergenz der hervorgehenden Reihen am besten sich eignet. Man kann aber auch noch in anderer Weise vorgehen und die Function $F'(x_r + \rho x', a)$ bei jedem Schritte des Approximationsverfahrens durch eine stets neue Function ersetzen, die ihrem wahren Werthe fortwährend nachrückt. In dieser Weise pflegt man bei den numerischen Gleichungen vorzugehen. Auch bei Buchstabengleichungen ist diese Methode anwendbar und liefert dann bei hinlänglich weit fortgeschrittener Entwickelung mit einem einzigen Schritte nicht nur immer ein einziges richtiges Glied, sondern eine ganze Gruppe von solchen. Das Verfahren selbst wurde schon in der vorhergehenden Abhandlung §. 15 und §. 22 auseinandergesetzt; hier aber werden wir dasselbe von einem viel allgemeineren Gesichtspunkte ableiten und uns überzeugen, dass die dort bemerkte Eigenthümlichkeit und Gesetzmässigkeit eine unmittelbare Folge der linearen Approximationsmethode sei und überall auftaucht, wo man dieselbe anwendet.

Gehen wir von der beim dritten Gliede abgebrochenen Entwickelung von $F(x_r + x', a)$ aus:

$$F(x_r + x' \,,\, a) = F(x_r\, a) + x' \,.\, F'(x_r \,,\, a) + \tfrac{1}{2} \,.\, x'^2 F''(x_r + \rho x' \,,\, a) \tag{97}$$

in der wieder $x_r + \rho x'$ eine zwischen x_r und $\varphi(a)$ fallende Mittelgrösse ist, und bilden wir durch gleich Null Setzen dieses Ausdruckes die Gleichung:

$$F(x_r \,,\, a) + x' \,.\, F'(x_r \,,\, a) + \tfrac{1}{2} x'^2 \,.\, F''(x_r + \rho x' \,,\, a) = 0. \tag{98}$$

Dieselbe ist erfüllt, wenn man anstatt x' seinen exacten Werth $\varphi(a) - x_r$ setzt. Beim linearen Approximationsverfahren sucht man nun diesen exacten Werth der Correction x' nicht, sondern begnügt sich mit der Auflösung einer Gleichung des ersten Grades, die hier die:

$$F(x_r \,,\, a) + u F'(x_r \,,\, a) = 0 \tag{99}$$

sein mag. Sie ist von der richtigen dadurch verschieden, dass $F'(x_r, a)$ an die Stelle von $F'(x_r+\rho x', a)$ gesetzt wird, und es wurde desshalb auch die in ihr erscheinende Unbekannte zum Unterschiede von x' mit u bezeichnet. Man zieht aus ihr den Werth:

$$u = -\frac{F(x_r, a)}{F'(x_r, a)}. \tag{100}$$

welcher von der richtigen Correction x' verschieden ausfällt und zu x_r hinzugefügt den Ausdruck $x_r + u$ liefert, der abermals von dem exacten Wurzelwerthe $\varphi(a)$ differirt und einer ferneren Correction x'' bedarf. Dieser Vorgang wurde von Newton angewendet, unterliegt aber dem Übelstande, dass man nur unter gewissen Bedingungen sich dem wahren Wurzelwerthe $\varphi(a)$ fortwährend nähert, in der Mehrzahl der Fälle sich aber davon entfernt. Diese Bedingungen sind von Fourier zuerst genau angegeben worden. Es folgt hieraus, dass die auf diesem Wege gefundenen unendlichen Reihen bisweilen gegen $\varphi(a)$ convergiren, sehr oft aber divergiren oder gegen eine andere Wurzel convergiren. Hier, wo noch überdies eine Buchstabengrösse a erscheint, ist dieses Verhalten der Reihe für verschiedene Werthe von a ein verschiedenes. Wir haben aber die auf die Convergenz oder Divergenz Bezug habende Frage bereits beantwortet und wollen hier einen anderen Punkt erörtern.

Denkt man sich in der Gleichug (98) x' durch den gleichgeltenden Werth $u + x''$ ersetzt und dabei auf die Relation (99) Rücksicht genommen, so erhält man:

$$F'(x_r, a).x'' + \frac{1}{2}F''(x_r + \rho x', a).x'^2 = 0, \tag{101}$$

folglich:

$$x'' = -\frac{F''(x_r + \rho x', a)}{2F'(x_r, a)}x'^2. \tag{102}$$

Man kann jetzt voraussetzen, die Entwickelung der Gliedersumme x_r sei so weit vorgeschritten, dass sich dadurch die Wurzel $\varphi(a)$ der Gleichung $F(x, a) = 0$ von allen Wurzeln der zwei derivirten Gleichungen: $F'(x, a) = 0$ und $F''(x, a) = 0$ unterscheidet, denn jene Fälle, bei welchen man selbst bei der ins Unendliche fortgesetzten Entwickelung gar nie zu diesem Punkte gelangt, weil in den zwei Functionen $F(x, a)$, $F'(x, a)$ oder in den beiden anderen $F(x, a)$, $F''(x, a)$ ein x enthaltender Factor gemeinschaftlich erscheint, wird man ohnehin, sobald man sie als solche erkennt, alsogleich durch Sonderung und gleich Null Setzen dieser Factoren viel leichter behandeln. Die unmittelbare Folge dieser Voraussetzung ist, dass die Anfangsglieder der beiden Substitutionsresultate $F'(x_r, a)$ und $F''(x_r+\rho x', a)$ vollkommen bestimmt sind und auch im weiteren Verlaufe der Rechnung, beim Zunehmen der Gliederzahl r ungeändert bleiben; namentlich ist das Anfangsglied des unbestimmten Substitutionsresultates $F'(x_r+\rho x', a)$ genau dasselbe, wie bei dem bestimmten $F''(x_r, a)$. Dass dem wirklich so sei, ist leicht einzusehen, denn würden hinzugefügte Glieder einer späteren Rangordnung noch auf die Anfangsglieder der aus $F'(x, a)$ und $F''(x, a)$ hervorgehenden Substitutionsresultate einen Einfluss nehmen, so müsste demnach auch durch eine zweckmässige Wahl dieser hinzugefügten Glieder eine Reduction auf Null in den Anfangsgliedern der Substitutionsresultate herbeigeführt werden können, und folglich x_r, der gemachten Voraussetzung zuwider, einen Bestandtheil der geordneten Entwickelung einer Wurzel der derivirten Gleichungen darstellen.

Bezeichnen wir nun die unveränderlichen Anfangsglieder der Substitutionsresultate, die aus $F'(x,a)$ und $F''(x,a)$ hervorgehen, beziehungsweise mit $\mathfrak{H}_p' a^{\mathfrak{A}_p'}$ und $\mathfrak{H}_q'' a^{\mathfrak{A}_q''}$, das Anfangsglied von x' aber mit $h_{r+1} a^{\xi_{r+1}} = -\frac{\mathfrak{H}_r}{\mathfrak{H}_{p'}} a^{\mathfrak{A}_r - \mathfrak{A}_{p'}}$, so findet man aus der (102) das Anfangsglied von x'' in folgender Form:

$$x'' = -\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{H}_r{}^2\,\mathfrak{H}_q''}{\mathfrak{H}'p^3} a^{\mathfrak{A}q'' - 3\mathfrak{A}p' + 2\mathfrak{A}r} + \ldots.$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass die am Ausdrucke $x_r + u$ noch nothwendige Correction x'' nur bei dem mit dem Exponenten $\mathfrak{A}_q' - 3\mathfrak{A}_p' + 2\mathfrak{A}_r$ versehenen Gliede und den darauffolgenden ausgeführt werden müsse, alle vorhergehenden aber ungeändert bleiben. Entwickelt man daher den Quotienten $u = -\frac{F(x_r, a)}{F'(x_r, a)}$ in eine geordnete Reihe, aber nur bis exclusive dem Gliede, welches den Exponenten $\mathfrak{A}_q'' - 3\mathfrak{A}_p' + 2\mathfrak{A}_r$ besitzt, so hat man eine Gruppe von lauter richtigen Folgegliedern, an denen keine Correction mehr anzubringen ist. Diese Eigenschaft wurde schon früher bewiesen, findet aber hier ihre eigentliche und allgemeine Begründung.

III. Bestimmung der Asymptoten bei Curven von einfacher Krümmung.

§. 10.

Es gibt wohl kein geeigneteres Mittel, um analytische Wahrheiten zur klaren Einsicht zu bringen, als geometrische Betrachtungen. Dieses Mittel leistet auch hier wesentliche Dienste und verbreitet über das Auseinandergesetzte ein helles Licht. Wir haben schon im Vorhergehenden von diesem Mittel zu wiederholten Malen Gebrauch gemacht. Hier finden wir es noch für zweckmässig, eine Anwendung der hier erörterten Auflösungsmethode auf ein Problem der analytischen Geometrie in Kürze zu erwähnen.

Eine jede Buchstabengleichung mit nur zwei Buchstabengrössen hat eine geometrische Bedeutung. Denkt man sich nämlich die unabhängige Grösse a als Abscisse, die abhängige x als Ordinate eines Punktes auf der Ebene, so entspricht der Gleichung selber eine krumme Linie von einfacher Krümmung. Allein auch alle hier erwähnten Auflösungsmethoden erhalten eine geometrische Bedeutung, indem sie gewisse Eigenschaften dieser krummen Linien aufdecken. Die absteigende Entwickelung der Wurzeln, welche vorzüglich für sehr grosse Werthe der Grösse a sich als massgebend erwiesen hat, gibt Aufschluss über den Verlauf der Curve im Bereiche sehr grosser Abscissenwerthe. Die Bestimmung der Anfangsglieder für diese Entwickelungsform liefert die Asymptoten der Curve im Bereiche unendlich grosser Abscissen. In der That drückt die einfache Gleichung $x = h_0 a^{\xi_0}$ zwar nicht den zwischen x und a stattfindenden Zusammenhang genau aus, aber unter allen Gleichungen von dieser einfachen Form $x = h a^{\xi}$ ist sie diejenige, welche für ins Unendliche wachsende oder abnehmende a, d. h. für $a = \pm\infty$ der Wahrheit am nächsten kommt, denn jede noch so kleine am Exponenten ξ_0 oder dem Coëfficienten h_0 angebrachte Änderung vergrössert den Werth des Substitutionsresultates $\mathfrak{P}_0$ für $a = \pm\infty$, wie im Vorhergehenden ersichtlich ist, und vermehrt daher die bestehende Unrichtigkeit. Dehnt man daher den Begriff der Asymptoten aus auf solche einfache Curven, die die Eigenschaft besitzen, im Bereiche des Unendlichen dem wirklichen Curvenaste so weit nahe zu kommen, dass eine fernere Annäherung nur durch Grössen

niederer Ordnungen herbeigeführt werden kann, ohne dabei die Eigenschaft der unbegrenzten Annäherung der Asymptote gegen den Curvenast als eine wesentliche mit in den Begriff aufzunehmen; so führt die Bestimmung der Anfangsglieder bei der absteigenden Entwickelung zu den Asymptoten der Curve, die im Bereiche unendlich grosser Abscissen liegen. Sie lassen sich in drei Kategorien theilen, je nachdem in der asymptotischen Gleichung:

$$x = h_0 a^{\xi_0}$$

der Exponent ξ_0 positiv, gleich Null oder negativ ist. Die mit positivem ξ_0 versehenen Asymptoten sind parabolisch oder geradlinig, und zwar, wenn $\xi_0 > 1$ ist, sind dieselben Parabeln höherer Ordnungen mit der Abscissenaxe als Axe; für $\xi_0 = 1$ gerade Linien, die mit der Abscissenaxe einen Winkel einschliessen, dessen trigonometrische Tangente h_0 ist, gewissermassen eine Parabel der ersten Ordnung; endlich, wenn ξ_0 zwischen 1 und 0 liegt, abermals Parabeln der zweiten oder höheren Ordnungen, denen jedoch die Ordinatenaxe als Axe angehört. Alle diese Asymptoten der ersten Kategorie haben die Eigenschaft, dass mit der Abscisse auch die Ordinate ins Unendliche wächst.

Die mit $\xi_0 = 0$ versehenen Asymptoten stellen eine zur Abscissenaxe parallele Gerade dar.

Die mit negativem ξ_0 versehenen Asymptoten sind Hyperbeln der ersten oder einer höheren Ordnung, welche sich beim fortwährenden Wachsen der Abscissenaxe unbegrenzt nähern.

Entwickelt man die betreffenden Wurzeln in mehreren Anfangsgliedern x_r und namentlich so weit, bis man mindestens alle mit positiven Werthen von ξ, den gleich Null mit einbegriffen, erschöpft hat, so dass nur die mit negativen Exponenten versehenen Folgeglieder unentwickelt bleiben, so erhält man die Gleichungen der Asymptoten im engeren Sinne des Wortes, d. h. die Gleichungen jener von der Curve selbst differirenden Linien, welche die Eigenschaft besitzen, sich dem betreffenden Curvenaste beim fortwährenden Wachsen der Abscisse unbegrenzt zu nähern, ohne wirklich zusammenzufallen. Diese Entwickelungsweise aller mit positiven ξ und dem $\xi = 0$ versehenen Glieder ist insbesondere dann massgebend, wenn die Anfangsgleichung die folgende war: $x_0 = h_0 a$, also wenn $\xi_0 = 1$ ist und wenn dieses Anfangsglied zweien oder mehreren Wurzeln gemeinschaftlich ist, denn sie wird dann zur Entscheidung bringen, ob das nächste Folgeglied $h_1 a^{\xi_1}$ einen positiven und gebrochenen oder den Werth $\xi_1 = 0$ oder einen noch kleineren besitzt. Ist ξ_1 gebrochen und positiv, in welchem Falle eine Gruppe von zweien oder mehreren Wurzeln diesen Werth von ξ_1 besitzen muss, so bedeutet die Gleichung $x = h_0 a + h_1 a^{\xi_1}$ offenbar eine Parabel, deren Axe eben die Gerade $x = h_0 a$ ist und mit der Abscisse einen Winkel einschliesst, während im entgegengesetzten Falle: $\xi_1 = 0$ die Asymptote wirklich eine Gerade ist und bleibt, nur dass sie nicht mehr durch den Anfangspunkt hindurchgeht, sondern zur früheren $x = h_0 a$ parallel jetzt die Ordinatenaxe in einer Entfernung h_1 vom Anfangspunkte schneidet.

Die Asymptoten im engeren Sinne des Wortes lassen sich daher in drei Classen eintheilen:

1. parabolische, und zwar erstens mit einer zur Abscissenaxe parallelen Axe, wenn ξ_0 positiv und grösser als Eins ist, zweitens mit einer schief stehenden Axe, wenn $\xi_0 = 1$ und ξ_1 gebrochen positiv ist, drittens mit einer verticalen Axe, die zur Ordinatenaxe parallel ist, wenn ξ_0 positiv und kleiner als Eins, somit gebrochen ist.

2. Geradlinige, und zwar bald horizontale, bald schiefe, je nachdem $\xi_0 = 0$ oder $\xi_0 = 1$ und $\xi_1 = 0$ ist. Zu den horizontalen geradlinigen Asymptoten können füglich auch jene gerechnet werden, deren ξ_0 einen negativen Werth besitzt, wenn man annimmt, dass dem Gliede $h_0 a^{\xi_0}$ noch ein verschwindendes Glied $h a^0$ vorangeht, in welchem $h = 0$ ist, und bedenkt, dass sie nur einen speciellen Fall der horizontalen geradlinigen Asymptoten darstellen, denjenigen nämlich, wo sie mit der Abscissenaxe zusammenfallen.

3. Hyperbolische. Diese können jedoch im Grunde nicht als eine eigene Classe dargestellt werden, sondern erscheinen vielmehr als die weiter getriebene Annäherung der geradlinigen Asymptoten. Sie können entweder die Abscissenaxe selber oder eine zu ihr parallele, oder endlich eine schiefe Gerade als Asymptote besitzen.

Bei allen Asymptoten müssen die Coëfficienten h, die darin erscheinen, reelle Zahlwerthe haben, weil nur in diesem Falle ihnen eine geometrische Bedeutung zuerkannt werden kann. Imaginäre Werthe der Coëfficienten h in den asymptotischen Gleichungen deuten vielmehr darauf hin, dass die entsprechenden Äste der Curve im unendlichen Bereiche der Abscissen nicht mehr erscheinen und in diesem Sinne die Curve eine geschlossene sei.

Will man ferner nicht der Gefahr ausgesetzt sein, reelle Asymptoten für imaginäre Curvenäste zu finden und solchergestalt in Beziehung des Geschlossen- oder Nichtgeschlossenseins der Curve in einen Irrthum zu gelangen, so ist man genöthigt, die Entwickelung der Wurzeln selbst über die Anfangsglieder und über die mit positiven Exponenten ξ und dem speciellen $\xi = 0$ versehenen Glieder hinaus fortzusetzen, sobald eine Gruppe von mehreren Wurzeln diese Glieder gemeinschaftlich besitzt, und zwar so lange, bis die vollständige Isolirung der einzelnen Wurzeln dieser Gruppe erfolgt oder die völlige Gleichheit der nicht trennbaren erwiesen ist, weil man nur in diesem Falle die volle Überzeugung hat, dass in den späteren Folgegliedern imaginäre Werthe der Coëfficienten nicht mehr auftauchen können, wenn sie in der entwickelten isolirenden Gliedersumme nicht erscheinen.

Die absteigende Entwickelung führt in der angegebenen Weise zu allen Asymptoten, welche im Bereiche unendlich grosser Abscissen verlaufen, aber keineswegs zu denen, welche im Bereiche endlicher Werthe der Abscisse vorhanden sind. Man könnte zwar auf einem Umwege auch zu diesen gelangen vermittelst der absteigenden Entwickelung, indem man die beiden Buchstabengrössen a und x ihre Rollen vertauschen lässt, a als die Unbekannte, x aber als eine unabhängige Grösse betrachtet. Dieser Weg ist auch meines Wissens bisher einzig und allein befolgt worden, wie in Crammer's „Introduction à l'analyse de lignes courbes algebriques“ zu ersehen ist. Man kann aber auch auf einem directen Wege und ohne diese Vertauschung der Unbekannten zum Ziele gelangen vermittelst der Bestimmung der in den Wurzeln erscheinenden Nenner und der aufsteigenden Entwickelungsweise. Dieser Vorgang wurde zuerst von Petzval angegeben. In der That, soll für endliche Werthe α von a x einen unendlich grossen Werth erlangen, so muss die aufsteigend nach Potenzen von $a - \alpha$ geordnete Entwickelung mit einem Anfangsgliede beginnen, dessen ξ_0 negativ ist, d. h. die Wurzel mit $a - \alpha$ oder einer Potenz dieser Grösse im Nenner versehen sein. Man wird daher nach der im Vorhergehenden angegebenen Weise durch gleich Null Setzen des mit der höchsten Potenz von x verknüpften Coëfficienten A_m und Auflösung dieser Gleichung nach a alle jene speciellen Werthe von α ermitteln, welche einer Grösse $(a - \alpha)$ im Nenner einer oder mehrerer Wurzeln angehören. Einem jeden solchen Werthe α entspricht eine Gleichung:

$$a = \alpha$$

also eine verticale zur Ordinatenaxe parallele gerade Linie, die sich für fortwährend wachsende Werthe von x, für $x = \pm\infty$ einem oder mehreren Curvenästen unbegrenzt nähert. Denkt man sich nämlich die betreffende Wurzel x aufsteigend nach dieser Grösse $a - \alpha$ entwickelt, so reducirt sich der Werth dieser Reihe beim Convergiren von a gegen α immer mehr auf den des Anfangsgliedes:

$$x_0 = h_0 (a - \alpha)^{-k}$$

welches einen ins Unendliche zunehmenden Werth erhält. Setzt man zuvörderst $a - \alpha = a$ und ertheilt dem a einen sehr kleinen positiven Werth, der gegen Null convergirt, so erhält dieses Anfangsglied offenbar das Zeichen von h_0 aber einen sehr grossen numerischen Werth und die Gerade $a = \alpha$ ist von dem entsprechenden Curvenaste in der Richtung der Abscissenaxe nur um eine sehr kleine Grösse entfernt, die beim fortwährenden Abnehmen von a stets kleiner und kleiner wird und der Null beliebig nahe gebracht werden kann. Ertheilt man nun dem a einen sehr kleinen negativen Werth und lässt diesen abermals gegen Null convergiren, so besitzen die entsprechenden Ordinaten x gleichfalls sehr grosse Werthe, aber jetzt entweder das Zeichen von h_0 oder das entgegengesetzte, je nachdem k eine gerade oder ungerade ganze Zahl ist. Für gebrochene Werthe von k kann das Anfangsglied x_0 imaginär werden. Dies genügt, um einzusehen, dass die Gerade $a = \alpha$, und zwar bald nur in einer, bald in beiden ihren Richtungen ins Unendliche nach auf- und abwärts verlängert, eine gerade Asymptote zur Curve ist.

Die Gleichung des Anfangsgliedes der aufsteigenden Entwickelung $x_0 = a_0 (a - \alpha)^{-k}$ oder die aus einer Gruppe von zweien oder mehreren Anfangsgliedern gebildete, selbst daher gleichfalls eine und zwar hyperbolische Asymptote dar und gibt über die Curvenäste genauere Aufschlüsse.

Man sieht hieraus, dass alle Asymptoten, die im endlichen Bereiche von a liegen, geradlinige und bei weiter getriebener Annäherung derselben hyperbolische sind.

Hiemit ist also die Bestimmung der Asymptoten geschlossen. Man sieht, dass die Bestimmung aller Asymptoten bei einer algebraischen Curve eines beliebig hohen Grades auf eine sehr einfache Weise und mit Hilfe verhältnissmässig sehr einfacher Rechnungen bewerkstelligt werden könne, und hiemit ist eine der wichtigsten Anwendungen der hier auseinandergesetzten Auflösungsmethoden in dem Gebiete der analytischen Geometrie dargethan.

Fig. 1.

Fig. 2.

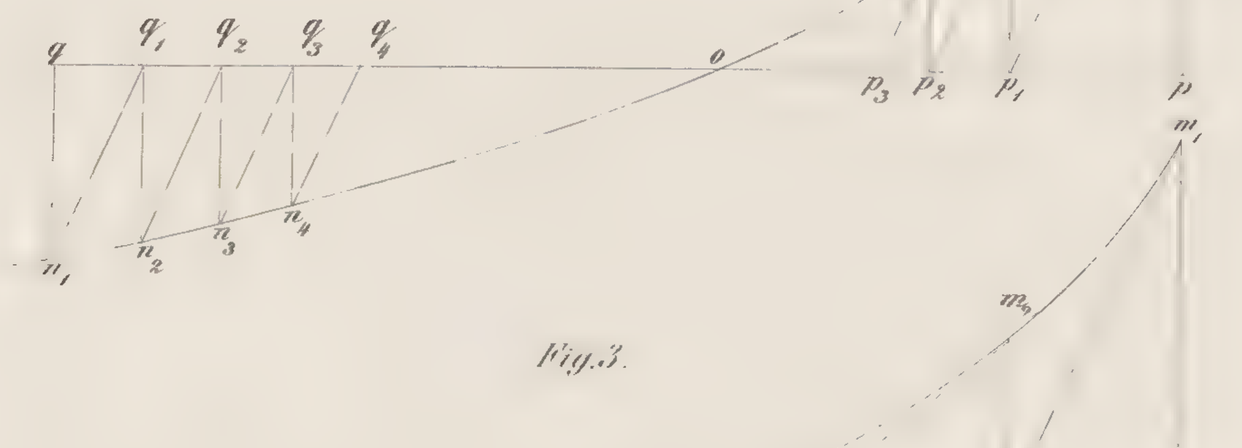


Fig. 3.

Fig. 4.

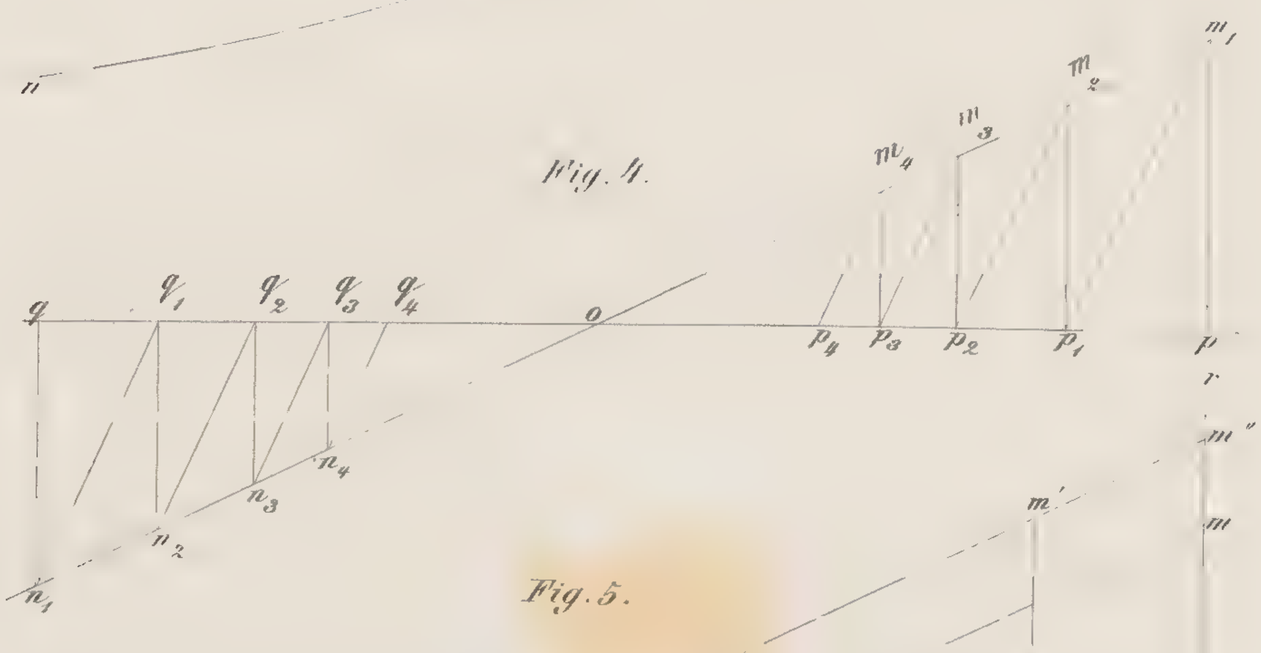


Fig. 5.

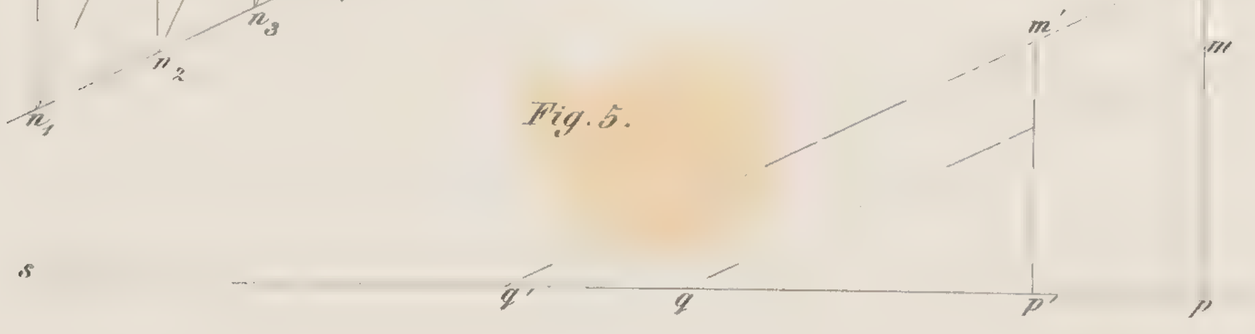
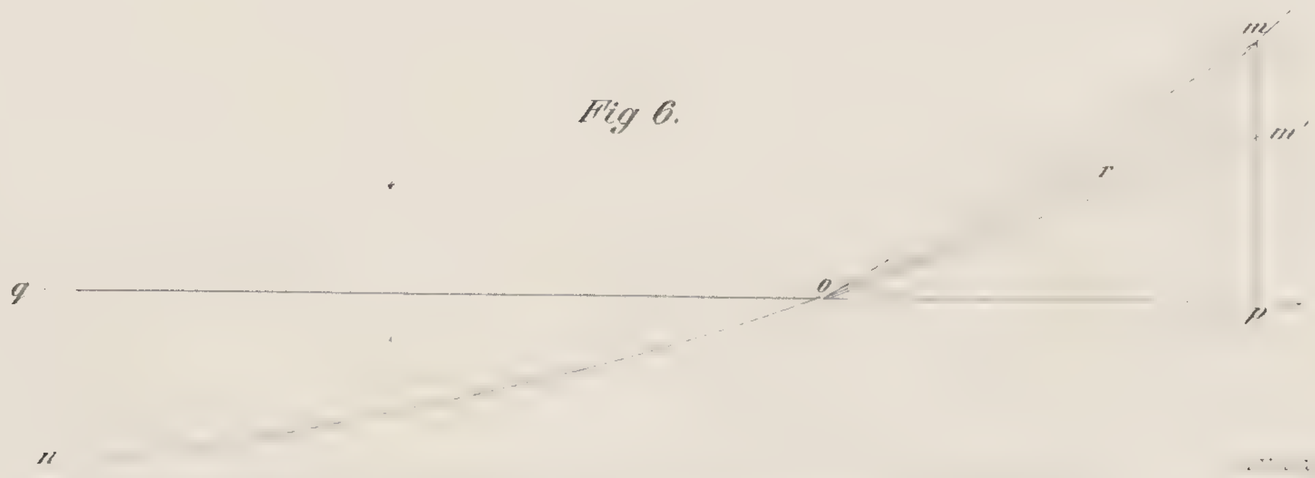


Fig 6.



WIEN.

AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

1857.

3 2044 093 282 382

Date Due

DEC 20 1961

MAY 16 1962